

УДК 538.4

РАЗВИТИЕ КОНЕЧНЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ В ПОТОКЕ СЛАБОПРОВОДЯЩЕГО ГАЗА В ПРИСУТСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

*Л. М. Дегтярев, Л. А. Заклязьминский, С. П. Курдюмов,
А. А. Самарский, В. С. Соколов, А. П. Фаворский*

Рассматривается поведение локального конечного возмущения электропроводности, внесенного в стационарный поток слабопроводящего газа, находящийся в магнитном поле. Исследована динамика нестационарного взаимодействия такого возмущения с магнитным полем. Установлена принципиальная возможность и сформулировано условие развития внесенного возмущения и образования самоподдерживающегося высокотемпературного, электропроводного слоя газа (*T*-слой).

Решение задачи о расширении плазменного цилиндра в магнитном поле, рассмотренной в [1], позволило обнаружить качественно новую особенность взаимодействия плазмы с магнитным полем. Было установлено, что изменение температуры некоторого элемента газа, определяемое его охлаждением при разлете, нагревом за счет выделения в нем Джоулева тепла и теплопередачей, может привести к образованию высокотемпературного слоя газа, названного *T*-слоем. Было дано качественное объяснение этого явления и отмечены условия, при которых он может возникнуть.

В настоящей работе изучается возможность развития *T*-слоя из локального конечного возмущения электропроводности, искусственно внесенного в стационарный поток слабо проводящего газа (индуцированный *T*-слой). Наряду с возможностью индуцирования *T*-слоя, исследовалась также динамика развития внесенного возмущения.

Установлено, что возмущение развивается в *T*-слой, если параметр магнитогидродинамического взаимодействия R_m , соответствующий возмущению, больше некоторого критического значения R_m^* . При этом критическое значение может быть меньше единицы. Это объясняется тем, что в рассмотренных ниже задачах возникновение *T*-слоя происходит на фоне установившегося потока газа, скорость расширения которого при достаточно большом радиусе незначительна. Таким образом, приводимые результаты устанавливают определенную зависимость условий возникновения *T*-слоя от характера течения газа.

Как и в [1], анализ проведен при помощи численного решения уравнений магнитной гидродинамики, сформулированных в предположении, что электронная, ионная и нейтральная компоненты среды находятся в термодинамическом равновесии; вязкость, эффект Холла и теплоотдача, определяемая лучистым переносом энергии, отсутствуют. Численное интегрирование уравнений выполнено на основе [2, 3]. Однако при этом возникли некоторые методические трудности. Одна из таких трудностей связана с решением уравнения диффузии магнитного поля в среде, коэффициент электропроводности которой резко меняется из-за его сильной зависимости от температуры (в интервале 4500—7000° К). На отдельных

участках, положение которых неизвестно, проводимость газа может обращаться в нуль. Метод прогонки [4] в этом случае не пригоден из-за потери точности.

Предложенный в [5, 6] потоковый вариант метода прогонки позволяет в таких случаях при помощи однородных разностных схем [2] вести сквозной счет на всем интервале с достаточной точностью.

Другая методическая особенность связана с тем, что краевые условия для рассмотренных ниже задач ставятся на фиксированных эйлеровых координатах. В то же время для расчета гидродинамических течений с ударными волнами и контактными разрывами удобно пользоваться лагранжевыми координатами, т. е. иметь дело с фиксированной массой газа. В связи с этим использовались подвижные по массе краевые условия, которые позволяют рассматривать течение с переменной по временам массой между двумя фиксированными эйлеровыми координатами.

Постановка задачи. В качестве исходного установившегося потока газа используется стационарный радиальный сверхзвуковой источник. Как известно, в таком источнике скорость газа с увеличением радиуса растет, а плотность и температура падают.

Течение рассматривается при $r > r_n$. В сечении $r = r_n$ число Маха $M > 1$. Газ представляет собой смесь аргона с добавкой 0,1% цезия. В изучаемом интервале изменения температуры (1500—7000° К) аргон практически не ионизируется, и, в силу малости добавки цезия, газ по своим свойствам близок к идеальному с показателем адиабаты $\gamma = 1,67$ и молекулярным весом $\mu = 40$.

Используемая в дальнейшем зависимость электропроводности от плотности и температуры основана на известном представлении [7] и экспериментальных результатах [8]. Предполагается, что удельное сопротивление складывается из двух членов

$$1/\sigma = 1/\sigma_a + 1/\sigma_i.$$

Первый член обусловлен столкновениями с нейтральными атомами, второй возникает из-за столкновений электронов с ионами. Магнитное поле в начальный момент времени $t = 0$ равномерно заполняет все пространство, его силовые линии параллельны оси симметрии. Наибольшая электропроводность в потоке, соответствующая температуре на входе в канал ($T_n = 2000^\circ \text{ К}$ при $r = r_n$), мала, поэтому в начальный момент течение практически не взаимодействует с магнитным полем.

Повысим в начальный момент времени в стационарном потоке в области $r_1 < r < r_2$ температуру до величины $T = \bar{T}$. При этом возможны два случая. Либо плотность остается непрерывной и тогда имеется повышение давления в возмущенной зоне (возмущение первого типа), либо плотность уменьшается так, что давление сохраняется прежним (возмущение второго типа).

В первом случае происходит распад образовавшихся при $r = r_1$, и $r = r_2$ разрывов и за счет этого — дополнительное расширение возмущенной зоны, во втором случае (контактный разрыв) распада и дополнительного расширения не происходит, и течение остается непрерывным по скорости и давлению.

Магнитное поле на правой границе поддерживается постоянным и равным своему начальному значению. При постановке левого краевого условия по магнитному полю при $r = r_n$ предполагается, что при $r < r_n$ газ неэлектропроводен. Пользуясь уравнением индукции в интегральной форме, при $r = r_n$ получаем

$$1/2 r \partial H / \partial t + c E_\phi = 0,$$

где E_ϕ — азимутальная компонента напряженности электрического поля. Можно считать, что такая постановка задачи отвечает течению газа в

канале, стенки которого перпендикулярны оси источника (рис. 1). Для применимости одномерного приближения при рассмотрении магнитного поля предположим, что стенки канала представляют собой полюса магнита, выполненного из материала с бесконечной магнитной проницаемостью $\mu = \infty$. Магнитопровод замкнут через ось источника. Вследствие взаимодействия внесенного возмущения с магнитным полем и гидродинамическим потоком картина течения может существенно перестроиться, однако течение на входе при $r = r_H$ во все время процесса можно предполагать сверхзвуковым и постоянным, поэтому при $r = r_H$ задаются скорость потока $v = v_H$, плотность $\rho = \rho_H$ и температура $T = T_H$ (давление $p = p_H$). На правой границе на протяжении интересующего нас промежутка времени поток также остается сверхзвуковым, а поэтому граничных условий для уравнений гидродинамики здесь не требуется.

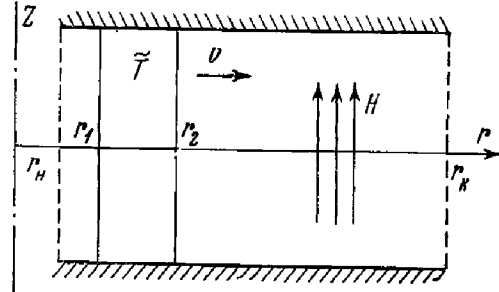


Рис. 1

Цель задачи состоит в исследовании условий, при которых начальное возмущение температуры разовьется в T -слой. В качестве параметров варьировались величины напряженности магнитного поля и начального температурного возмущения.

Развитие возмущений первого типа. Рассмотрим задачу о поведении в магнитном поле локального конечного возмущения температуры и давления, внесенного в стационарный сверхзвуковой поток. Канал, в котором течет газ, имеет следующие размеры: начальный радиус $r_H = 0,5$ м и конечный радиус $r_K = 1,7$ м. Параметры потока при $r = r_H$ следующие: $M = 1,5$; $T_H = 2000^\circ \text{K}$; $\rho_H = 0,001$ г/см³, $p_H = 4$ атм; $v_H = 1200$ м/сек. Область возмущения в момент $t = 0$ имеет ширину 0,25 м и расположена на участке $r_1 = 0,65$; $r_2 = 0,9$ м; ее температура $T(r)$ при $r_1 < r < r_2$ полагается равной \bar{T} , при этом скорость и плотность остаются прежними. Величина \bar{T} варьировалась в пределах от 2250 до 3500° К, так что соответствующее значение магнитного числа Рейнольдса, определенного по параметрам возмущенной зоны, изменялось от 0,01 до 0,15.

В начальной стадии процесса при $r = r_1$ и $r = r_2$ происходит распад разрывов, в результате чего образуются волны сжатия, распространяющиеся вверх и вниз по потоку. Вследствие этого газ в зоне возмущения получает дополнительную возможность расширения. Несмотря на то, что давление в возмущенной зоне в полтора-два раза превосходит первоначальное, образующиеся ударные волны сжатия не приводят к существенной перестройке течения.

При перемещении возмущенной зоны, в силу цилиндрического расширения и первоначального распада, ее температура понижается. С другой стороны, взаимодействие с магнитным полем из-за отличной от нуля электропроводности тормозит продвижение возмущенной зоны и повышает ее температуру и электропроводность за счет выделения джоулева тепла. Повышение электропроводности, в свою очередь, может приводить к еще более сильному взаимодействию с магнитным полем и дальнейшему росту температуры.

Наличие этих процессов, ведущих к противоположным следствиям, обуславливает две априорные возможности судьбы внесенного возмущения.

В случае, когда взаимодействие с магнитным полем играет ведущую роль, возмущение с течением времени «подхватывается». В некоторой его массе начинается преимущественное выделение джоулева тепла, сопровождающееся увеличением перепада магнитного поля на этой массе. Со временем на ней возникает и развивается T -слой.

В другом случае джоулев нагрев недостаточен для поддержания температуры и электропроводности на уровне, обеспечивающем эффективное взаимодействие с магнитным полем. Поскольку электропроводность при низких температурах очень резко падает с уменьшением температуры, весь газ быстро становится практически непроводящим. В этот момент

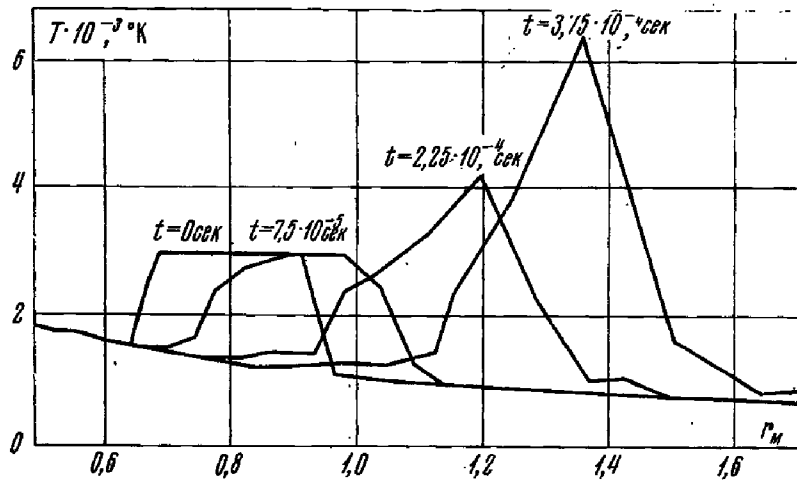


Рис. 2

взаимодействие с магнитным полем прекращается и возмущение затухает благодаря адиабатическому расширению.

На рис. 2 для одного из расчетов, в котором начальное возмущение развивается в T -слой, представлено распределение температуры T в различные моменты времени. При $t = 0$ величина магнитного поля $H_0 = 15\,800$ э, начальная температура возмущения $T = 3000^\circ\text{K}$.

В этом случае характерны все отмеченные в [1] моменты и особенности процесса возникновения и развития T -слоя. В частности, могут иметь место две стадии. В первой, начальной стадии преобладает расширение и охлаждение газа. Затем, по истечении некоторого времени (для данного варианта оно равно $1,5 \cdot 10^{-4}$ сек), в силу постепенного выравнивания ponderomotorной силы и силы, вызванной перепадом давления, начинается вторая стадия, характеризующаяся возрастающим торможением и разогревом некоторой массы газа с образованием T -слоя.

Как и при расширении плазменного цилиндра, в магнитном поле можно наблюдать тенденцию формирования волны сжатия, отходящей от T -слоя вверх по потоку. С другой стороны, торможение T -слоя в магнитном поле приводит к распространению впереди него волны разрежения с нарастающей интенсивностью.

Вследствие роста электропроводности в слое происходит частичное вытеснение магнитного поля из центральной области. Можно отметить, что время возникновения T -слоя может меняться в широких пределах, так что не всегда можно наблюдать резкий переход к нагреву, но если T -слой возникал, то дальнейшего охлаждения зоны возмущения не наблюдалось.

При варьировании начального значения магнитного поля и магнитного числа Рейнольдса R_m было замечено, что для каждого значения R_m из исследованного диапазона $0,01 - 0,15$ можно найти некоторое критическое значение начального магнитного поля, при превышении которого вносимое в поток локальное возмущение развивалось в T -слой.

Развитие возмущений второго типа. Рассмотрим теперь вносимое в стационарный поток возмущение температуры, в котором давление остается непрерывным за счет уменьшения плотности, т. е. при $r = r_1$ и $r = r_2$ имеются контактные разрывы. Данная постановка задачи отличается от описанной в предыдущем параграфе тем, что на начальной стадии процесса отсутствует гидродинамический распад вследствие повышенного давления в возмущенной зоне и газ расширяется только из-за ци-

липдричности течения. Время образования T -слоя снова зависит от величины магнитного поля и температуры возмущения. В этом случае интенсивный рост температуры, т. е. образование T -слоя, начинается по истечении промежутка времени, равного $2,25 \cdot 10^{-4}$ сек. Как показали расчеты, при всех рассмотренных значениях магнитного числа Рейнольдса

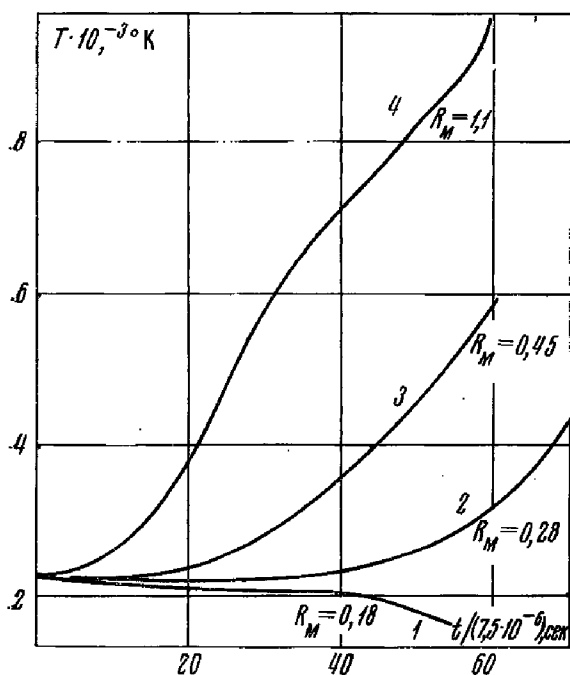


Рис. 3

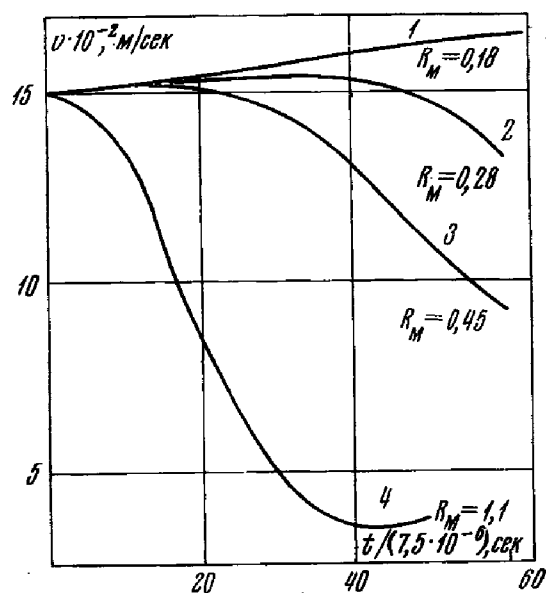


Рис. 4

критическое значение магнитного поля оказалось несколько ниже, чем в соответствующих задачах с разрывом давления в начальный момент времени.

Обсуждение результатов. 1. Анализ результатов расчетов, проведенных при различных значениях магнитного поля и температуры в возмущенной зоне в диапазоне изменения магнитного числа Рейнольдса от 0,01 до 0,15, показал, что существует принципиальная возможность индуцирования T -слоя при помощи локального конечного возмущения электропроводности, вносимого в поток слабопроводящего газа.

Для любого локального конечного возмущения, характеризуемого соответствующим значением R_m , существует критическое значение магнитного поля H^* такое, что при $H > H^*$ имеет место развитие данного возмущения, приводящее к образованию в нем T -слоя. В противном случае, когда $H < H^*$, возмущение затухает. Таким образом, появляется возможность управления возникновением T -слоя путем изменения величины магнитного поля H .

2. Зависимость характера процесса от параметра магнитогидродинамического взаимодействия ($R_M = R_m R_H$, $R_H = H_0^2 / 8\pi p_0$, где p_0 — начальное давление возмущения) выражается в том, что существует критическое значение этого параметра R_M^* такое, что если $R_M < R_M^*$, то возмущение температуры не приводит к заметным изменениям в ходе процесса. Если же $R_M > R_M^*$, то развивается T -слой. Известно, что при $R_m \ll 1$ безразмерным параметром, определяющим в уравнениях величину пондеромоторной силы и джоулева нагрева, является параметр R_m . Поэтому характер развития процесса определяется только величиной параметра магнитогидродинамического взаимодействия R_M , вычисляемого по начальным данным. Магнитное число Рейнольдса R_m определяет лишь величину индуцированного магнитного поля и плотность электрических токов. Поэтому полученный результат удобно интерпретировать следующим образом. Положительный квадрант плоскости (R_m, R_H) делится на

две области кривой, вдоль которой $R_M = R_M^*$. При $R_M \ll 1$ эта кривая близка к гиперболе $R_M^* = R_m R_H$. Возмущение развивается в T -слой, если его безразмерные параметры R_M и R_H определяют точку, лежащую над критической кривой $R_M = R_M^*$, и затухает, если эта точка лежит ниже кривой $R_M = R_M^*$. На рис. 3 приведены кривые, выражающие зависимость от R_M изменения температуры по времени в точке ее максимального

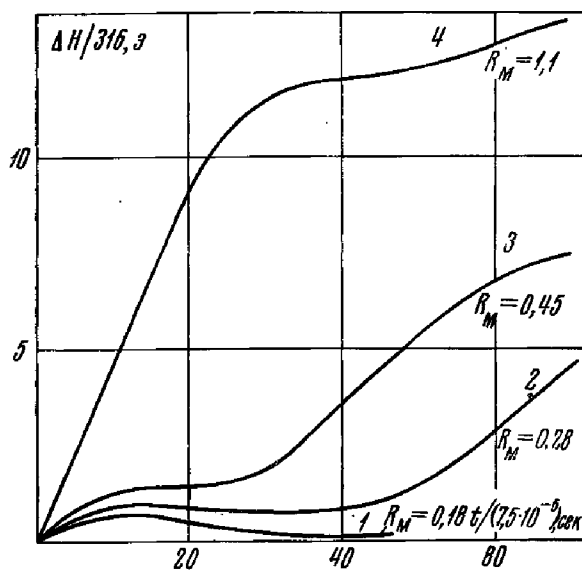


Рис 5

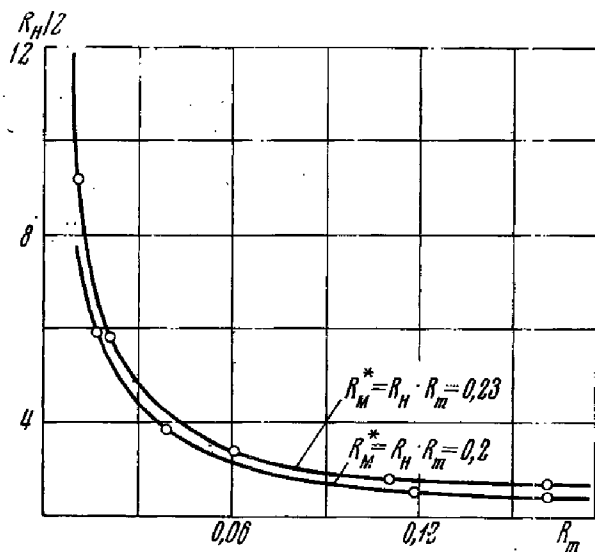


Рис. 6

значения для случая, когда в начальный момент давление не возмущено (возмущение второго типа). На рис. 4 показаны соответствующие им скорости той части газа, которая имеет максимальную температуру, а на рис. 5 — изменение во времени перепада магнитного поля на возмущенной области.

Из хода кривых изменения температуры со временем на рис. 3 видно определяющее влияние на процесс величины R_M . Если оно не превосходит критической величины (кривая 1), то возмущение не «подхватывается». При этом температура уменьшается, скорость растет по радиусу (рис. 4), и с момента времени, когда проводимость обращается в нуль, газ в возмущенной зоне адиабатически охлаждается, а магнитное поле восстанавливает свою первоначальную величину (рис. 5).

При значениях R_M , соответствующих кривым 2, 3 на рис. 3—5, температура зоны возмущения в начале процесса мало меняется, скорость остается почти постоянной, несмотря на то, что лоренцова сила направлена против движения, а магнитное поле вытесняется незначительно. Это означает, что расширение происходит за счет геометрического фактора, роль которого убывает по мере увеличения радиуса. Затем в некоторый момент Джоулев нагрев преобладает над охлаждением, и, следовательно, температура интенсивно повышается, газ тормозится и скорость падает. Слабое вытеснение магнитного поля сменяется более интенсивным. Далее, рост температуры и перепада магнитного поля замедляется вследствие замедления роста проводимости. При $R_M = 1,1$ с самого начала нагрев преобладает над расширением, газ сильно тормозится и вытесняет магнитное поле.

3. Величина критического значения R_M^* зависит от характера течения газа, а точнее — от скорости его расширения в возмущенной зоне. На рис. 6 показаны критические кривые для двух случаев: верхняя кривая соответствует возмущению первого типа, нижняя — возмущению второго типа (контактный разрыв). Как отмечалось ранее, первый тип возмущения обуславливал большую скорость расширения газа и тем самым большее его охлаждение.

Таким образом, полученный вид зависимостей демонстрирует влияние скорости расширения газа на критические условия возникновения T -слоя. А именно, чем меньше скорость расширения газа, тем меньше критическое значение параметра магнитогидродинамического взаимодействия R_M^* , при котором в потоке возникает и развивается T -слой. Отсюда следует вывод, что если газ движется, не расширяясь, то при наличии возмущения T -слой может развиваться за достаточно длительное время при произвольных значениях R_M . Предпринятые в связи с этим расчеты для плоского течения подтвердили это утверждение.

Следовательно, в квадранте положительных значений плоскости (R_m, R_H) при $R_m \ll 1$ для любого типа течения газа может быть проведена своя гипербола, расположенная тем выше, чем больше скорость расширения рассматриваемого типа течения, над которой лежит область значений безразмерных параметров, для которых возможно развитие T -слоя.

4. Полученные результаты позволяют отметить еще одну особенность изучаемых процессов. Интенсивный рост температуры в T -слое начинается не сразу, а по истечении некоторого времени «задержки». На рис. 7 представлена зависимость времени начала интенсивного развития T -слоя (время «задержки») от параметра R_H в случае, когда для всех значений R_H температура в зоне возмущения $T = 2250^\circ \text{K}$ и давление не возмущается ($R_m = 0,018$). Кривая имеет вид гиперболы, одной из асимптот которой является вертикаль $R_H = 12$. Нетрудно убедиться, что произведение этого числа на $R_m = 0,018$ дает критическое значение параметра гидромагнитного взаимодействия.

Таким образом, чем более параметр R_M превосходит критическое значение, тем быстрее начинается развитие T -слоя. Полученные решения показывают, что значения R_M в момент зарождения слоя близки к 0,5—1,0.

5. Часть расчетов проводилась с учетом молекулярной теплопроводности, однако настолько незначительной, что она не повлияла даже на количественный результат. Лучистая теплопроводность в расчетах не учитывалась.

6. Таким образом, имеет место определенный механизм неустойчивости, когда сравнительно малое возмущение в потоке вследствие магнитогидродинамического взаимодействия может при определенных условиях приводить к качественной перестройке течения. Возможность существования неустойчивости в диссипативных процессах магнитной гидродинамики отмечалась в работах [9, 10], где рассмотрен механизм перегретой неустойчивости, обусловленной джоулевой диссипацией и возрастающей зависимостью электропроводности от температуры. Однако T -слой — это нелинейное макрообразование, возникающее и развивающееся в данном случае как реакция на конечное возмущение. С этой точки зрения, задачи, связанные с развитием T -слоя, можно рассматривать как пример нелинейного анализа неустойчивости при помощи численных методов.

Авторы благодарны А. Н. Тихонову, П. П. Волосевичу и Ю. П. Попову за обсуждение работы и ряд полезных замечаний.

Институт прикладной математики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 X 1968

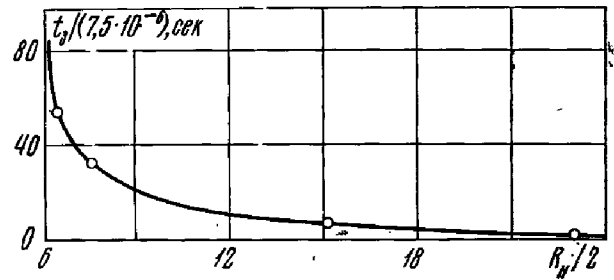


Рис. 7

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, Л. А. Залязьминский, П. П. Волосевич, Л. М. Дегтярев, С. П. Курдюмов, Ю. П. Попов, В. С. Соколов, А. П. Фаворский. Докл. АН СССР, № 4, 173, 1967.
 2. А. А. Самарский. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2, № 1, 1962.
 3. А. А. Самарский, П. П. Волосевич, М. И. Волчинская, С. П. Курдюмов. Численные методы решения одномерных нестационарных задач магнитной гидродинамики. ИПМ АН СССР (препринт), 1967.
 4. С. К. Годунов, В. С. Рябенский. Введение в теорию разностных схем. Физматгиз, 1962.
 5. Л. М. Дегтярев, А. П. Фаворский. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 8, № 3, 1968.
 6. Л. М. Дегтярев, А. П. Фаворский. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 9, № 1, 1969.
 7. S. C. Lin, E. L. Resler, A. Kantrowitz. J. Appl. Phys., 26, № 1, 95, 1955.
 8. Г. И. Козлов. Теплофизика высоких температур, 3, № 4, 1965.
 9. Б. Б. Кадомцев. Сб. Вопросы теории плазмы, вып. 2. Госатомиздат, 1963.
 10. Ю. В. Саночкин. Магнитная гидродинамика, № 3, 1965.
-