

**МОНОТОННЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ
ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ НА НЕРАВНОМЕРНЫХ СЕТКАХ
ДЛЯ ЗАДАЧ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ**

© А.А.Самарский*), П.П.Матус**), В.Г.Рычагов**)

*) Институт математического моделирования РАН, Москва

**) Институт математики АНБ, Минск

MONOTONE DIFFERENCE SCHEMES OF HIGH ORDER
ON NONUNIFORM GRIDS

A.A. Samarskii, P.P. Matus, V.G. Rychagov

При численном моделировании эволюционных задач с особенностями часто используются неравномерные сетки. При переходе от равномерной сетки к неравномерной локальный порядок аппроксимации обычно падает.

В [1] рассматриваются схемы повышенного порядка аппроксимации для обыкновенного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами, для одномерного параболического и гиперболического уравнения. Получены соответствующие оценки точности разностных решений и их производных в более сильных, чем известные в литературе, нормах.

В данном докладе полученные результаты развиваются на уравнения конвекции-диффузии.

Приведем пример монотонной разностной схемы в случае уравнения с постоянными коэффициентами. Для стационарного уравнения

$$u'' + ru' = -f(x) \tag{1}$$

соответствующая разностная схема второго порядка локальной аппроксимации $O(h_i^2)$ на произвольной неравномерной сетке \hat{w}_h будет иметь вид

$$\kappa y_{\hat{x}\hat{x}} + cy_x = -f(\bar{x}), \quad \kappa_i = \frac{1}{1 + R_i}, \quad R_i = c \frac{h_{i+1} + 2h_i}{6}, \quad \bar{x}_i = x_i + \frac{h_{i+1} - h_i}{3}. \tag{2}$$

Любопытно отметить, что в случае равномерной сетки схема (2) вырождается в известную монотонную схему второго порядка аппроксимации А.А.Самарского [2, стр.184]. В случае нестационарного уравнения конвекции-диффузии соответствующие монотонные схемы повышенного порядка аппроксимации могут быть записаны следующим образом:

$$y_{(w_1, w_2)t} - cy_x^{(\sigma)} = \kappa \hat{y}_{\hat{x}\hat{x}}^{(\sigma)}, \quad y_{(w_1, w_2),i} = w_{1i}y_{i+1} + (1 - w_{1i} - w_{2i})y_i + w_{2i}y_{i-1},$$

где

$$w_1 = w_2 = \frac{1}{3}; \quad w_{1i} = 0, \quad w_{2i} = \frac{h_i - h_{i+1}}{3h_i},$$

ИЛИ

$$w_{1i} = \frac{2(2h_i + h_{i+1})(h_{i+1} - h_i)}{9 \bar{h}_i h_{i+1}}, \quad w_{2i} = -\frac{2(h_i + 2h_{i+1})(h_{i+1} - h_i)}{9 \bar{h}_i h_i}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, П.П. Матус.* Разностные схемы повышенного порядка точности на неравномерных сетках. // Дифференц. уравнения., 1996, т.32, № 2.
2. *А.А. Самарский.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977, 656с.