

Член-корреспондент АН СССР Ф.В. БУНКИН,
Н.А. КИРИЧЕНКО, член-корреспондент АН СССР С.П. КУРДЮМОВ,
А.Б. ПОТАПОВ, академик А.А. САМАРСКИЙ

ТЕРМОДИФфуЗИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В данной работе изучаются некоторые свойства математической модели нагрева смеси газов пучком лазерного излучения. Как известно, специфика лазерного нагрева связана с тем, что при подходящем выборе длины волны излучения компоненты смеси обладают сильно различающимися поглощательными характеристиками [1]. Ниже рассматривается двухкомпонентная химически инертная газовая смесь и предполагается, что излучение резонансно поглощается только тяжелой компонентой.

Данная ситуация исследовалась экспериментально [2]. Через кювету со смесью газов ($\text{SF}_6 + \text{NH}_3$ и $\text{SF}_6 + \text{воздух}$) пропускался пучок излучения CO_2 -лазера постоянной мощности. Оказалось, что в некотором интервале значений параметров мощности прошедшего излучения периодически изменялась со временем; период колебаний был порядка нескольких минут. Это свидетельствовало о периодическом изменении концентрации поглощающей компоненты в освещаемой части кюветы. Поскольку характерные времена газодинамических процессов значительно меньше наблюдавшихся периодов колебаний, а химические процессы отсутствовали, это позволило предположить, что причина эффекта связана с термодиффузией. Соответствующая модель была предложена в [2, 3].

Для излучения ИК-диапазона характерно, что коэффициент поглощения газа сильно зависит от температуры [4] и в ряде случаев можно принять $\beta(n, T) \sim \sim n \exp(-T_0/T)$, где n — концентрация поглощающей компоненты. Будем считать, что кювета достаточно тонкая вдоль оси лазерного пучка, так что зависимостью температуры газа и концентрации компонентов от глубины можно пренебречь. Отток тепла происходит через стенки кюветы в окружающую среду с температурой T_n . Модель включает два уравнения — теплопроводности и диффузии:

$$(1) \quad T_t = T_{xx} + b [I(x) n \exp(-T_0/T) - (T - T_n)],$$

$$\nu n_t = n_{xx} + \alpha [n(1 - n) T_x/T]_x, \quad 0 < x < R;$$

$$\nu, b > 0; I(x) = I_0 \exp[-(x - x_c)^2/x_0^2], \quad x_c = R/2;$$

$$T_x|_{x=0,R} = n_x|_{x=0,R} = 0; n|_{t=0} = n_0, \quad T|_{t=0} = T_n.$$

Здесь $I(x)$ — интенсивность излучения, R — длина кюветы, α — постоянная термодиффузии, которая в нашем случае положительна [5], параметры ν и b выражаются через характеристики газа [6].

Система (1) представляет интерес также и в чисто математическом плане, поскольку относится к сравнительно малоисследованному классу систем с перекрестной диффузией. Следует также отметить, что неоднородность источника $I(x)$ в первом уравнении весьма существенна для возникновения колебаний. Можно показать, что в случае однородного источника ($I(x) \equiv \text{const}$) устойчивы только однородные стационарные состояния газовой смеси [6].

Для сильно неоднородного источника ($x_0 \sim 0,1R$) осцилляции были получены в ходе численных расчетов исходной задачи. Поскольку имеется большое число независимых параметров, для нахождения области существования устойчивых колебаний необходимо построить приближенную модель процесса.

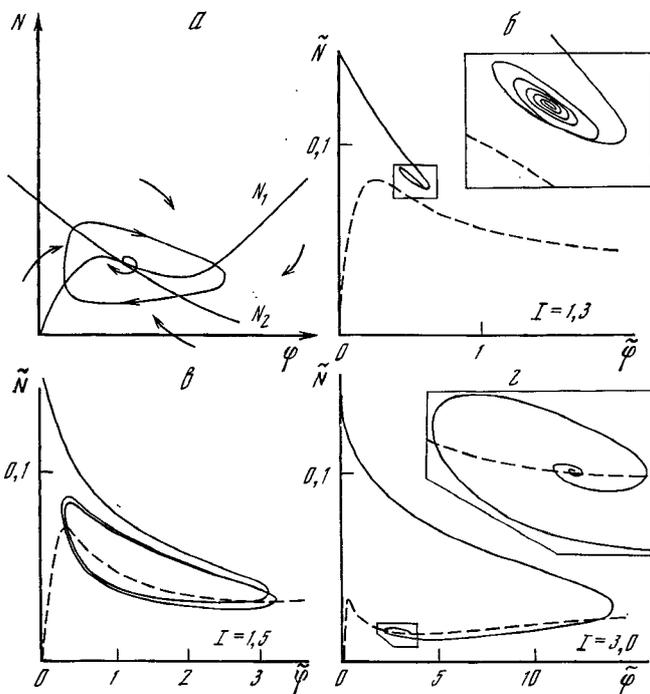


Рис. 1. Предельный цикл в системе обыкновенных дифференциальных уравнений (3) (а) и примеры "фазовых траекторий" для исходной системы в частных производных (б-д). $R = 6$, $\alpha = 2$, $x_0 = 0,5$, $\gamma = 6,0$, $\nu = 1$, $b = 10$, $n_0 = 0,15$

Как показали расчеты, профили температуры и концентрации хорошо описываются профилем излучения $f(x) = \exp(-(x - x_c)^2/x_0^2)$. Поэтому можно предположить, что в каждый момент времени функции $T(x, t)$ и $n(x, t)$ имеют приближенно автомодельный вид:

$$(2) \quad \begin{aligned} T(x, t) &= T_n [1 + \varphi(t) f(x)], \\ n(x, t) &= n_0 - \psi(t) [f(x) - \bar{f}], \quad \bar{f} = \frac{1}{R} \int_0^R f(x) dx. \end{aligned}$$

Здесь учтен закон сохранения $\int_0^R n(x, t) dx = n_0 R$, вытекающий из второго уравнения в (1) и граничных условий.

Умножая уравнения (1) на $f(x)$ и интегрируя по x , с учетом соотношений (2) получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $\varphi(t)$ и $N(t) = n_0 - \psi(t) (1 - \bar{f})$, определяющих значения температуры и концентрации поглощающей компоненты в центре пучка [6]:

$$(3) \quad \begin{aligned} b^{-1} \dot{\varphi} &= P(\varphi, N) \equiv IN \exp\left(\frac{\gamma \varphi}{\varphi + 1}\right) - \kappa \varphi, \quad \gamma = \frac{T_0}{T_n}, \\ q^{-1} \dot{N} &= Q(\varphi, N) \equiv n_0 - N - \frac{\alpha \varphi}{1 + f_0 \varphi} [n_0(1 - f_0) + N(f_0 - \bar{f})], \end{aligned}$$

где $q \sim \nu^{-1}$, а величины $\kappa \sim 1$ и $f_0 \sim 1$ определяются профилем $f(x)$.

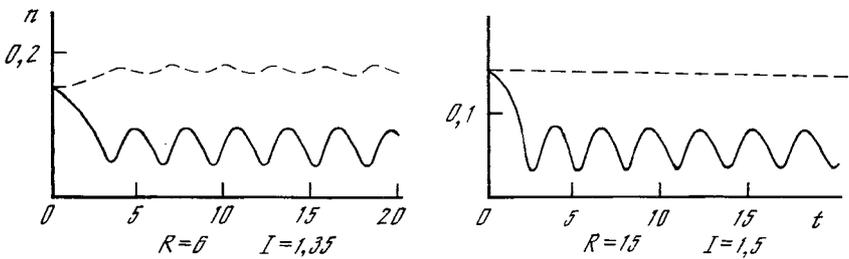


Рис. 2. Эффективная локализация колебаний концентрации. С увеличением длины области R колебания на границе исчезают (штриховая линия), сохраняясь в центре пучка (сплошная линия)

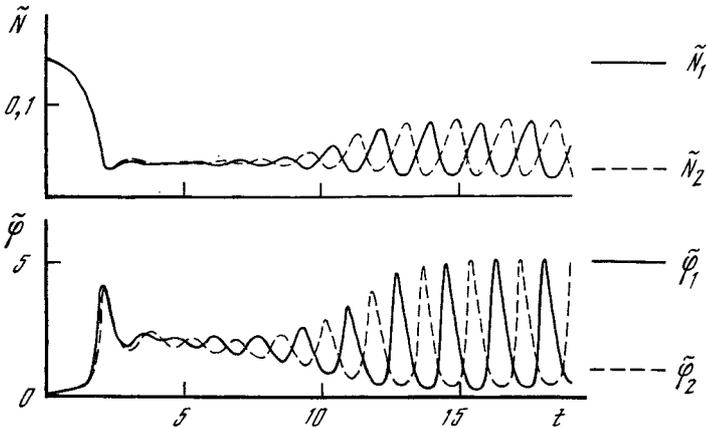


Рис. 3. Синхронизация колебаний в двух пучках

Исследование (3) методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений [7] показывает, что для существования устойчивого предельного цикла (автоколебаний) необходимо выполнение следующих условий:

а) Нуль-изоклина $N = N_1(\varphi)$ первого из уравнений (3) ($P(\varphi, N) = 0$) должна иметь N-образный вид, т.е. иметь убывающий участок на некотором интервале (φ_1, φ_2) . Это имеет место только при $\gamma > 4$. Особая точка (точка пересечения нуль-изоклин уравнений (3)) должна быть расположена внутри этого интервала убывания (рис. 1а).

б) Величина bkq^{-1} должна превышать некоторое критическое значение C_0 . Как показывают приближенные оценки, $C_0 \sim (\gamma - 4)^{-1}$.

Результаты численных расчетов, выполненных для исходной системы (1), показали хорошее качественное соответствие решений точной и упрощенной моделей. В частности, в обоих случаях колебательные режимы найдены только для $\gamma > 4$, причем с ростом γ величина C_0 уменьшалась.

Согласно предсказаниям упрощенной модели, колебания при фиксированных прочих параметрах должны наблюдаться только в определенном диапазоне значений интенсивности: $I_1 < I < I_2$. Качественно это связано с тем, что $N_1(\varphi) \sim I^{-1}$ и при изменении I меняется характер пересечения нуль-изоклин системы (3). На рис. 1б-г приведены "фазовые траектории" системы (1) в координатах $\tilde{N}(\varphi) = n(x_c, t)$, $\tilde{\varphi}(t) = T(x_c, t)/T_H - 1$. Из графиков видно, что при малых I поведение системы соответствует устойчивому фокусу, затем возникает "предельный цикл", который при больших значениях интенсивности I исчезает.

Расчеты продемонстрировали эффективную локализацию колебательного процесса. Колебания температуры оказались локализованными в области порядка диаметра пучка излучения. Там, где $I(x) \approx 0$, за счет действия стока температура стремится к нулю как $\exp(-x/r_0)$, $r_0 = b^{-1/2}$. Поэтому в качестве более точной оценки размеров области локализации процесса по температуре можно выбрать $L_T = 2(x_0 + r_0)$. Отметим, что чем меньше отношение x_0/r_0 , тем хуже описывается профиль температуры функцией $f(x)$.

Размеры области локализации по концентрации L_n существенно отличаются от L_T : колебания концентрации наблюдаются на расстояниях, больших L_T (рис. 2). Механизм локализации колебательного процесса по концентрации связан со стабилизирующим действием диффузии (хорошо известно, что влияние периодического граничного режима в средах с диффузией экспоненциально уменьшается с глубиной).

Мы рассмотрели формирование уединенной структуры, отвечающей локализованному автоколебательному процессу. Проводилось также исследование эффекта взаимодействия двух подобных структур. Два луча, интенсивности которых отличались на 1%, располагались таким образом, чтобы расстояние между ними l удовлетворяло неравенству $L_T < l < L_n$. Как показали расчеты, колебательные процессы в лучах сначала подавляли друг друга, а затем постепенно устанавливались колебания в противофазе (рис. 3). Это свидетельствует об образовании сложной автоколебательной структуры из простых.

В заключение отметим, что система (1) получена при использовании ряда упрощающих предположений. В частности, считалось, что колебания температуры невелики и изменением локальной плотности газа можно пренебречь. Как показывают расчеты, учет этого фактора не влияет на сам факт существования колебательных режимов, но может приводить к усложнению наблюдаемых типов колебаний.

Таким образом, рассмотренная выше достаточно простая математическая модель позволяет объяснить качественные закономерности процесса нагрева химически инертной газовой смеси ИК-лазерным излучением и дает важный пример нелинейной системы, в которой наблюдается формирование нестационарных локализованных структур.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Академии наук СССР
Москва

Поступило
28 IX 1987

ЛИТЕРАТУРА

1. Бункин Ф.В., Кириченко Н.А., Лукьянчук Б.С. — УФН, 1982, т. 138, вып. 1, с. 45–94.
2. Бункин Ф.В., Кириченко Н.А., Лукьянчук Б.С. — Квантовая электроника, 1982, т. 9, № 9, с. 1864–1866.
3. Бункин Ф.В., Кириченко Н.А., Лукьянчук Б.С. — Изв. АН СССР. Сер. физич., 1982, т. 46, № 6, с. 1150–1169.
4. Панкратов С.Е., Пашкова Н.В. и др. Тез докл. IV Всес. симпоз. по лазерной химии. Звенигород, 1985. М.: ФИАН, 1985, с. 55.
5. Грю К.Э., Иббс Т.Л. Термическая диффузия в газах. М.: ГИТТЛ, 1956, 183 с.
6. Бункин Ф.В., Кириченко Н.А., Курдюмов С.П. и др. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша, 1986, № 40, 22 с.
7. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976.