1989 г. январь — февраль *т. 44, вып. 1(265)*
УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ ИЛЬИН

(к шестидесятилетию со дня рождения)

2 мая 1988 года исполнилось 60 лет члену-корреспонденту АН СССР Владимиру Александровичу Ильину.

С именем В. А. Ильина связаны первоклассные научные достижения по теории краевых и смешанных задач для уравнений математической физики в областях с «плохими» (негладкими) границами и с разрывными коэффициентами, по проблемам связи между классическими и обобщенными решениями задач математической физики, по спектральной теории самосопряженных эллиптических операторов и по теории кратных рядов и интегралов Фурье, по математическому моделированию задач о дифракции и рефракции электромагнитных волн, по спектральной теории несамосопряженных дифференциальных операторов (в том числе операторов, порождаемых нелокальными краевыми условиями) и по разностным методам решения нелокальных краевых задач.

В. А. Ильин родился в древнем русском городе Козельске.

В 1945 г. он поступил на физический факультет Московского университета, который закончил с отличием в 1950 г. по кафедре математики.

В том же году В. А. Ильин поступил в аспирантуру Московского университета, которую окончил под руководством А. Н. Тихонова в 1953 г. защитой кандидатской диссертации по теории дифракции электромагнитных волн. После окончания аспирантуры В. А. Ильин становится ассистентом кафедры математики физического факультета.

В 1958 г. В. А. Ильин защитил докторскую диссертацию по спектральной теории эллиптических операторов и через год был избран на должность профессора Московского университета.

В 1970 г. В. А. Ильин переходит на только что образованный в Московском университете факультет вычислительной математики и кибернетики. С июля 1974 г. он бессменно возглавляет на этом факультете созданную им кафедру общей математики.

В 1987 г. В. А. Ильин за выдающиеся научные достижения был избран членом-корреспондентом АН СССР.

Таким образом, вся более чем тридцатипятилетняя научно-педагогическая деятельность В. А. Ильина неразрывно связана с Московским университетом. Наряду с этим

Владимир Александрович с 1973 г. ведет плодотворную научно-исследовательскую работу в Математическом институте АН СССР им. В. А. Стеклова.

В. А. Ильину принадлежат фундаментальные результаты по проблеме о разрешимости в классическом смысле смешанной задачи для гиперболического уравнения второго порядка. Он установил разрешимость указанной смешанной задачи в произвольном нормальном цилиндре, т.е. в цилиндре с сечением, представляющим собой область, для которой при любой непрерывной граничной функции разрешима задача Дирихле для уравнения Лапласа.

Замечательные результаты были получены В. А. Ильиным по проблеме совпадения классического и обобщенного решений краевых и смешанных задач для уравнений второго порядка. В. А. Ильин доказал, что классическое решение задачи Дирихле для произвольного эллиптического оператора второго порядка с однородным краевым условием в совершенно произвольной ограниченной области всякий раз, когда оно существует, является обобщенным из W_2^1 решением этой задачи. Совпадение классического и обобщенного решения было установлено и для смешанной краевой задачи для гиперболического уравнения. При этом В. А. Ильиным был разработан новый метод доказательства единственности решения этой задачи.

Выдающиеся результаты получены В. А. Ильиным по спектральной теории дифференциальных операторов. Еще в 1955—58 гг. В. А. Ильиным был опубликован большой цикл работ, в котором были получены окончательные в классах Соболева W_p^l целого порядка l условия на функцию $f(x)$, которые гарантировали как абсолютную, так и равномерную сходимость ряда Фурье этой функции по собственным функциям оператора Лапласа первой, второй и третьей краевых задач.

Для получения указанных результатов В. А. Ильиным была создана теория так называемых ядер дробного порядка, являющихся ядрами положительных степеней интегрального оператора, порождаемого функцией Грина соответствующей краевой задачи для оператора Лапласа.

Фундаментальным вкладом В. А. Ильина в спектральную теорию является создание им в 1968—1974 гг. универсального метода изучения спектральных разложений, отвечающих произвольным самосопряженным неотрицательным расширениям эллиптических операторов, который позволил ему установить точные условия равномерной сходимости как самих спектральных разложений, так и их средних Рисса, окончательные в каждом из классов функций Соболева W_p^α, Никольского H_p^α, Лиувилля L_p^α, Бесова $B_{p,\theta}^\alpha$ и Зигмунда — Гельдера C^α.

Замечательным является тот факт, что установленные В. А. Ильиным окончательные (в каждом из указанных классов) условия равномерной сходимости спектральных разложений, несмотря на то, что они установлены для произвольных самосопряженных расширений эллиптических операторов с переменными коэффициентами, для произвольных областей и произвольных спектров, являются окончательными и для каждого индивидуального спектрального разложения (и, в частности, для разложений в N-кратный интеграл Фурье и в N-кратный тригонометрический ряд Фурье).

В конце 70-х гг. В. А. Ильиным был развит новый простой и естественный метод оценки в метрике L_∞ остаточного члена спектральной функции произвольного самосопряженного расширения эллиптического оператора второго порядка, свободный от традиционной методики Карлемана и техники тауберовых теорем.

Выдающимся вкладом в науку являются работы В. А. Ильина по спектральной теории несамосопряженных дифференциальных операторов, выполненные им в 1975—1987 гг. В основе развитых В. А. Ильиным методов построения спектральной теории несамосопряженных дифференциальных операторов лежат отказ от задания краевых условий и рассмотрение собственных и присоединенных функций дифференциальных операторов в обобщенном смысле — только в качестве регулярных решений соответствующих дифференциальных уравнений со спектральным параметром. После известных работ М. В. Келдыша встал вопрос о базисности систем корневых векторов.

В 1980 г. В. А. Ильин установил конструктивное легко проверяемое необходимое и достаточное условие базисности в L_2 (а позже и в L_p при $p > 1$) системы собственных и присоединенных функций несамосопряженного обыкновенного дифференциального оператора порядка n. В. А. Ильин доказал, что это же условие является необходимым и достаточным и для того, чтобы для произвольной функции из класса L_2 (а позже и из L_p при $p \geqslant 1$) ее разложения в биортогональный ряд по собственным и присоединенным функциям и в обычный тригонометрический ряд Фурье равносходились равномерно на любом компакте основного интервала.

Большим научным достижением В. А. Ильина является установление им в 1983 г. для оператора второго порядка при минимальных требованиях на его коэффициенты необходимого и достаточного условия базисности Рисса системы его собственных и присоединенных функций.

Глубокие результаты получены В. А. Ильиным в области математического моделирования. В 1953—1954 гг. им были предложены существенно новые математические модели решения задачи о дифракции электромагнитных волн на поверхностях, имеющих угловые линии, задачи о береговой рефракции радиоволн и задачи о возбуждении неидеальных радиоволноводов, имеющих угловые линии. Эти работы позволили выявить ряд эффектов, которые нельзя было получить, оставаясь в рамках прежних моделей (например, усиление громкости принимаемых радиосигналов при приближении к береговой линии в задаче о рефракции радиоволн).

В связи с потребностями математического моделирования законов движения в неоднородных средах и полях, В. А. Ильиным в 1960—1963 гг. был выполнен большой цикл работ по проблемам разрешимости и устойчивости решений краевых и смешанных задач и задач на собственные значения для уравнений в частных производных с разрывными коэффициентами.

Большой интерес представляют и работы В. А. Ильина по нелокальным краевым задачам, выполненные в 1986—1987 гг. В этих работах были найдены точные условия, гарантирующие разрешимость поставленных задач и устойчивость их решения, были построены разностные схемы их решения и доказано, что на равномерной сетке с шагом h эти схемы дают погрешность второго порядка по шагу h.

Характерной чертой всего научного творчества Владимира Александровича Ильина является глубина и четкость постановок задач и исчерпывающий характер полученных результатов.

В. А. Ильиным создана большая и авторитетная научная школа. Среди его учеников 9 докторов и свыше 40 кандидатов наук. Им написан цикл заслуживших всеобщее признание учебников: «Основы математического анализа», части 1 и 2, «Аналитическая геометрия» и «Линейная алгебра» (в соавторстве с Э. Г. Позняком) и советско-болгарский учебник «Математический анализ», части 1 и 2 (в соавторстве с В. А. Садовничим и Бл. Х. Сендовым).

В Московском университете хорошо известен блестящий лекторский талант Владимира Александровича Ильина.

Заслуги Владимира Александровича Ильина высоко оценены: он является Лауреатом Государственной Премии СССР, Лауреатом Ломоносовской премии МГУ, награжден Орденами Трудового Красного Знамени, Дружбы народов и многими медалями. Полный список работ В. А. Ильина (насчитывающий 160 названий) см. в журнале «Дифференциальные уравнения», 1988, т. 24, № 5, с. 739—750.

Владимир Александрович полон неиссякаемой энергии, новых творческих замыслов. Пожелаем ему новых выдающихся свершений, доброго здоровья и счастья.

А. В. Бицадзе, А. А. Дородницын, Е. И. Моисеев, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов