ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

А.А. Самарский, С.П. Курдюмов,
Н.В. Змитренко, А.П. Михайлов

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ И ОСОБЕННОСТИ ТЕРМОДИНАМИКИ РЕЖИМОВ ОБОСТРЕНИЯ

Препринт № 109 за 1976г.

Москва.

АННОТАЦИЯ

Работа представляет собой изложение доклада авторов, представленного на международное совещание по проблеме инерционного удержания в УТС. Совещание проводилось в рамках МАГАТЭ в СССР, в г.Дубне, в июле 1976 г.

В работе изложены основные результаты изучения явлений, возникающих в сплошной среде с квазилинейными процессами переноса при развитии в ней сильно нестационарных процессов (так называемых режимов с обострением). Формулируются представления о метастабильной локализации тепла (магнитного поля) на фундаментальной тепловой (магнитной) длине (или массе, в случае сжимаемой среды). Рассматриваются особенности сильно нестационарной термодинамики режимов обострения, приводящие к усложнению организации среды (возникновению структур в результате цепной реакции в нелинейной среде, закону их объединения в более сложную организацию и др.). Даются оценки процесса нагрева плазмы лазерным излучением в режиме обострения, которые могут быть использованы при экспериментальном обнаружении явления метастабильной локализации тепла (тепловой инерции).

ВВЕДЕНИЕ

Изучаются квазилинейные процессы переноса в сплошной среде (коэффициенты теплопроводности, проводимости и т.д. зависят от температуры, магнитного поля и других величин) в условиях развития в ней, так называемых, режимов с обострением. Под режимами с обострением понимаются сильно нестационарные процессы, когда величины растут со временем по закону, приводящему к обращению их в бесконечность в конечный момент времени.

Примером такого граничного режима является закон нарастания лазерного потока $\sigma = \sigma_0 \cdot (t_f - t)^{-2}$ (рис.I), используемый для почти адиабатического сжатия ядра мишени в лазерном УТС [I] . Режимы с обострением могут также возникать в среде за счет ее нелинейных свойств, например, в результате действия в среде нелинейных объемных источников.

Изучение режимов с обострением [2 ÷ 6, 22÷27] показывает, что их сочетание с нелинейными свойствами среды порождает ряд новых парадоксальных явлений, характеризующих особенности квазилинейных процессов переноса тепла, магнитного поля и т.д. при таких временных режимах.

Сильно нестационарные процессы обуславливают эффект метастабильной локализации тепла, магнитного поля и других величин на определенных пространственных масштабах или участках массы (в сжимаемой среде).

Локализация является внутренней причиной распада среды на тепловые, магнитные и другие типы структур. Эти структуры (т.е. неоднородности температуры, магнитного поля и т.д.) представляют собой открытые термодинамические системы, которые самоподдерживаются, превращая направленное гидродинамическое движение или энергию магнитного поля или термоядерную (химическую) энергию в тепло. Процессы рождения, самоподдержания, размножения и сложного вэаимодейотвия структур в плазме неоднократно наблюдались в физичеоких экспериментах (например [7÷9]), а также при численном моделировании нелинейных МГД и РМГД процессов и в ряде теоретических расомотрений (см.например [10÷15]).

Развитие процессов в режиме с обоотрением подчиняется нескольким общим, доотаточно простым принципам, которые можно назвать закономерноотями термодинамики для сильно нестационарных процесоов [6,22,25] .

Возникающие в среде структуры могут сосуществовать и объединяться, усложняя организацию среды, только при выполнении определенных условий (принцип суперпозиции нелинейных оистем).

Изложение проводится на примере анализа простейших задач для уравнения нелинейной теплопроводности в неподвижной среде. Это позволяет чётко показать закономерности изучаемых процессов и сформулировать главные выводы.

Метастабильная локализация тепла вначале раосматривается при изучении задачи о распространении тепла в холодное полупроотраноство. Температура (или тепловой поток) на границе меняется в режиме с обоотрением, что моделирует действие на среду лазерного импульса с обострением. Оцениваютоя параметры ДТ-плазмы, нагреваемой в обостряющемся режиме.

Локализация горения, оообенности развития структур и ряд других закономерностей термодинамики сильно нестационарных процеосов анализируются, главным образом, в задаче о горении неподвижной среды с нелинейной теплопроводностью и объемными источниками тепла. Для иллюстрации применимости установленных понятий в более сложных ситуациях приводится пример объединения и сложного взаимодействия различных структур в плазме, при учете в ней газодинамического движения, переноса тепла и других процессов (автомодельная задача сжатия плазмы с магнитным полем тяжелой оболочкой при росте величин на ее границе в режиме обострения).

§ 1 Метастабильная локализация тепла

1. Процесс распространения тепла в неподвижной среде с нелинейной теплопроводностью в простейшем одномерном случае описывается уравнением:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right) \qquad (I)$$

здесь $T(z,t)$ - температура, t - время, $0\leq z<+\infty$ - координата, $\kappa=\kappa(T)=\kappa_0\cdot T^{\sigma}$, $\sigma>0$ - коэффициент температуропроводности.

Решение различных краевых задач и задачи Коши для уравнения (I) показало, что проникновение тепла в холодную среду $(\kappa(T)=0)$ происходит с конечной скоростью [16÷18]. Конечная скорость распространения является прямым следствием зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. При обычных, растущих со временем не в режиме обострения, граничных режимах тепло распространяется в холодную среду в виде тепловой волны, имеющей конечный фронт, координата которого увеличивается с течением времени. Увеличивается также и эффективная (скиновая) глубина прогрева среды тепловой волной.

Ниже рассматривается класс граничных режимов с обострением (S и LS -режимов), действие которых порождает метастабильную локализацию тепла. При этом область с отличной от нуля температурой не меняется в течение конечного промежутка времени. Температура и количество тепла внутри области локализации могут возрастать до сколь угодно больших значений. Эффективная глубина прогрева вещества тепловой волной (полуширина) остается постоянной (S - режим), либо уменьшается с течением времени (LS -режим).

2. Пусть на границе ненагретой среды

$$T(z,t_0)=0 \tag{2}$$

температура растет по закону

$$T(0,t)=T_0\cdot(t_f-t)^n,\quad n<0,\quad T_0=Const>0 \tag{2'}$$

Закон (2′) при изменении времени в промежутке от $t_0\le t<t_f$ моделирует нарастание температуры в режиме обострения с моментом фокусировки (обращение температуры в бесконечность) $t=t_f$.

При $t_0=-\infty$ задача (I),(2),(2) автомодельна. Реальный процесс, естественно, начинается с некоторого конечного момента $t=t_0\neq-\infty$. Если начальные данные при $t=t_0$ неавтомодельны (например, нулевые), то требуется некоторое время для установления процесса и проявления его закономерностей.

3. При $n<-1/6$ локализация отсутствует. Тепло в ненагретую среду распространяется в виде волны с растущей полушириной; фронт волны имеет конечную скорость (HS -режим). В этом смысле решение ничем не отличается от известных ранее [I6-I7] . Граничный режим формирует "выпуклый" профиль тепловой волны, продвигающейся в глубь пространства.

При $n=-\frac{1}{6}$, $t_0=-\infty$, задача (I),(2),(2′) имеет аналитическое решение в виде остановившейся тепловой волны (S -режим), изучавшееся впервые в [I9] :

$$T(r,t) = \begin{cases} T_0 \cdot (t_f - t)^{-1/\sigma} \cdot (1 - r/r_\varphi)^{2/\sigma}, & r \le r_\varphi \\ 0, & r > r_\varphi \end{cases} \qquad (3)$$

где r_φ – глубина прогрева вещества остановившейся волной, определяемая его свойствами $(\varkappa_0, \sigma)$ и интенсивностью граничного режима (константой T_0):

$$r_\varphi = [2 \cdot \varkappa_0 \; T_0^\sigma (\sigma + 2)/\sigma]^{1/2}$$

Решение (3) демонстрирует эффект метастабильной локализации тепла в S -режиме. Фронт тепловой волны неподвижен, полуширина постоянна, несмотря на то, что при приближении к моменту фокусировки температура и количество тепла в области $0 \le r \le r_\varphi$ стремятся к бесконечности.

При реализации S -режима с момента $t = t_0$, $t_0 \ne -\infty$, с нулевых начальных данных необходимо определенное время для его установления. Сначала тепловая волна, распространяясь в HS -режиме, достигает глубины $r = r_\varphi$, затем останавливается и, вплоть до момента $t = t_f$, осуществляется S - режим.

В случае $n > -1/\sigma$ тепло распространяется в LS -режиме. На рис.2 приведены профили температуры на разные моменты времени, полученные в результате численного расчета задачи (I), (2), (2′). LS -режим проникновения тепла сопровождается сокращением полуширины области прогрева со временем. Крестиками отмечена полуширина, после установления она уменьшается. Очередные равные порции тепла, поступающие за всё более короткие промежутки времени локализуются в сокращающейся со временем зоне вблизи границы нагрева.

4. Приведенные примеры иллюстрируют своеобразную инерцию тепла в среде с нелинейной теплопроводностью. Сформулируем основные результаты, касающиеся эффекта метастабильной локализации

тепла [4,6,22,23,25,27]:

Причина локализации - специфический "вогнутый" характер профиля температуры в тепловой волне.

Локализация характерна для определенного класса граничных режимов с обострением. Любой граничный режим с обострением, меняющийся со временем не быстрее граничного S - режима (т.е. мажорируемый S - режимом), за время фокусировки мажорирующего S - режима не может привести к распространению фронта тепловой волны на глубину превышающую значение $r_{ф}$ этого S-режима.

Температура и количество тепла в зоне локализации могут неограниченно возрастать. Эффективная глубина прогрева постоянна, либо уменьшается.

В режиме обострения процесс распространения тепла при приближении к моменту фокусировки (на развитой асимптотической стадии) определяется только граничным законом и не зависит от начальных данных. В частности, локализация эффективно имеет место и при ненулевом начальном фоне температуры.

Сделанные выводы основаны на строгих математических теоремах и на анализе аналитических, автомодельных и численных решений соответствующих задач. Результаты обобщаются на ряд случаев, когда распространение тепла носит более сложный характер, например, на многомерный случай [4,27] .

5. Граничные режимы, приводящие к локализации тепла, позволяют в принципе концентрировать любое количество энергии в фиксированной области пространства и удержать его в течение конечного времени. Поэтому представляет интерес оценить параметры плазмы, достигаемые в результате ее нагрева мощным лазерным импульсом в режиме с обострением, порождающим локализацию, например, в S - режиме.

Предположим, что лазерным импульсом нагревается полностью ионизованная DT -плазма ($\sigma = 2,5$), лазерное излучение поглощается на границе, газодинамическим движением, собственным излучением плазмы и другими процессами можно пренебречь [20]. В момент $t_0 = 0$ начинает нагреваться граничащий с вакуумом плоский слой вещества площадью $S \approx r_{\varphi}^2$.

При сделанных предположениях можно провести оценки, основываясь на аналитическом решении (3).

Установление S -режима при $\sigma = 2,5$ гарантируется при выполнении условия $t_f/\varepsilon \geq 10^3$, t_f - время фокусировки, $t_f - \varepsilon$ - время окончания процесса нагрева, ε - время удержания температуры $T_M = T(0, t_f - \varepsilon)$, достигнутой к моменту $t = t_f - \varepsilon$.

Тепловой поток на границе в S -режиме меняется по закону:

$$W(0,t) = W_0 \cdot (t_f - t)^{-\frac{\sigma+1}{\sigma}} = W_0 \cdot (t_f - t)^{-1,4}$$

При $t_f/\varepsilon \simeq 10^3$ отношение максимального потока $W_M = W(0, t_f - \varepsilon)$ к начальному $W_H = W(0,0)$ равно $W_M/W_H \simeq 10^4 \div 10^5$. Половина энергии импульса вкладывается за время $5\varepsilon \simeq t_f/200$ (рис.I).

Параметры импульса связаны с параметрами плазмы следующими соотношениями:

$$W_M\left(\frac{\text{ватт}}{\text{см}^2}\right) \simeq 6,7 \cdot 10^{13} \cdot T_M^{2,25}(\text{кэв}) \cdot \varepsilon^{-0,5}(\text{н.сек}) \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0,5}$$

$$r_{\varphi}(\text{см}) \simeq 1,1 \cdot 10^{-2} \cdot T_M^{1,25}(\text{кэв}) \cdot \varepsilon^{0,5}(\text{н.сек}) \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{0,5} \qquad (4)$$

$$E_0(\text{дж}) \simeq 1,5 \cdot 10^{-28} \cdot \varepsilon^{23/9}(\text{н.сек}) \cdot W_M^{19/9}\left(\frac{\text{ватт}}{\text{см}^2}\right)\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{14/9}$$

Здесь T_M - максимальная температура, r_{φ} - глубина прогрева, E_0 - полная энергия лазерного импульса, ρ -плотность плазмы в г/см^3, $\rho_0 \simeq 0{,}2$ г/см^3 – плотность конденсированной ДТ-смеси.

Влияние газодинамики оценивается по отношению $r_{\varphi}/r_{г\mathcal{D}}$, где $r_{г\mathcal{D}}$ – глубина проникновения волны разрежения, вычисляемая по скорости звука на границе:

$$\frac{r_{\varphi}}{r_{г\mathcal{D}}} \simeq 2\cdot 10^{-3}\cdot \mathcal{E}^{-0,5}(н.сек)\cdot T_m^{0,75}(кev)\cdot\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-0,5}$$

Приведем таблицу оценок для плотности плазмы $\rho = 10^{-2}\rho_0$, $\rho \simeq 2\cdot 10^{-3}$ г/см^3; $t_{f/\mathcal{E}} \simeq 10^3$:

№	T_m (кэв)	$W_m\left(\frac{ватт}{см^2}\right)$	r_{φ} (см)	$\mathcal{E}$ (нсек)	E_0 (дж)
1	1	10^{14}	$8\cdot 10^{-3}$	$5\cdot 10^{-3}$	10^{-1}
2	3	10^{15}	$3{,}4\cdot 10^{-2}$	$6\cdot 10^{-3}$	10
3	8	10^{16}	$1{,}1\cdot 10^{-1}$	$5{,}2\cdot 10^{-3}$	10^3

Для случаев 1÷3 справедливо соотношение $r_{\varphi}/r_{г\mathcal{D}} \approx 1$. Так как мала плотность плазмы и времена удержания, то греются, в основном, электроны. При анализе возможности получения высоких ионных температур и заметного выхода нейтронов необходимо учитывать газодинамическое движение и другие процессы.

Экспериментальное обнаружение локализации может проводиться в другом диапазоне температур и времен, чем в оценках 1÷3. Это следует из соотношений подобия, подтверждаемых численными расчетами. При увеличении масштаба характерных времен в α раз, масштаб температуры уменьшается в $\alpha^{1/6}$ раз.

§2. Развитие тепловых структур

I. Режимы с обострением могут существовать в среде с нелинейной теплопроводностью и в отсутствие граничных режимов как следствие действия нелинейных объемных источников тепла [5,6, 22÷27].

Действительно, рассмотрим в области $-\infty < z < +\infty$ задачу Коши для квазилинейного уравнения теплопроводности с источником (задачу о горении):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_0 \cdot T^{\sigma} \frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_0 \cdot T^{\beta}, \quad q_0 > 0 \tag{5}$$

для значений времени $t \geq t_0$ с начальными условиями:

$$T(z, t_0) = T_0(z) \tag{6}$$

Начальное возмущение температуры $T_0'(z)$, инициирующее горение, задано на конечном интервале или на ряде конечных интервалов или во всем пространстве. Для значений $\beta > 1$ существует решение задачи (5),(6) вида

$$T(z,t) = q_0^{n} \cdot (t_f - t)^{n} \cdot f(\xi)$$
$$\xi = z \cdot \left[\sqrt{K_0 \cdot q_0^{n\sigma}} \cdot (t_f - t)^{m}\right]^{-1} \tag{7}$$

где $n = (1-\beta)^{-1}$, $m = \frac{1}{2}(1 + n\sigma) = \frac{1+\sigma-\beta}{2(1-\beta)}$

а $f(\xi)$ - решение уравнения

$$-n \cdot f + m \cdot \xi \cdot f' = (f^{\sigma} \cdot f')' + f^{\beta}, \quad f' \equiv \frac{df}{d\xi} \tag{8}$$

где $f^{\sigma} \cdot f' = 0$, $f = 0$ при $z = \pm\infty$

Функция (7) есть решение задачи (5) с начальными данными специального вида:

$$T_0(r)=q_0^{n}\cdot(t_f-t_0)^{n}\cdot f(\xi_0)\equiv T_a(r,t_0) \qquad (9)$$

где $\xi_0(r)=r\cdot\left[\sqrt{\varkappa_0\cdot q_0^{n\sigma}}(t_f-t_0)^{m}\right]^{-1}$

Величина t_f (момент фокусировки), определяющая время существования решения t_f-t_0, находится из начальных данных:

$$t_f=t_0+\frac{f^{\beta-1}(0)}{q_0\cdot T_a^{\beta-1}(0,t_0)} \qquad (10)$$

Температура в решении (7) растет при $t\to t_f$ в режиме обострения.

К режимам обострения приводит и решение задачи (5) с начальными данными другого специального вида: $T_0(r)=T(t_0)=Const.$ Это есть решение задачи о гомотермическом горении; оно имеет вид:

$$T(r,t)=T(t)=\{(\beta-1)\cdot q_0(t_f-t)\}^{n} \qquad (11)$$

где t_f определяется из (10) с $f(0)=(\beta-1)^{n}$. Исследование устойчивости решения (11) относительно малых возмущений $\delta T=A(t)\cdot\exp i\left(-\frac{2\pi\cdot r}{\lambda}\right)$ показывает, что при $\beta<\sigma+1$ оно устойчиво для возмущений всех длин волн, а при $\beta>\sigma+1$ неустойчиво для возмущений любых длин волн; при этом возмущения растут по закону $(t_f-t)^{\beta\cdot n}$. Гомотермическое горение при $\beta=\sigma+1$ неустойчиво для возмущений с длинами волн большими критической $\lambda=\lambda_c=\frac{2\pi}{\sqrt{\sigma+1}}\sqrt{\varkappa_0/q_0}$; при этом возмущения растут по закону $(t_f-t)^{n_1}$, $n_1=\beta\cdot n\left[1-(\lambda_c/\lambda)^2\right]$

2. Исследование задачи (5),(9) приводит к выводу о существовании трех режимов горения среды:

1) HS-режим (при $1<\beta<\sigma+1$). Тепло распространяется в холодную среду в виде тепловой волны с конечным фронтом и при $t\to t_f$ горение охватывает все простран-

ство.

2) S -режим (при $\beta=\sigma+1$). Решение $T(r,t)$ отлично от нуля на конечном интервале $-r_\varphi \le r \le r_\varphi$ (как и в случае HS - режима), но $m=0$, так что распространения тепла в среду не происходит (тепло локализовано), хотя в области горения температура достигает бесконечных значений при $t \to t_f$.

3) LS - режим (при $\beta > \sigma + 1$). Из (7) следует, что точка профиля температуры с фиксированным ξ (волна состояния) движется в сторону уменьшения $|r|$ (сокращение эффективной ширины области горения). При этом фронт тепловой волны находится на бесконечности: $r_\varphi = \pm\infty$.

Изучение профиля температуры для решений вида (7) основывается на исследовании уравнения (8). Заменой $X=f^{\sigma+1}$ оно преобразуется к уравнению движения материальной точки в поле сил:

$$X''=m\cdot\xi\cdot X^{-\frac{\sigma}{\sigma+1}}\cdot X'-(\sigma+1)\left(nX^{\frac{1}{\sigma+1}}+X^{\frac{\beta}{\sigma+1}}\right) \tag{12}$$

Если $m\neq 0$, поле сил (12) неконсервативно. В HS-режиме на точку действует сила трения $(m<0)$, в LS - режиме - раскачивающая сила (отрицательное трение, $m>0$). В случае S -режима ($m=0$) поле сил консервативно, его потенциал имеет вид $V(X)=\frac{\sigma+1}{2}\cdot X^2-\frac{(\sigma+1)^2}{\sigma(\sigma+2)}\cdot X^{\frac{\sigma+2}{\sigma+1}}$. Он достигает минимума $V_0=-\frac{\sigma+1}{2(\sigma+2)}\sigma^{-\frac{\sigma+2}{\sigma}}$ в точке $X=X_0=\sigma^{-\frac{\sigma+1}{\sigma}}$ и обращается в нуль при $X=X_1=0$ и $X=X_2=\left[\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\right]^{\frac{\sigma+1}{\sigma}}$.

Уравнение (8) в этом случае имеет первый интеграл

$$\frac{1}{2}(X')^2+V(X)=E_0 \tag{13}$$

где константа E_0 имеет смысл полной энергии колебаний.

При $V_0 < E_0 < 0$ осуществляются колебания вокруг гомотермического фона $X = X_0$, при уменьшении E_0 их амплитуда и период уменьшаются. При $E_0 = V_0$ имеет место гармоническое колебание с бесконечно малой амплитудой и периодом $\Delta\xi_r = \frac{2\pi}{\sqrt{\sigma}}$.

При $E_0 = 0$ осуществляется колебание с предельно большой амплитудой $X = X_2$ и наибольшим периодом $\Delta\xi_T = \frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}$.

В этом случае уравнение (I2) интегрируется и дает

$$f(\xi) = X^{\frac{1}{\sigma+1}}(\xi) = \left\{\frac{2(\sigma+1)}{\sigma\cdot(\sigma+2)}\sin^2\left(\frac{\pi\xi}{\Delta\xi_T} + \pi\theta\right)\right\}^{1/\sigma} \qquad (I4)$$

где θ - постоянная интегрирования. Размерная величина периода

$$L_T = \frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}\cdot\sqrt{K_0/q_0} \qquad (I5)$$

Полученные решения могут проявиться на развитой стадии эволюции неустойчивости гомотермического горения, причем размеры областей горения Δz представляют собой спектр длин:

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{\sqrt{\sigma}}\sqrt{K_0/q_0} \le \Delta z \le L_T$$

Численная реализация двух периодов решения (I4) приведена на рис.3. Каждый слой толщины L_T горит так, что температура имеет профиль (I4) и растет в соответствии с (7). Здесь $t_0 = 0$.

При $E_0 > 0$ решений, удовлетворяющих условию $f^{\sigma}\cdot f' = 0$ при $f \geqslant 0$ нет.

3. Указанные режимы являются асимптотическими. При задании произвольного возмущения $T(z, t_0) = T_0(z)$ в конечный момент времени $t = t_0$, они устанавливаются на стадии, когда выделяется тепла гораздо больше, чем имелось в начальный момент $t = t_0$. Процесс выхода отличается рядом особенностей.

Прежде всего отметим, что при $t_0 \to -\infty$, $T_q(0, t_0) \to 0$.

Задача, начинающаяся с бесконечно малых возмущений, является автомодельной и рассматривается для времени $t \in (-\infty, t_f)$. Уравнение (5) допускает сдвиг по времени и в автомодельной задаче момент $t = t_f$ можно поместить в $t = 0$. Тогда $t \in (-\infty, 0)$ см [2 ÷ 6]. В случае задания специальных (автомодельных) начальных данных (9) момент t_f определяется по (10). Положим для определенности $t_0 = 0$. Тогда $t_f \sim [q_0 \cdot T_a^{\beta-1}(0,0)]^{-1}$.

Если начальные данные неавтомодельны (не имеют вид (9)),то t_f уже не определяется по (10). Из размерных соображений

$$t_f = \tau \cdot [q_0 \cdot T_{om}^{\beta-1}]^{-1} \tag{16}$$

где $T_{om} = \max\limits_{z} T_0(z)$, τ - функция безразмерных параметров задачи, содержащихся в начальном распределении $T_0(z)$. Время t_f складывается из двух величин: $t_f = t_1 + t_2$, где t_1 - время выхода на профиль, близкий к автомодельному $T_a(z, t_1)$, t_2 - время, оставшееся этому профилю до фокусировки. Время t_2 определяется по (10):

$$t_2 = \frac{f^{\beta-1}(0)}{q_0 \cdot T_a^{\beta-1}(0,T_1)} \tag{17}$$

4. На рис. 4,5,6 приведены результаты численного решения задачи (5),(6) для значений $K_0 = 1; \sigma = 2$, $q_0 = 1$ и $\beta = 5/3$ (HS -режим, рис.4), $\beta = 3$ (S -режим, рис.5), $\beta = 5$ (LS-режим, рис.6). Во всех трёх случаях начальное возмущение температуры, заданное при $t = 0$, составлено из линейных зависимостей T от z , так что они образуют треугольник с амплитудой $T_{om} = 1$ и основанием $\Delta z_0 = L_T \equiv \Delta\xi_T \sqrt{K_0/q_0} \cong 5{,}44$ являющимся пространственным периодом решения (14) для S -режима.

Для HS - и S -режимов решения выходят на асимптотические в соответствии с (7). В случае S -режима, как показывают расчеты, независимо от условий $\Delta r_0 < L_T$ и $\Delta r_0 > L_T$, решение задачи (5),(6) асимптотически выходит на один период решения (I4).

В этом смысле величина L_T является "Фундаментальной тепловой длиной" S-режима: горение всегда происходит на "фундаментальной длине" в окрестности (имеющей диаметр L_T) точки с максимальной температурой T_{om}. Это горение носит характер вспышки. Так, если задать $\Delta r_0 < L_T$, то вначале происходит распространение тепла. Область горения растет, пока её диаметр не достигает значения L_T. Этот момент соответствует значению времени $t = t_1$, т.е. установлению профиля, близкого к автомодельному (I4). Для $t > t_1$ скорость горения возрастает на несколько порядков, возникает своеобразная вспышка тепловыделения (аналог цепной реакции [2I], но только для случая нелинейной среды).

Численные расчёты показывают, что из-за горения в режиме обострения выделение тепла в структуре происходит так быстро, что любой температурный фон (даже гомотермический, но с большим значением t_f) оказывается бесконечно малым по сравнению с температурой в структуре. Это приводит к тому, что в результате развития неустойчивости гомотермического горения в S-режиме развивается структура с максимально большой длиной волны $\lambda = L_T$, как обладающая наиболее быстрым законом роста (перекачка энергии от возмущений с меньшей длиной волны к возмущениям с большей длиной волны на нелинейной развитой стадии эволюции неустойчивости). Развитие такой структуры иллюстрирует рис.7.

Таким образом, в S-режиме, независимо от начальных данных горение среды всегда осуществляется "на фундаментальной длине" L_T, являющейся функцией только свойств среды

σ – 90 .

Для LS - режима профиль $T(z,t)$ внутри области горения близок к решению (7), (8) и существенно искажается на границе области. Размер области горения конечен, потому что, как и в случае граничных задач [4]. S - режим, горение в котором локализовано на длине L_T, мажорирует LS- режим.

Если возбуждение горения резонансно (т.е. $t_f \simeq t_q$, и вспышка начинается сразу при $t = t_0$), то размер области локализации для LS - режима легко оценить через L_T мажорирующего S - режима. Резонансная длина имеет вид:

$$L_T^* = \frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}\cdot\sqrt{K_0/q_S} = \pi\cdot\sqrt{\frac{2(\beta+\sigma+1)}{\sigma\cdot(\beta-1)}}\cdot\sqrt{\frac{K_0}{q_0}}\cdot T_{om}^{\frac{\sigma+1-\beta}{2}} \tag{18}$$

Эквивалентная величина q_S мажорирующего S - режима определяется из условия равенства начальных температур и времен фокусировки t_f мажорирующего S и исследуемого LS- режимов. Размер области локализации в LS- режиме зависит не только от свойств среды, но и от величины максимальной температуры T_{om} в начальном возмущении. Если $T_{om} \to 0$, то $L_T^* \to \infty$ и для LS- режима реализуется решение из (8) с фронтом тепловой волны на бесконечности.

Формула (18) справедлива для $\Delta z_0 \gtrsim L_T^*$, так как её вывод не учитывал разницы между t_f и t_z. Если $\Delta z_0 < L_T^*$, то $t_f > t_z$ и (18) должна быть подправлена. Область локализации (как и t_f) в этом случае зависит еще и от безразмерных параметров задачи (в первую очередь от $\mu \equiv \frac{\Delta z_0}{L_T^*}$):

$$L_T^{LS} = L_T^* \cdot R(\mu,\sigma,\beta) \tag{19}$$

В качестве безразмерной функции R можно предложить (опять-таки из мажорантных соображений) функцию

$$R = \left[\frac{\tilde{\iota}(\mu, \sigma, \beta)}{f^{\beta-1}(0)} \right]^m \qquad (20)$$

Справедливость формул (I9),(20) подтверждается рядом численных решений (5),(6) в случае LS -режима для различных значений β .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные выводы, которые можно сделать из изложенных в настоящей работе, а также в работах [2÷6] результатов таковы.

I. Действие определенного класса режимов с обострением (S и LS -режимов) в среде с квазилинейными процессами переноса метастабильно локализовано. При наличии в среде объемных источников это вызывает развитие структур.

2. Развитие структуры в режиме обострения характеризуется моментом t_f обращения величины в структуре в бесконечность. На асимптотической стадии в среде развивается то образование, которое имеет наименьший момент фокусировки. Например, для уравнения теплопроводности, в зависимости от того, какой режим (граничный или порождаемый источником) обладает более быстрым законом роста, задача сводится или к граничной или к задаче о горении.

3. Взаимодействие процесса роста величины в режиме обострения с процессом её квазилинейной диффузии (тепла, поля, вещества и т.д.) определяет размер области локализации. В сжимаемой среде областями локализации являются определенные участки массы. Каждому процессу соответствует своя "фундаментальная" длина (или масса). Рассмотрим, например, результат решения задачи о сжатии конечной массы плазмы поршнем (θ -пинч с лайнером) [3] . Объемным источником тепла в плазме является джоулев нагрев. На рис.8 приведены профили безразмерной температуры $\theta \sim T\cdot(t_f-t)^{2/5}$, плотности $\delta \sim \rho\cdot(t_f-t)^{8/5}$, величины осевого магнитного поля $h \sim H\cdot(t_f-t)$ по безразмерной координате $\lambda \sim z\cdot(t_f\cdot t)^{-4/5}$. Пример иллюстрируется существованием в плазме структур различных типов, локализованных на соответствующих "фундаментальных" массах.

4. Исследования особенностей развития структур позволяют сделать вывод о возможности суперпозиции решений нелинейных задач. Эти решения характеризуются определенными масштабами (величина размера структуры) и временем фокусировки t_f, которое зависит от начальной амплитуды возмущения T_m. Различные начальные данные приводят к образованию структур с соответственно различными моментами фокусировки. Они могут сосуществовать как единое образование уже с новым моментом фокусировки, если существует автомодельное решение, объединяющее весь этот набор начальных данных. Такое объединение допускается лишь при определенном дискретном наборе длин (масс) и амплитуд T_{mi} структур.

5. Реальные физические процессы (учёт газодинамики, объемного излучения, ограниченности источника и т.д.) приводят, как правило, к смене локализованных режимов (S и LS -режимов) распространяющимися и даже режимами без обострения.

Численное или экспериментальное исследование среды, в которой могут возникать режимы с обострением, требует учёта их особенностей. В противном случае стадия развития явлений локализации в режимах с обострением может остаться незамеченной.

В частности, при численной реализации рассмотренных в работе решений использовался специальный алгоритм выбора шага по времени.

6. Рассмотренные явления показывают, что существуют глубокие внутренние связи между нелинейными процессами в среде, её распадением на отдельные структуры и своеобразной термодинамикой режимов с обострением, сопровождающихся усложнением организации среды и возникновением особой физики плазмы со структурами [2,6,9,10,13,15,22÷27] . Процессы переноса в такой среде,

Условия инициирования термоядерной реакции, устойчивость и ряд других свойств кардинально меняются. Возникает перспектива использовать тонкие нелинейные эффекты для получения новых подходов в решении проблемы УТС. Эти явления имеют большое значение и независимо от возможности их использования в проблеме УТС.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис.1. Закон роста мощности лазерного импульса в режиме с обострением.

Рис.2. Локализация тепла в результате действия граничного LS -режима. Параметры: $n = -0{,}25$, $\sigma = 2$, $T_0 = 1{,}06$, $k_0 = 0{,}5$, $t_f = 0$, $t_0 = -0{,}25$.

Рис.3. Численная реализация двух периодов решения (14) для задачи (5),(6). Профили температуры $T(r,t)$ на различные моменты времени.

Рис.4. Результат численного решения задачи (5),(6). Горение, сопровождающееся распространением тепла (HS-режим) .

Рис.5. Профили температуры Т на различные моменты времени в численной реализации локализованного горения (S -режим).

Рис.6. Пример горения структуры с сокращающейся эффективной шириной (LS -режим), реализованный численно.

Рис.7. Профили температуры Т (r,t) в численном решении задачи о горении гомотермического фона. Развитие неустойчивости привело к образованию структуры. Её толщина $\simeq L_T$.

Рис.8. Тепловые (профиль температуры) и магнитные (профиль поля) структуры в автомодельной задаче о сжатии θ -пинча лайнером.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Nuckolls, J, Wood, L, Thiessen, A, Zimmerman, G. Nature, 239 (1972), I39.

2. Н.В.Змитренко, С.П.Курдюмов, ДАН, 2I8 (I974), I306, ДАН; 2I9 (I974), 578, Препринт ИПМ АН СССР, № I6, (I973), М.

3. Н.В.Змитренко, С.П.Курдюмов, "Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы в задачах Z - и θ - пинча", Препринт ИПМ, № I9, М., I974. Депонирован в ВИНИТИ, № 3398-75ДЕП.

4. Самарский А.А., Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П., ДАН, 223, (I975), I344.

5. Самарский А.А., Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П., ДАН, 227, (I976), 32I.

6. Курдюмов С.П. "Локализация тепла в нелинейных средах", Препринт ИПМ, № 39, М., I976.

7. Керкио Ю.А., Соколов В.С., Трынкина Н.А., Фомичёв В.Л., ДАН, 2II, (I973), 69.

8. Захаров А.К., Клавдиев В.В., Письменный В.Д., Ротхарт Л., Саенко В.Б., Старостин А.Н., Ян Г., ДАН, 2I2, (I973), I092.

9. Кварцхава И.Ф., Матвеев Ю.В., Бутов И.Я., Самарский А.А., Курдюмов С.П., Попов Ю.П., "Роль самоорганизации пинчевых разрядов в нагреве и удержании плазмы", Сб.докладов У Конференции МАГАТЭ по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу (Токио, I974), 3, IAEA, Vienna (I975), I49; Nuclear Fusion, Supplement (I975), I75.

I0. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Заклязьминский Л.А., Волосевич П.П., Дегтярёв Л.М., Курдюмов С.П., Попов Ю.П., Соколов В.С., Фаворский А.П., ДАН, I73, (I967), 808.

11. Виленская Г.Г., Немчинов И.В., ДАН, 186, (1969), 1048.

12. Дьяченко В.Ф., Имшенник В.С., "К магнитогидродинамической теории пинч-эффекта в высокотемпературной плотной плазме". Сб. Вопросы теории плазмы, 5, М., Атомиздат, 1967, стр.394.

13. Самарский А.А., Дородницын В.А., Курдюмов С.П., Попов Ю.П., ДАН, 216, (1974), 1254.

14. Комаров Н.Н., Кварцхава И.Ф., Фадеев В.М., Ядерный синтез, 5, (1965), 192.

15. Соколов В.С., Известия СО АН СССР, сер.техн.наук, № 13, (1973), 86.

16. Зельдович Я.Б., Компанеец А.С. "К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры", Сб. посвященный 70-летию акад.А.Ф.Иоффе, М., Изд.АН СССР, 1950, стр.61.

17. Баренблатт Г.И., ПММ, 16, (1952), 67.

18. Олейник О.А., Калашников А.С., Чжоу Юй-линь, Известия АН СССР, сер.матем., 22, (1958), 667.

19. Самарский А.А., Соболь И.М., ЖВ ММФ, 3, (1963), 702.

20. Басов Н.Г., Крохин О.Н., ЖЭТФ, 46, (1964), 171.

21. Семенов Н.Н., "Цепные реакции", Л., ОНТИ, 1934.

22. Н.В.Змитренко, С.П.Курдюмов, А.П.Михайлов, А.А.Самарский, "Возникновение структур в нелинейных средах и нестационарная термодинамика режимов обострения", Препринт ИПМ, № 74, 1976 г., М.

23. С.П.Курдюмов, "Нелинейные процессы в плотной плазме", Препринт ИПМ, № 18, 1975 г., М.

24. "Материалы объединенного семинара по вычислительной физике" (г.Сухуми, 1973 г.). Издательство Тбилисского университета, Тбилиси, 1976 г.

25. Н.В.Змитренко, С.П.Курдюмов, " N и S - режимы автомодельного сжатия конечной массы плазмы и особенности режимов "с обострением" ". Обзор в журнале , ПМТФ, (в печати, № 100).

26. Н.В.Змитренко, С.П.Курдюмов, "Автомодельные режимы сжатия вещества". Статья в сборнике переводов "Проблемы лазерного управления синтеза" под редакцией А.А.Филюкова. Атомиздат, 1976 г., М.

27. А.А.Самарский, "Вычислительный эксперимент в проблеме УТС". Доклад на расширенной сессии Совета по проблеме "Физика плазмы" АН СССР и конференции по физике высокотемпературной плазмы и УТС., Звенигород, 1976 г.

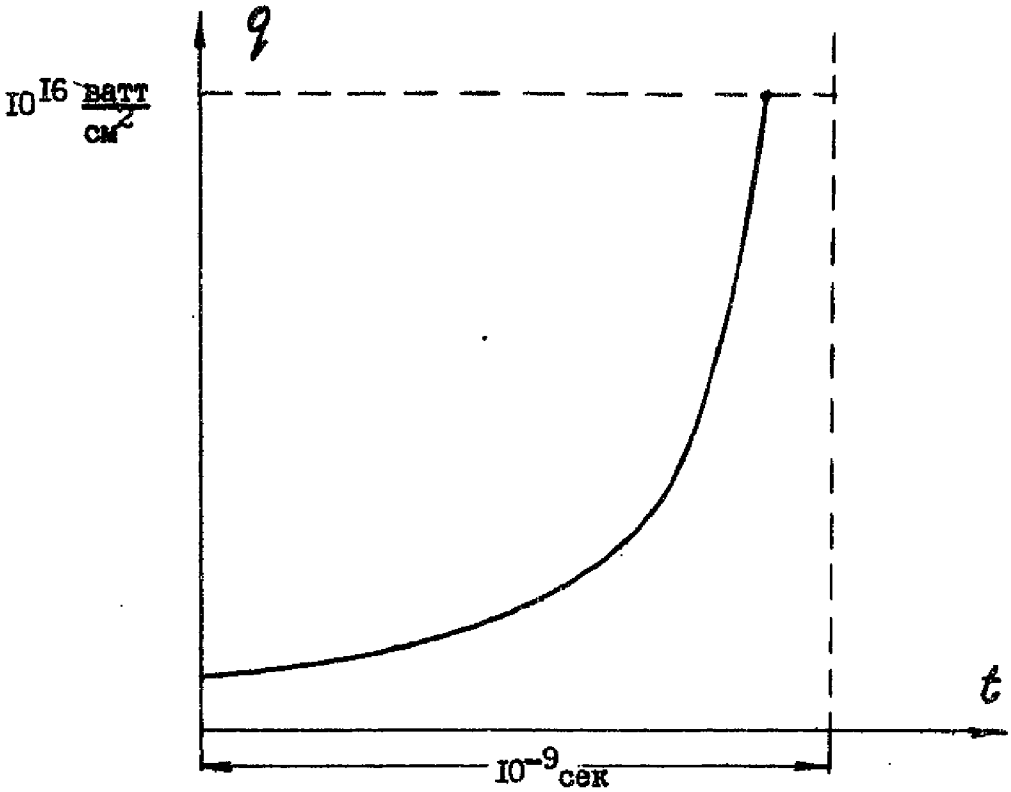


Рис. I.

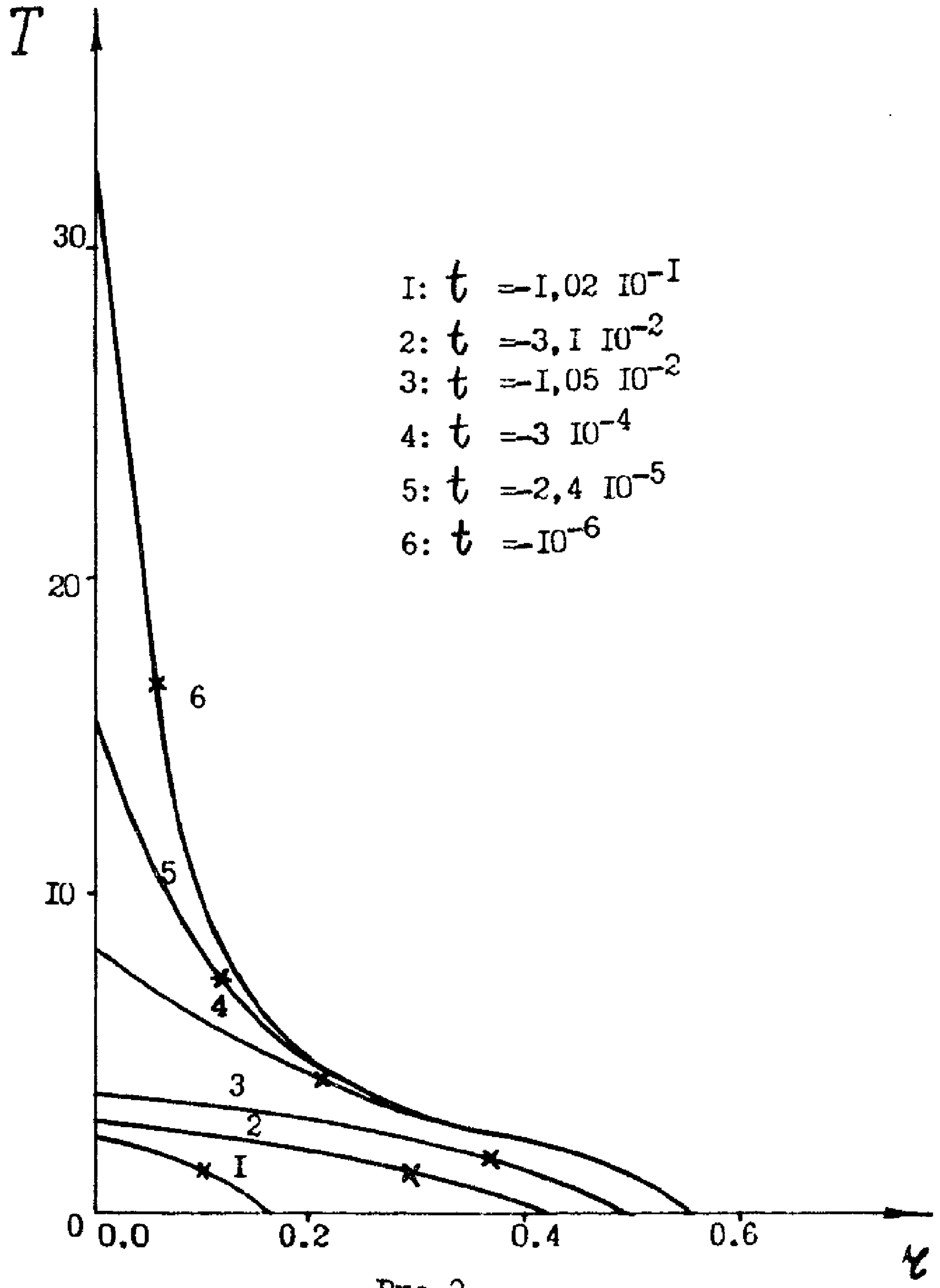

T
30
20
IO
0
0.0
0.2
0.4
0.6
τ
I: t =-I,02 IO^-I
2: t =-3,I IO^-2
3: t =-I,05 IO^-2
4: t =-3 IO^-4
5: t =-2,4 IO^-5
6: t =-IO^-6
6
5
4
3
2
I

Рис.2

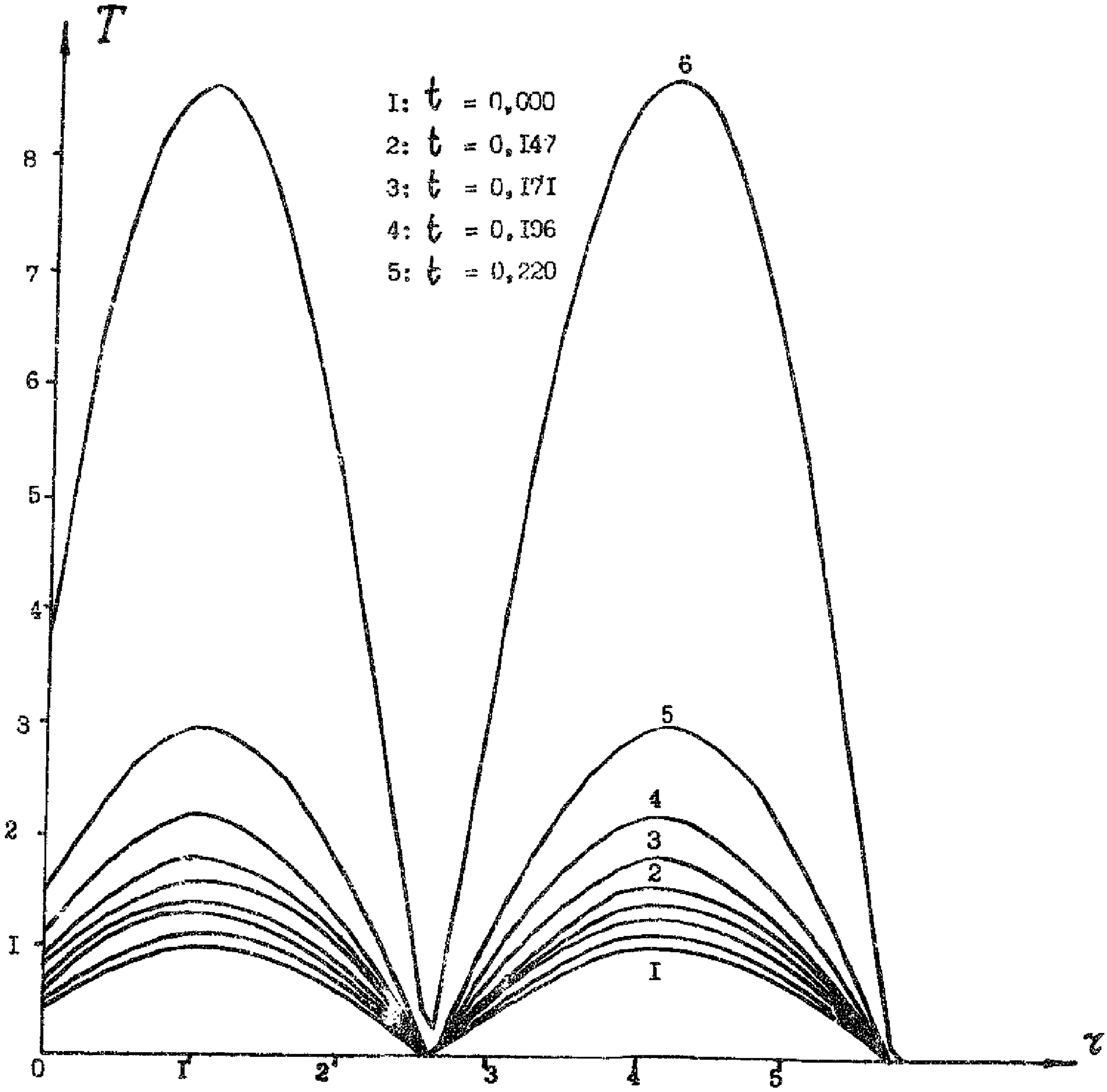

T
I: t = 0,000
2: t = 0,147
3: t = 0,171
4: t = 0,196
5: t = 0,220
6
5
4
3
2
I
8
7
6
5
4
3
2
I
0
I
2
3
4
5
τ

Рис. 3

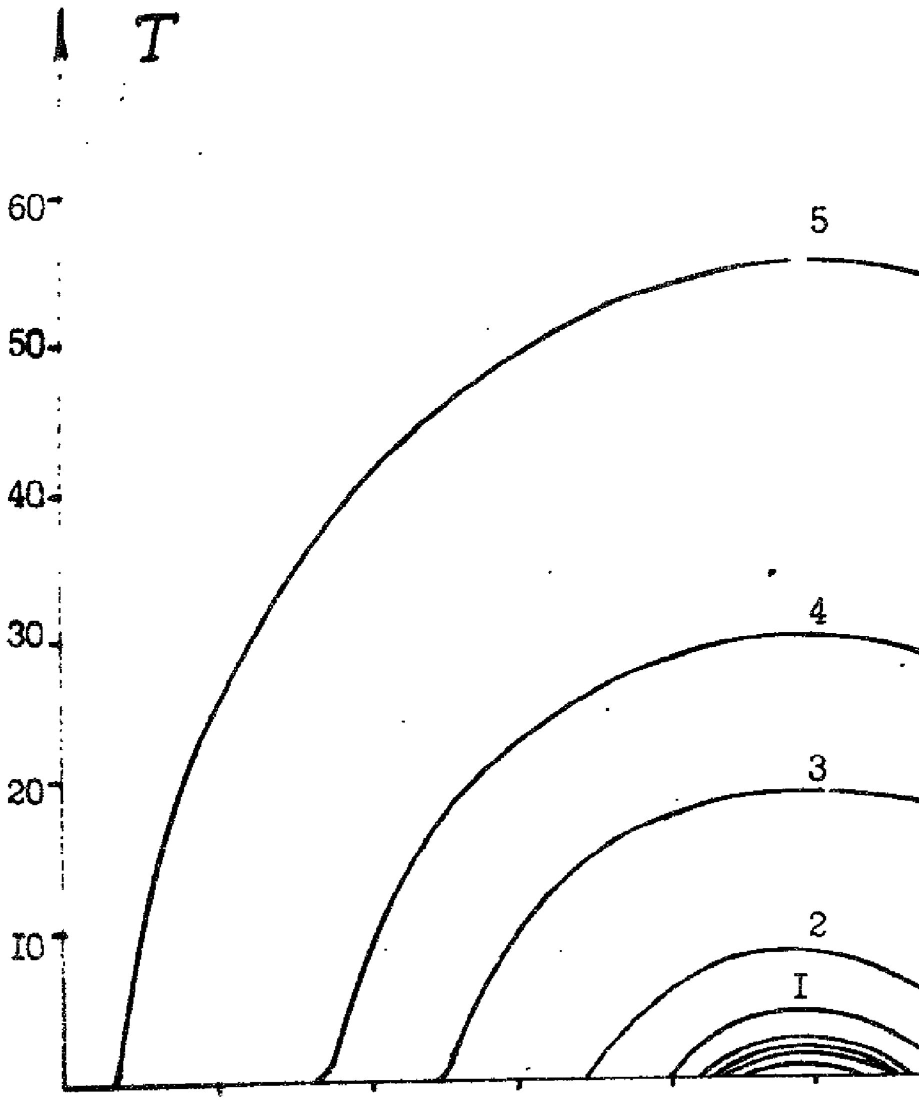
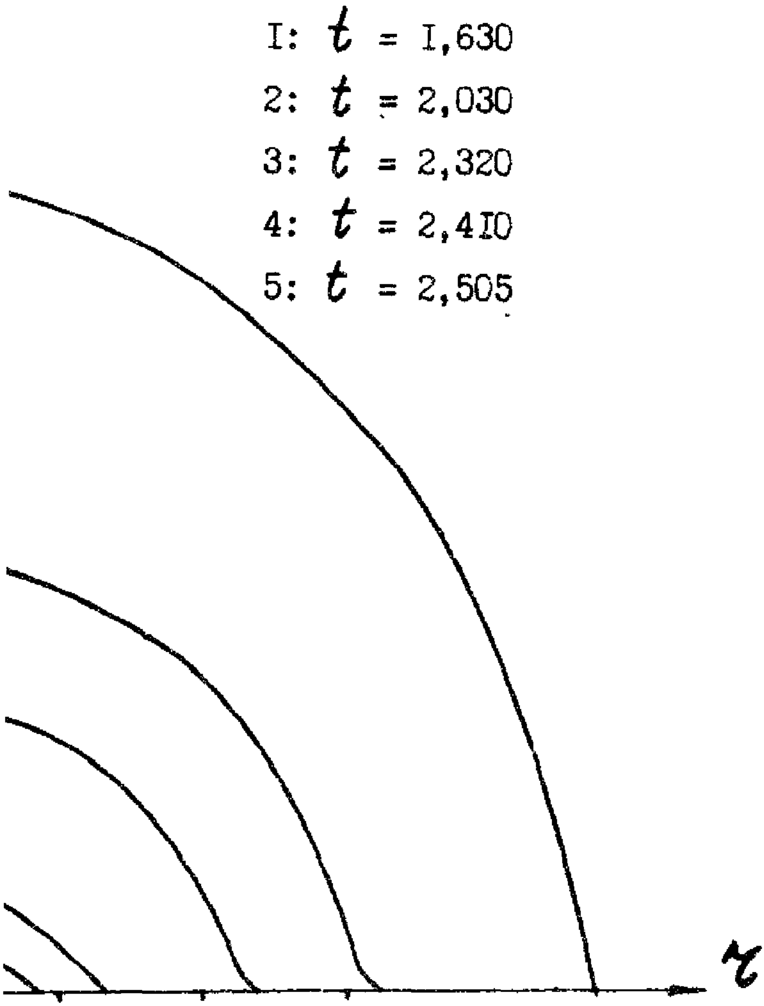
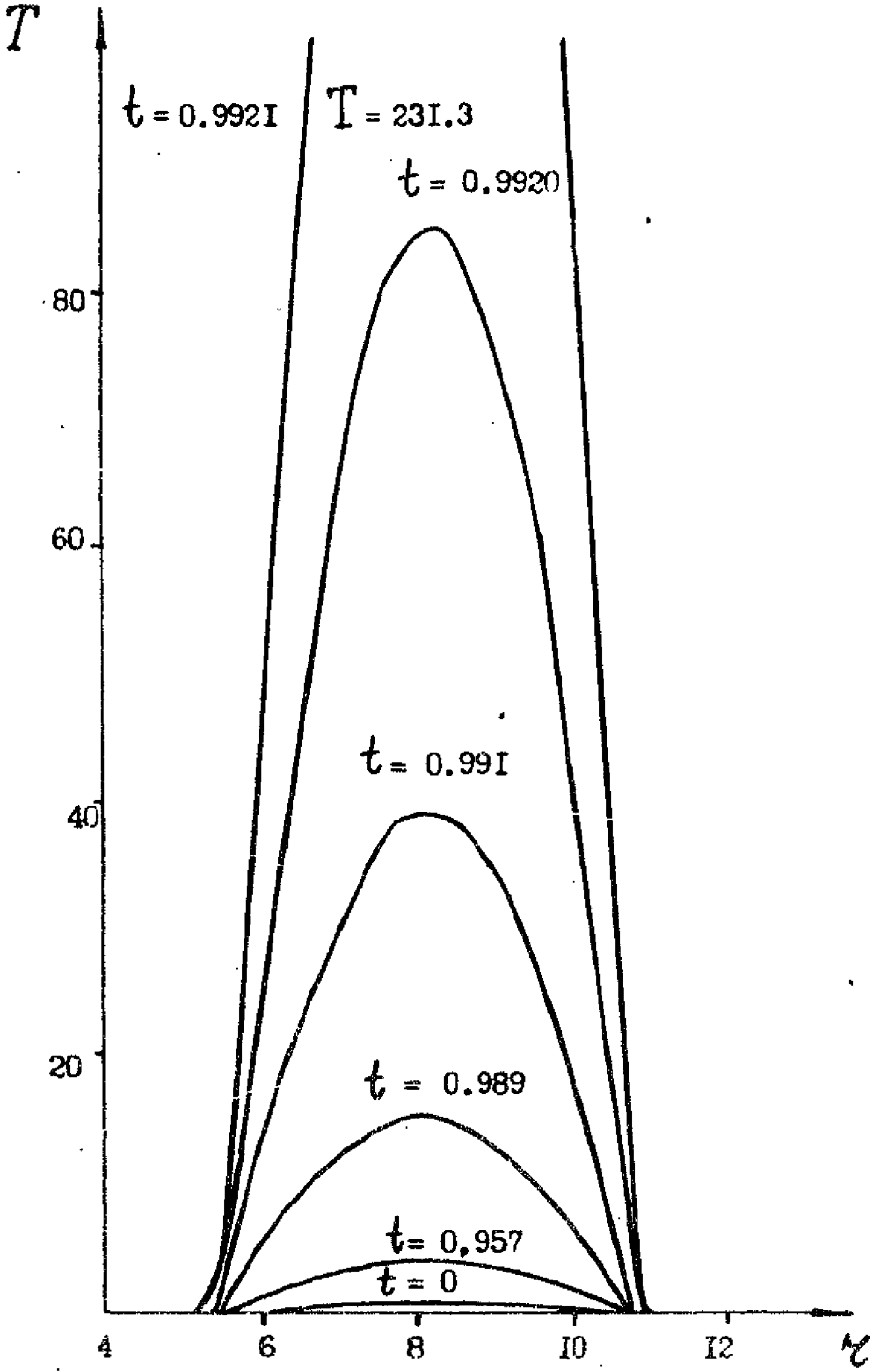


Рис. 4


I: t = I,630
2: t = 2,030
3: t = 2,320
4: t = 2,4I0
5: t = 2,505
r



T
t = 0.992I
T = 23I.3
t = 0.9920
t = 0.99I
t = 0.989
t = 0,957
t = 0
80
60
40
20
4
6
8
I0
I2
τ

Рис. 5

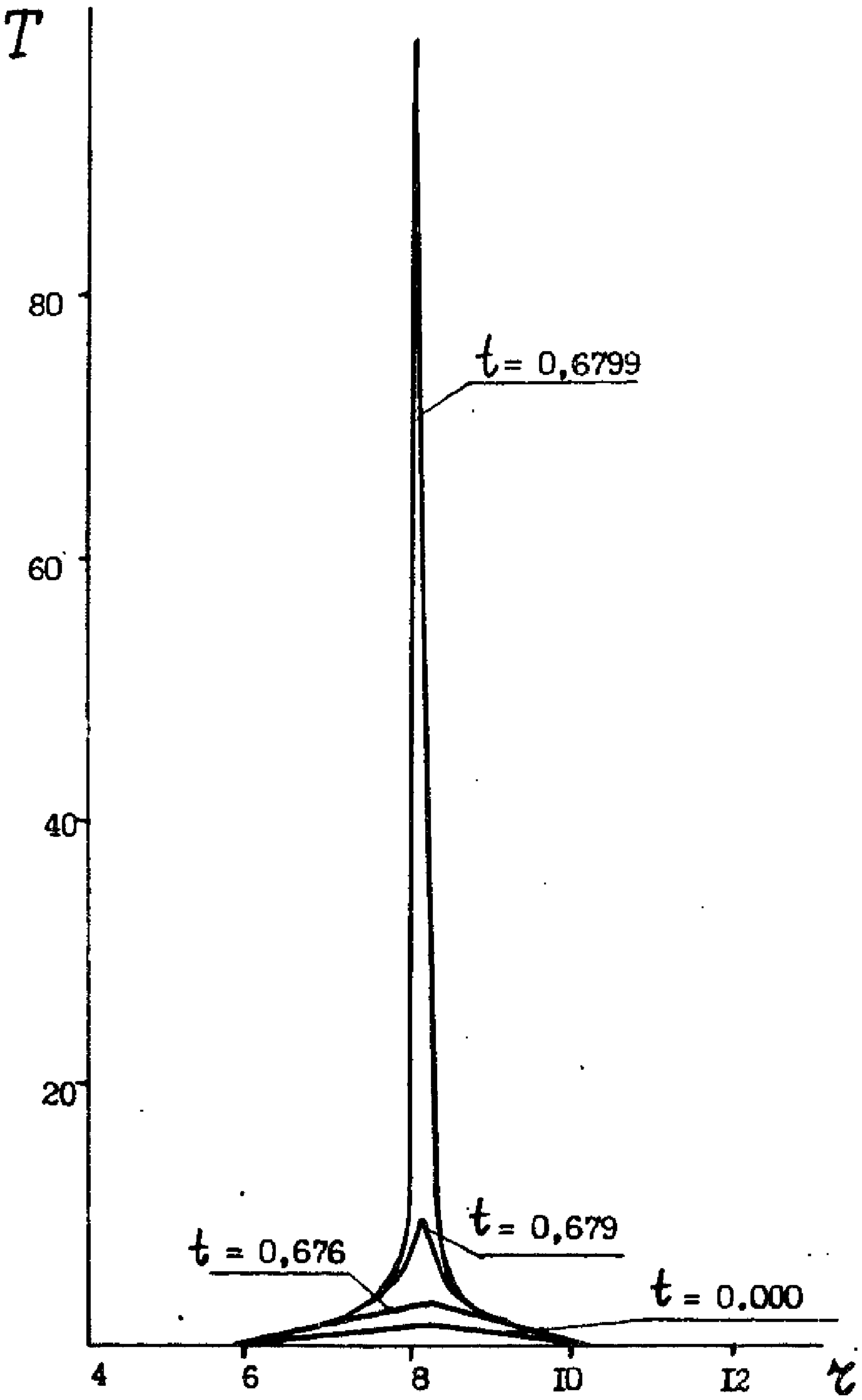


Рис. 6

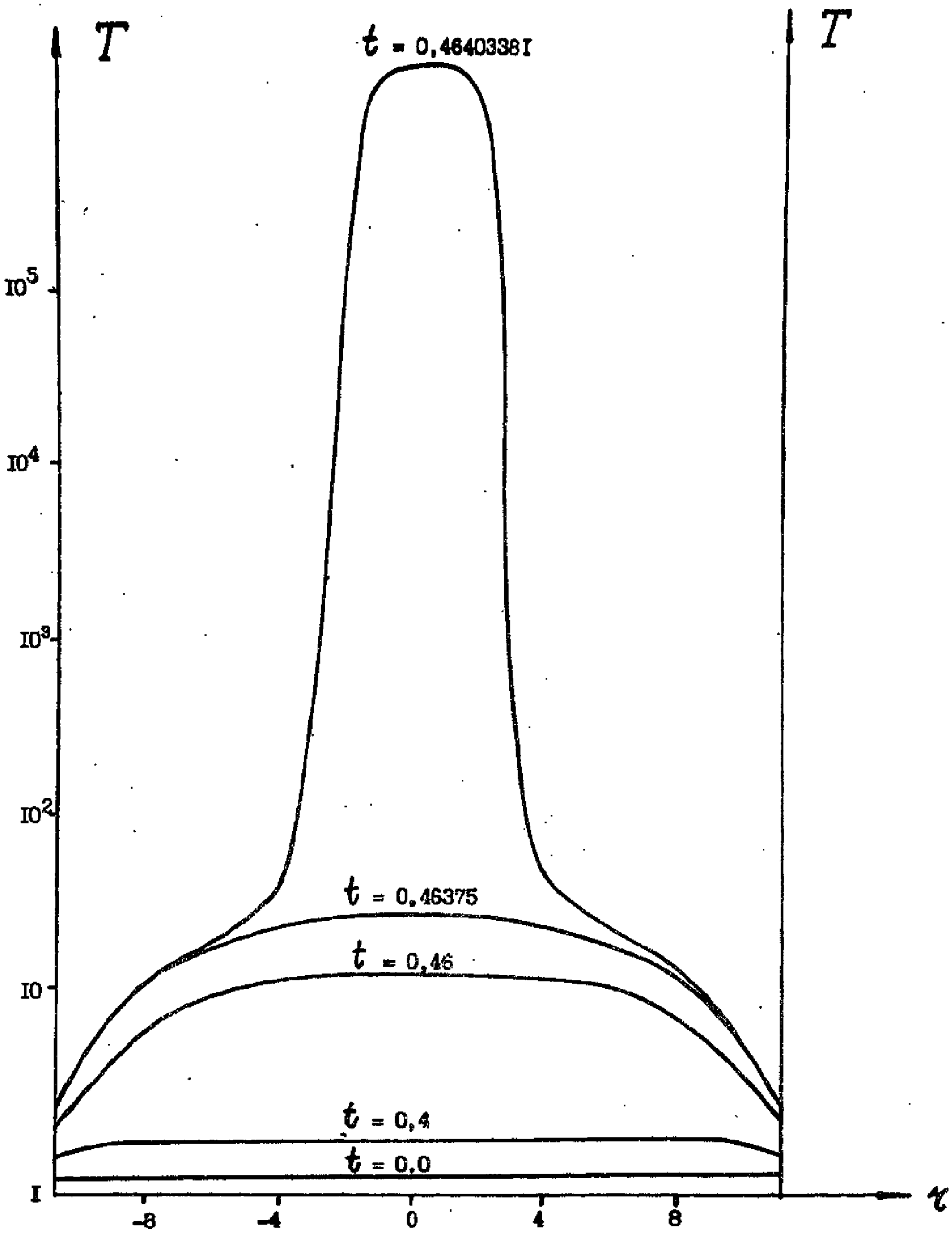

T
T
t = 0,46403381
10^5
10^4
10^3
10^2
t = 0,46375
t = 0,46
10
t = 0,4
t = 0,0
I
-8
-4
0
4
8
τ

Рис. 7

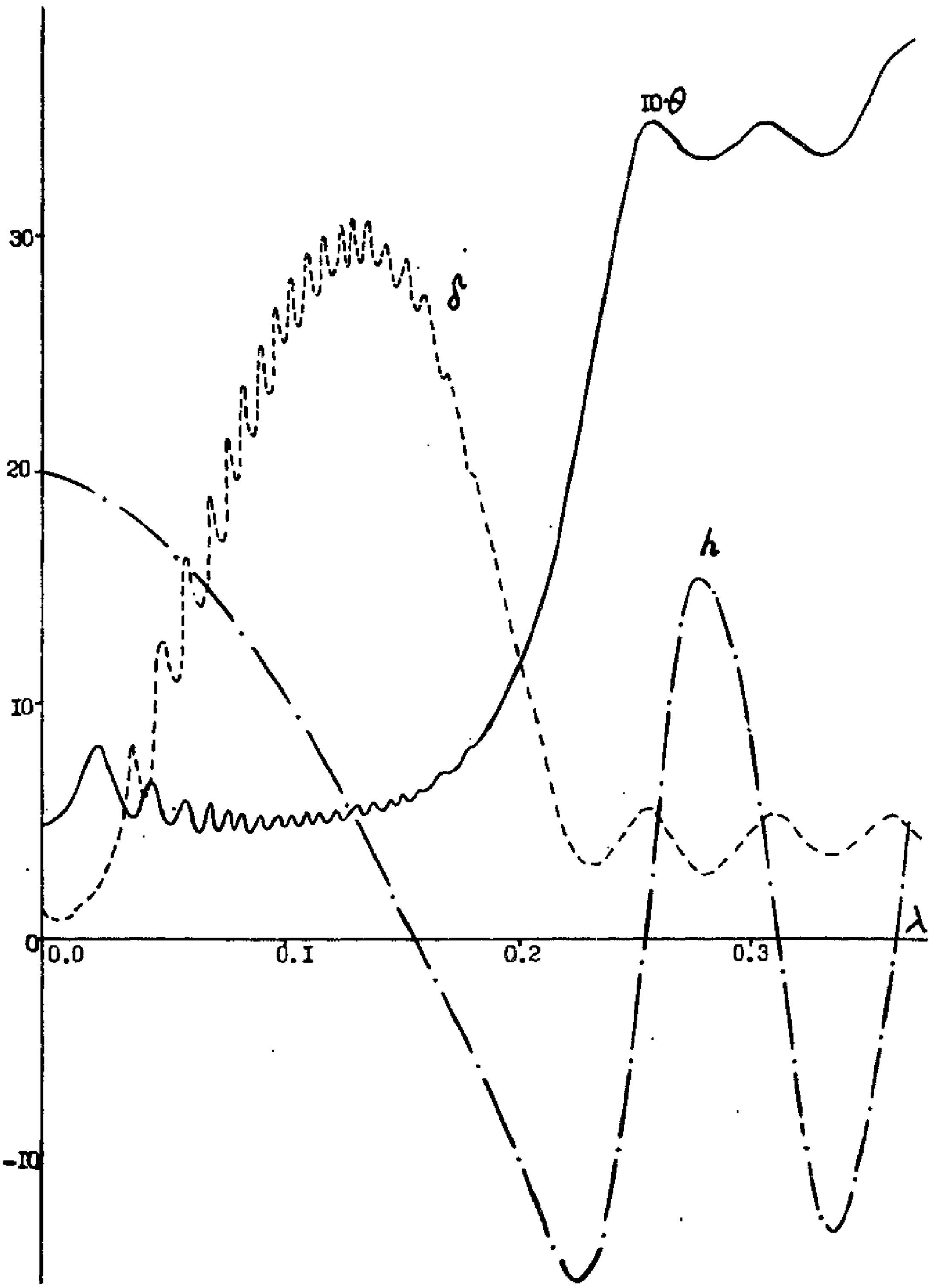


Рис. 8