ДЕКАБРЬ 1986 г., ТОМ 22, № 12

ЛЮДИ СОВЕТСКОЙ НАУКИ

АНДРЕЙ НИКОЛАЕВИЧ ТИХОНОВ

(К 80-летию со дня рождения)

В 1986 г. советская научная общественность отмечает восемьдесят лет со дня рождения одного из крупнейших ученых двадцатого столетия, выдающегося организатора науки и образования Андрея Николаевича Тихонова.

Андрей Николаевич Тихонов родился 30(18) октября 1906 г. в уездном городе Гжатске (теперь г. Гагарин) Смоленской губернии. В детстве наряду с общим трудолюбием и прилежанием в учебе он отличался особой одаренностью, а в юношеском возрасте у него появился интерес к математике как к науке. Выполненные им будучи еще студентом математического отделения физико-математического факультета Московского государственного университета первые оригинальные исследования по топологии*) сразу привлекли внимание специалистов и выдвинули его в ряд самых талантливых представителей знаменитой Московской математической школы.

За долгий период своей плодотворной творческой деятельности лишь первые шесть лет посвятил топологии Андрей Николаевич, но полученные им в этой области математики научные результаты давно уже стали классическими. Без тихоновского куба, тихоновских полуполей, тихоновских пространств, тихоновского произведения семейства топологических пространств трудно себе представить общую топологию, теорию топологических групп, ряд разделов функционального анализа и т. д.

С именем Андрея Николаевича Тихонова неразрывно связано возникновение многих перспективных научных направлений в современной математике.

Начиная с тридцатых годов объектами научных исследований Андрея Николаевича Тихонова становятся актуальные проблемы теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), имеющие важное приложение в физике, технике и естествознании.

Исследование бесконечных систем обыкновенных дифференциальных уравнений привело Андрея Николаевича к существенному обобщению принципа неподвижной точки для классов отображений множеств в функциональных пространствах. В основе одного из весьма распространенных методов доказательства существования решений операторных уравнений лежат теоремы о неподвижных точках Лере — Шаудера, Тихонова и Каччопполи.

---

*) Über einen Metrisationssatz von P. Urysohn. Math. Ann. (1925. Bd 95. S. 139—142) u Sur les espaces abstraits. C. r. Acad. sc. Paris (1926. Vol. 182. P. 1519—1522).

Хорошо известно, что многие так называемые эволюционные задачи в линейной постановке моделируются в терминах простейшего уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t}-a^2\Delta u=0, \tag{1}$$

где Δ — оператор Лапласа по пространственным переменным $x_1, x_2, \ldots, x_n$, $n\geqslant 1$.

Задача Коши для уравнения (1) в полупространстве $t>0$ с непрерывными данными на гиперплоскости $t=0$

$$u(x, 0)=f(x), \quad x=(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{2}$$

была исследована для узкого класса решений уравнения (1) в смысле их поведения при $|x|\to\infty$. Доказанная в 1935 г. Андреем Николаевичем Тихоновым теорема о том, что задача (1), (2) корректно поставлена в классе функций $u(x, t)$, удовлетворяющих условию

$$\lim_{|x|\to\infty}[u(x, t)e^{-c|x|^2}]=0, \tag{3}$$

дала начало многочисленным исследованиям как в нашей стране, так и за рубежом, посвященным отысканию и изучению корректно поставленных задач для широкого класса уравнений и систем параболического типа. Условие (3), ставшее классическим, носит название условия Тихонова.

А. Н. Тихоновым были найдены и исследованы и другие классы эволюционных задач как в линейной, так и в нелинейной постановках.

Во всех случаях, когда рассматриваемые уравнения в частных производных поддаются делению по типам: эллиптическим, параболическим и гиперболическим, тип взятого уравнения существенно зависит от того, является ли моделируемый процесс установившимся (стационарным) или для него характерна эволюция, или волновая природа. Наряду с этим эллиптические уравнения часто получаются в результате применения метода разделения переменных (обычного или интегральных преобразований).

Придерживаясь сложившейся концепции деления по типам уравнений в частных производных, впервые Андрей Николаевич Тихонов обратил внимание на сравнение областей, в которых в классическом смысле имеет место однозначная разрешимость определенных задач для уравнений одного и того же типа или различных типов. При этом важным оказалось введенное Андреем Николаевичем понятие фундаментальной области. Принадлежащие А. Н. Тихонову утверждения: 1) каждая ограниченная фундаментальная для уравнения (1) область является фундаментальной для уравнения Лапласа, и 2) каждая фундаментальная при любом $\lambda\geqslant\lambda_0$ для уравнения Гельмгольца

$$\Delta u-\lambda u=0 \tag{4}$$

область является фундаментальной и для уравнения (1), стали основополагающими в исследованиях известных специалистов, посвященных однозначной разрешимости целого ряда задач для уравнений, обобщающих уравнения (1) и (4).

Начиная с пятидесятых годов часто применяется метод исследования задач для дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), сущность которого заключается в следующем. К рассматриваемому дифференциальному уравнению добавляется дифференциальный оператор более высокого порядка с малым множителем (параметром) и вносятся соответствующие дополнения в краевые или начальные условия таким образом, что полученная задача поддается изучению. Во многих случаях из решения этой задачи в результате устремления к нулю указанного параметра удается либо получить решение исходной задачи, либо разумно обобщить понятие ее решения.

Этот метод берет свое начало от опубликованной в 1948 г. работы Андрея Николаевича Тихонова «О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра»*). В ней поставлен и решен вопрос о том, при каких условиях, налагаемых на заданную функцию $f(x, y)$, решение $y=\varphi(x, \mu)$ задачи Коши для уравнения

$$\mu \frac{dy}{dx}=f(x, y)$$

имеет предел при $\mu \to 0$ и этот предел совпадает с определенной ветвью $y=\psi(x)$ кривой, записанной в неявном виде $f(x, y)=0$.

Следует отметить, что в этой работе и в последующих работах Андрей Николаевич заложил основы теории сингулярных возмущений, которая в настоящее время переживает свое бурное развитие.

Как известно, задача математической физики называется корректно или правильно поставленной по Адамару, если она имеет единственное устойчивое решение. Получилось так, что задачи, не обладающие этими свойствами, были объявлены не имеющими практического значения. Андрей Николаевич Тихонов один из первых усомнился в правомерности такого взгляда, указав на то обстоятельство, что в приложениях часто приходится иметь дело именно с некорректно поставленными по Адамару задачами. Вместе с тем наличие неустойчивости становится несущественной помехой, когда речь идет о численном решении рассматриваемой задачи. Учитывая это обстоятельство, Андрей Николаевич пришел к заключению о необходимости либо сужения множеств, к которым принадлежат искомые решения и дополнительные краевые, начальные и др. данные, либо нахождения способа регуляризации рассматриваемой задачи. В результате глубоких размышений для различных классов задач он указал на возможности преодоления затруднений в таких случаях. Отсюда берут свое начало тихоновский подход к некорректно поставленным задачам и довольно общий метод их регуляризации по Тихонову.

Задачи, поставленные корректно или некорректно (по Адамару), о которых речь шла выше и в решении которых огромны заслуги Андрея Николаевича Тихонова, относятся к так называемым прямым задачам математической физики. Некоторые из них эквивалентно редуцируются к линейным операторным уравнениям первого рода, которые естественно являются носителями всех трудностей, вызванных природой исходных задач (задачи определения решений операторных уравнений первого рода поставлены некорректно).

Наряду с прямыми задачами существуют и непрямые задачи математической физики, такие как, например,

1) обратные задачи теории потенциала, в которых требуется определить область, занятую массой, и плотность распределения масс, когда известен потенциал этих масс;

2) обратные задачи теории тепловых потенциалов;

3) задача восстановления линейного оператора по заданному его спектру;

4) задачи интегральной геометрии и др.

В исследовании этих задач вклад Андрея Николаевича весьма значителен. Эти задачи эквивалентны нелинейным операторным уравнениям первого рода и, стало быть, они поставлены некорректно. Из перечисленных здесь некорректно поставленных задач Андрей Николаевич Тихонов выделил подклассы так называемых регуляризуемых задач и указал метод их исследования, который так же, как в линейном случае, в настоящее время носит его имя.

С каких бы позиций ни подходить к научному творчеству Андрея Николаевича Тихонова, с позиций абстрактной математики или с пози-

*) Мат. сб. 1948. Т. 22 (61). С. 193—204.

ции разделенной по частям («чистой» и «прикладной») математики, восхищает фундаментальность полученных им результатов и непреходящая их прикладная важность. Творческая деятельность Андрея Николаевича всегда проходила и проходит в тесном сотрудничестве с математиками, механиками, физиками, астрофизиками, геологами, географами, химиками, биологами, экологами, экономистами и т. д. Трудно сказать, какая из сторон была доминирующей при выборе им научной проблематики — теоретическая или прикладная. По-видимому, и та, и другая.

Для смежных с математикой отраслей знания и для производственной практики особо важно уметь строить как точные, так и в определенном смысле приближенные (в том числе численные) решения задач, которые моделируются в математических терминах. Это обстоятельство постоянно имеет и имел в виду Андрей Николаевич даже тогда, когда он был увлечен топологией. Он и над указанными задачами интенсивно ведет исследования, и здесь бесспорна фундаментальность полученных им результатов.

Опыт, накопленный в прикладных математических исследованиях, особенно после того как подспорьем в творческом труде ученых оказались ЭВМ, показывает, что для успешного ведения таких исследований необходимо мыслить по-новому. Лучший пример новаторского мышления и на этот раз показывает Андрей Николаевич.

Даже при «неограниченных» технических возможностях используемых ЭВМ возникают случаи на первый взгляд элементарных задач, например задачи нахождения решения линейной алгебраической системы уравнений, когда, как показал А. Н. Тихонов, нет возможности вводить понятие устойчивого решения (даже обобщенного) при имеющихся конкретных данных и, следовательно, получение желаемого результата невозможно. Разумное введение понятия решения, обладающего устойчивостью, становится возможным при допущении, что имеется определенный произвол в задании коэффициентов рассматриваемой системы и ее правых частей, обусловленный параметрами, от которых они зависят, с указанием области изменения этих параметров. Поступить так вполне естественно, тем более, что абсолютной точностью при взятии данных, т. е. при составлении модели, исследователь не располагает. Эта мысль приведена в одной из опубликованных в 1986 г. работ Андрея Николаевича Тихонова.

Актуальность, глубина и диапазон научной тематики Андрея Николаевича, щедрость его таланта, требовательность в первую очередь к себе, человеческая доброта и благожелательность обусловливают тот отрадный факт, что он всегда находится в окружении талантливой научной молодежи. Поэтому неудивительно, что еще в сороковых годах сложилась признанная во всем мире научная школа Тихонова. Среди непосредственных учеников Андрея Николаевича много прославленных имен — выдающихся ученых, возглавляющих большие научные коллективы, создавших свои научные школы.

Неоценима научно-организаторская деятельность А. Н. Тихонова. Значительна его роль в создании Института прикладной математики АН СССР, директором которого он является после безвременной кончины Мстислава Всеволодовича Келдыша.

Андрей Николаевич имеет значительные заслуги в постановке математического образования (как среднего, так и высшего). Он является одним из первых советских ученых, которые правильно поняли и оценили потребности коммунистического строительства, роли и места науки, особенно математики, в осуществлении грандиозных народнохозяйственных предначертаний, выработанных под руководством Коммунистической партии Советского Союза.

Начиная уже с пятидесятых годов в нашей стране остро ощущалась нехватка квалифицированных математиков, способных вести прикладные исследования. В преодолении этой трудности самое активное, определяющее участие принимал Андрей Николаевич Тихонов. По его инициативе в 1970 г. при Московском университете был создан первый в практике нашей страны факультет Вычислительной математики и кибернетики (факультет ВМиК), бессменным деканом которого он является. За сравнительно короткий период своего существования этот факультет добился больших успехов. Его выпускники с достоинством и ответственностью выполняют свои обязанности в учреждениях, которые нуждаются в их труде. Спрос на специалистов — выпускников факультета ВМиК МГУ непрерывно растет.

Большое внимание уделяет Андрей Николаевич преподаванию математики в общеобразовательных средних школах. Под его руководством и при его личном участии составлены новые программы и экспериментальные учебники по школьным математическим дисциплинам. Опыт, накопленный в многолетней профессорской деятельности в высших учебных заведениях нашей столицы, а также при составлении (в соавторстве со своими учениками и соратниками по науке) хорошо зарекомендовавших себя учебников по разным разделам современной математики, и в этом деле обеспечил ему успех.

Мировая научная общественность заслуженно считает Андрея Николаевича Тихонова классиком науки. Он пользуется всеобщим уважением в нашей стране, искренней любовью многочисленных своих учеников и последователей. Заслуги действительного члена Академии наук СССР, лауреата Ленинской и Государственных премий СССР Андрея Николаевича Тихонова отмечены высокими правительственными наградами. Он является одним из первых ученых нашей страны, удостоенных в начале пятидесятых годов звания Героя Социалистического Труда.

Свой юбилей Андрей Николаевич встречает на трудовом посту, он продолжает плодотворную научную и организаторскую деятельность. Пожелаем ему доброго здоровья, новых творческих свершений и счастья.

А. В. БИЦАДЗЕ, Н. П. ЕРУГИН,
В. А. ИЛЬИН, А. А. САМАРСКИЙ