



Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Академии наук СССР

ПРЕПР.  
4-67

В.А. Гасилов, В.В. Горев, С.Ф. Григорьев,  
С.В. Захаров, В.Я. Карпов, А.Ю. Круковский,  
Л.И. Рудаков, А.А. Самарский

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЖАТИЯ ПЛАЗМЫ  
ЛЁГКИМ ЛАЙНЕРОМ

Препринт № 23 за 1981г.

Москва

## В В Е Д Е Н И Е

Для выяснения основных закономерностей и получения количественных характеристик процессов сжатия и нагрева плазмы лайнером [14, 15], ускоряемым электродинамически импульсом тока от модуля А5 [1], в ИАЭ им. И.В.Курчатова проведены соответствующие теоретические оценки, на основе которых совместно с ИПМ им. М.В.Келдыша построена математическая модель процесса в одномерном варианте и проведен вычислительный эксперимент на ЭВМ. Конечная цель расчетов — выявить оптимальные параметры плазмы и лайнера для получения максимального энерговклада и температуры плазмы. Поскольку степень сжатия ограничена развитием неустойчивостей [2] и согласно экспериментальным данным [3] составляет порядка десяти, в расчетах предполагалось не более чем 10–20-кратное сжатие лайнера по радиусу.

Лайнер представлял собой газообразную цилиндрическую оболочку из аргона, внутри которой содержалась углеродная или гелиевая плазма. При протекании по лайнеру достаточно большого тока он склопывался под действием азимутального магнитного поля и сжимал заполняющую его плазму. Изучались следующие процессы:

- 1) протекание тока по лайнеру и плазме;
- 2) динамика ускорения лайнера;
- 3) нагрев ионов и электронов с учетом потерь на ионизацию, излучение и теплопроводность;
- 4) динамика магнитных полей с учетом конечной проводимости плазмы.

Расчеты проводились, начиная с задачи об ударе лайнера с заданной начальной скоростью по плазме, через этап включения гидродинамических, теплопроводностных и излучательных характеристик лайнера к полной МГД-задаче с учетом электрической цепи, моделирующей реальные условия возбуждения тока в модуле экспериментальной установки "Ангара-5" (рис. 1).

### § 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Плазму, заполняющую лайнер, будем описывать уравнениями одножидкостной магнитной гидродинамики с различными уравнениями для энергии ионов и электронов с учетом взаимного обмена через столкновения [4]. Таким образом, система уравнений имеет вид

$$S \frac{du}{dt} = - \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial r} P_{\alpha} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{B_z^2}{8\pi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{B_y^2}{8\pi}, \quad \alpha = i, e; \quad (\text{I.1})$$

$$P_{\alpha} = n_{\alpha} T_{\alpha}, \quad n_i = \frac{S}{m_i}, \quad n_e = \bar{z} n_i \quad (\text{I.2})$$

$$\frac{dS}{dt} + \frac{S}{r} \frac{\partial}{\partial r} r u = 0; \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{3}{2} n_i \frac{dT_i}{dt} = -P_i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r u - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r q_i - Q_{ie}; \quad (\text{I.4})$$

$$\frac{3}{2} n_e \frac{dT_e}{dt} = -P_e \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r u - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r q_e + Q_{ie} - W_{\text{rad}} -$$

$$- n_i \frac{d\bar{J}}{dt} - \frac{q_z}{h} + \frac{c^2 (\text{rot } \vec{B})^2}{16\pi^2 \sigma}; \quad (\text{I.5})$$

$$\vec{u} = (u, 0, 0), \quad \vec{B} = (0, B_y, B_z);$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{u}, \vec{B}] - \text{rot} \frac{c^2}{4\pi \sigma} \text{rot } \vec{B} \quad (\text{I.6})$$

Здесь проводимость плазмы задается в виде

$$\sigma = \sigma_1 f_{\sigma}(x), \quad \sigma_1 (c^{-1}) = \frac{9 \cdot 10^{13}}{z \cdot \Lambda} T_e^{\frac{3}{2}} (\text{эВ}) [4],$$

$$f_{\sigma}^{-1}(x) = 1 - \frac{6,416x^2 + 1,837}{x^4 + 14,79x^2 + 3,77} \quad [5], \quad x = W_{\text{Be}} \tau_{ei} \quad (\text{I.7})$$

Энергия ионизации  $\bar{J}$  иона с зарядом ядра  $Z_i$  до заряда  $\bar{Z}$  аппроксимирована выражением

$$\bar{J}(\text{эВ}) = \frac{13,6}{0,85 + 0,15 Z_i^{2/3}} \left( \frac{\bar{Z}^3}{3} + \frac{\bar{Z}^2}{2} + \frac{\bar{Z}}{6} \right), \quad (\text{I.8})$$

где

$$\bar{Z}(T_e) = \begin{cases} 0,9 T_e^{1/3} (\text{эВ}), & 0,9 T_e^{1/3} \leq Z_i \\ Z_i, & 0,9 T_e^{1/3} > Z_i \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

Радиационные потери из плазмы  $W_{\text{rad}}$  в области прозрачной плазмы состоят из тормозного излучения, рекомбинационного и излучения в линиях. Их будет аппроксимировать на основе формулы [6], учитывая спадание радиационной способности плазмы в области низких температур, согласно таблицам [7]

$$W_{\text{rad}}(T_e) = \begin{cases} n_i n_e (1,7 \cdot 10^{-25} Z_i^2 \sqrt{T_e} + 5,7 \cdot 10^{-24} \frac{Z_i^4}{\sqrt{T_e}} + 7 \cdot 10^{-23} \frac{Z_i^6}{T_e^{3/2}}), \\ W_{\text{rad}}(T_h) (T_e / T_h)^2, \quad T_e < T_h (\text{эВ}) \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

Величина  $T_h$ , как можно установить по таблицам [7], для элементов с  $Z_i \leq 10$  лежит в интервале  $3 < T_h (\text{эВ}) < 10$  и в расчетах полагалась равной 7 эВ (изменение  $T_h$  в указанных пределах, как показали вычисления, не оказывает существенного влияния на результаты). Если плазма непрозрачна, то  $W_{\text{rad}} = 0$ , а поток тепла за счет теплопроводности включает в себя в этом случае поток лучистой энергии, т.е.

$$q_e = q_{e_1} + q_{rad}, \text{ где } q_{rad} = -\frac{4}{3} \bar{\ell}_R \sigma_{c-б} \frac{\partial T_e^4}{\partial r} \quad (\text{I.II})$$

( $\sigma_{c-б}$  - постоянная Стефана-Больцмана,  $\bar{\ell}_R$  - пробег фотонов, усредненный по Росселанду [8]). Потоки тепла

$$q_i = -\alpha_{i_1} \frac{\partial T_i}{\partial r}, \quad q_{e_1} = -\alpha_{e_1} \frac{\partial T_e}{\partial r}$$

как и обмен тепла между ионами и электронами  $Q_{ie}$ , определяются столкновениями и выбраны согласно [4]. Так как расчеты были одномерными, то для учета потерь тепла вдоль лайнера в уравнение (I.5) модельно введены потери тепла равные тепловому потоку с характерным масштабом, равным длине лайнера  $h$ :

$$\frac{q_z}{h} = \frac{T_e}{h^2} \left( \alpha_{e_1} \frac{B_y^2}{B_z^2 + B_y^2} + \alpha_{e_{||}} \frac{B_z^2}{B_z^2 + B_y^2} \right) \quad (\text{I.I2})$$

( $\alpha_{e_1}$  и  $\alpha_{e_{||}}$  выбраны, согласно [4]).

На основе системы уравнений (I.I)-(I.6) оценим температуру в результате сжатия лайнера. Удар лайнера возбуждает в газе цилиндрическую сходящуюся ударную волну, на фронте которой нагреваются преимущественно ионы, которые затем теряют свою энергию на ионизацию, нагрев электронов и ионную теплопроводность. Нагрев электронов в свою очередь сопровождается потерями за счет излучения, электронной теплопроводности и сжатия магнитного поля. Сразу за фронтом сильной ударной волны энергосодержание плазмы в расчете на один ион

$$\epsilon_i = \frac{m_i u^2}{2} \quad (\text{I.I3})$$

( $m_i$  - масса протона,  $u$  - скорость плазмы за фронтом УВ). Передача энергии от ионов электронам сопровождается радиационными потерями, которые составляют

$$\Delta \epsilon_i \approx \frac{3}{2} \frac{W_{rad}}{Q_{ie}} \bar{\alpha} \cdot T_e \quad (\text{I.I3}')$$

на один ион, если темп передачи тепла превышает излучаемую плазмой энергию (в противном случае радиационные потери приводят к сильному сжатию плазмы за ударной волной вплоть до заклипания излучения, а температуры плазмы определяются условием

$\sigma_{с-б} T_e^4 = S_0 u^3 / 2$  ). Необходимое условие того, чтобы плазма за УВ нагревалась, оставаясь прозрачной

$$Q_{i,e}(T_i, T_e) \geq W_r \left( 1 + \frac{\bar{Z} T_e}{T_i - T_e} \right) \quad (I.I4)$$

(где  $T_i = \frac{m_i u^2}{3} - \bar{Z} T_e - \frac{2}{3} \bar{J}$  ) в области температур электронов

$$T_h \leq T_e \leq T_e^* ;$$

$T_e^*$  определяется условием равенства в (I.I4). Для  $T_e = T_h$  при  $m_i u^2 / 2 \gg \frac{3}{2} \bar{Z} T_h + 4 T_h$  (здесь учтено  $\bar{J}(T_h) \sim 3 T_h$  ) получаем

$$\bar{Z}^2 \alpha = \frac{Q_{ie}}{W_{rad}} \sim 0,4 \cdot 10^{-9} \frac{u^2 \bar{Z}^2}{Z_i^6} > 1 \quad (I.I5)$$

Расчет показал, что для осуществления условий, при которых плазма остается прозрачной в рассмотренной области плотностей параметр надкритичности  $\alpha$  должен существенно превышать единицу (например, для углеродной плазмы  $\alpha \approx 5$  ). Это связано с тем, что необходимо не просто пройти "ионизационно-радиационный барьер", а и нагреть электроны плазмы до температуры, при которой излучение было бы незапертым. Наибольшая достижимая температура электронов за фронтом УВ равна (при  $\alpha \bar{Z}^2 > 1$  )

$$T_e = T_e^* \approx \frac{m_i u^2}{3} \frac{1 - \delta}{\bar{Z} + 1 + \frac{2}{3} \bar{L}}, \quad \bar{L} = \bar{J} / T_e$$

$$\delta^2 = \frac{\bar{z} - 2 + 2\bar{i}/3}{\alpha \bar{z}^2 (\bar{z} + 1 + 2\bar{i}/3)} \quad (\text{I.16})$$

если плазма достаточно плотная

$$n_0 (\text{см}^{-3}) \geq \xi^2 \cdot 10^8 \frac{m_i}{m_p} \frac{u T_e^{* \frac{3}{2}}}{\bar{z}^2 R_1 (1 - \xi^2)} \quad (\text{I.17})$$

где  $n_0$  - начальная плотность плазмы,  $R_1$  - радиус лайнера в момент появления ударной волны,  $\xi^2 = n_0/n$  - степень сжатия плазмы за фронтом сильной ударной волны (для полностью ионизованной теплоизолированной плазмы, как известно,  $\xi^2 = 1/4$ , расчеты дают значение  $\xi^2 \approx 1/6$ , отличие связано, очевидно, с наличием потерь). При низкой плотности плазмы, когда условие (I.17) нарушено, температура электронов после прохождения УВ (при  $\alpha \bar{z}^2 > 1$ ) определяется скоростью обмена энергией между ионами и электронами за время прохождения ударной волной пути  $R_1$

$$t_{sh} \sim \frac{R_1 (1 - \xi^2)}{u},$$

т.е.

$$T_e (\text{эВ}) \approx 1,5 \cdot 10^8 \left[ \frac{\bar{z}^3}{\bar{z} + 1} R_1 u n_0 \frac{1 - \xi^2}{\xi^2} \right]^{\frac{2}{5}} \quad (\text{I.18})$$

После прохождения ударной волны до центра дальнейший нагрев плазмы происходит за счет диссипации отрезанных ударных волн. Если потери энергии из плазмы малы по сравнению с работой, совершаемой лайнером над плазмой, закон нагрева близок к адиабатическому

$$(\bar{z}_i T_e + T_i) \sim R^{-\frac{4}{3}} \quad (\text{I.19})$$

(предполагаем, что ионизация плазмы в основном произошла на стадии первой УВ).  $R$  - радиус плазмы. В конце сжатия, когда кине-

гическая энергия лайнера практически полностью перейдет во внутреннюю энергию плазмы, радиус лайнера достигнет значения

$$R_K = \xi R_1 (M_g / 2 M_\Sigma)^{\frac{3}{4}} \quad (I.20)$$

( $M_\Sigma = M_g + M_L$ ,  $M_g, M_L$  - массы газа, заполняющего оболочку, и лайнера, соответственно), а энергосодержание плазмы в расчете на один ион

$$\frac{3}{2} (z_i T_e + T_i) + \bar{T}(z_i) = \frac{M_\Sigma}{M_g} m_i u^2 \quad (I.21)$$

Если степень сжатия ограничивается развитием неустойчивостей на уровне  $K = R_1 / R_K$ , то для наиболее полной реализации кинетической энергии, запасенной в лайнере, необходимо выбрать соотношение между массами газа и лайнера

$$M_g / M_\Sigma \approx (1 + \ln \xi K) (\xi K)^{-\frac{4}{3}} \quad (I.22)$$

Таким образом, в процессе электродинамического сжатия лайнера можно выделить три стадии. На первой - скорость лайнера еще недостаточна для преодоления "ионизационно-радиационного барьера" в формирующейся ударной волне и плазма за фронтом УВ претерпевает сильное сжатие, практически налиная на лайнер (эффект "снежного плуга") (пусть лайнер на первой стадии сжимается по радиусу от  $R_0$  до  $R_1$ ). На второй стадии происходит формирование первой сильной ударной волны, нагревающей и ионизирующей газ, если степень сжатия плазмы за фронтом УВ  $\xi^2$ , то ударная волна достигнет центра при сжатии лайнера до  $R = R_1 \xi$ . На третьей стадии плазма продолжает нагреваться при сжатии квазиадиабатически.

Как видно из соотношения (I.21), для достижения в первую очередь наибольшей температуры плазмы при заданной степени сжатия лайнера необходимо, чтобы скорость лайнера была максимальной во время формирования первой ударной волны.

Проведем оценки области параметров, в которой может быть достигнута наибольшая скорость лайнера на стадии первой ударной волны. Лайнер ускоряется под действием давления магнитного поля



$$M_L \dot{u} = -10^{10} \frac{I^2 h}{R} \quad (I.23)$$

( $I$  - ток по лайнеру в МА,  $M_L$  - в г,  $h$  и  $R$  - в см,  $u$  - в см/с). Оценивая отсюда скорость лайнера на стадии формирования первой ударной волны, получаем:

$$u \sim 1,4 \cdot 10^5 \cdot I \cdot \left( \frac{h(1-\eta)}{M_L \eta} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (I.24)$$

где  $\eta = \xi \frac{R_L}{R_0}$

Для тока, развивающегося в цепи (рис. I), имеем оценку сверху:

$$I_{max} \sim \frac{U}{S_c + 2 \cdot 10^{-9} h u / R} \quad (I.25)$$

( $U$  - напряжение генератора в мВ,  $S_c$  - волновое сопротивление подводящей цепи в Ом). Тогда скорость

$$u_{max} \sim 2,5 \cdot 10^8 \eta \frac{R_0}{h} S_c P \beta \quad (I.26)$$

где параметр  $P^2 = \frac{U \cdot 10^{-3}}{S_c^2} \cdot \frac{h^{1.5} (1-\eta)^{0.5}}{R_0 \cdot M_L^{0.5} \eta^{1.5}}$ ,  $\beta = \sqrt{1 + P^{-2}} - P^{-1}$ ,

будет достигаться, если во время формирования первой УВ напряжение на выходе генератора близко к максимальному, т.е.

$$\frac{2(1-\eta) R_0}{u_{max}} \sim \frac{\tau_u}{2} \quad (I.27)$$

(где  $\tau_u = 120$  нс - длительность импульса напряжения). Соотношения (I.26) и (I.27) позволяют связать параметры цепи и лайнера для оптимизации скорости движения оболочки. Должно быть выполне-

по условию

$$\beta P \frac{S_c}{h} \cdot 6 \cdot 10^7 \tau_u \frac{\eta}{1-\eta} \sim 1, \quad \text{или}$$

(I.28)

$$\left( \frac{U_m^2}{h R_0^2 M_L} \right)^{0.5} \sim \frac{(1-\eta)^{3/2}}{\eta^{1/2}} \frac{28}{(10^7 \tau_u)^2} \left( 1 + \frac{1.2 \cdot 10^8 \tau_u \eta S_c}{h(1-\eta)} \right)$$

Таким образом, при сжатии лайнером, например, гелиевой плазмы (для которой "ионизационно-радиационный барьер" проходит при заведомо малой скорости так, что  $R_1 \approx R_0$ ) для параметров цепи  $U_m = 300$  кВ,  $S_c = 0,04$  Ом при  $R_0 = 1,5$  Ом,

$h = 1$  см масса лайнера должна быть  $M_L = 10^{-4} + 1,5 \cdot 10^{-4}$  г, тогда скорость оболочки на стадии первой ударной волны достигнет величины  $u \sim 3 \cdot 10^7$  см/с. В результате, согласно оценкам (I.21) и (I.22), при десятикратном сжатии оболочки по радиусу масса гелия  $M_g \approx 23 + 35$  будет нагрета до температур

$$\langle T \rangle = \frac{Z_i T_e + T_i}{Z_i + 1} \approx 3,5 \text{ кэВ},$$

т.е. в плазму будет вложена энергия  $9 + 13,5$  кДж, что составляет  $30 + 50\%$  энергии генератора в падающей волне.

## § 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается аксиально-симметричное течение замагниченного вещества в случае, когда вектора напряженности электрического и магнитного полей имеют по две компоненты - вдоль оси симметрии и азимутальную ("комбинированный пинч").

Система уравнений магнитной гидродинамики в двухтемпературном приближении, в переменных Лагранжа имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -r \frac{\partial P}{\partial m} + \frac{f}{S}$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = u$$

$$\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} = -P_e \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{S} \right) - \frac{\partial W_e}{\partial m} + Q - G_e$$

$$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} = -P_i \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{S} \right) - \frac{\partial W_i}{\partial m} - Q$$

$$W_{e,i} = -\chi_{e,i} S r^2 \frac{\partial T_{e,i}}{\partial m}$$

$$f = -\frac{1}{4\pi} \left( r B_z \frac{\partial B_z}{\partial m} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial m} (r B_y)^2 \right), G_e = G_{изл} + G_{дж} \quad (2.1)$$

$$G_{изл} = G_{изл}(S, T_e), G_{дж} = -\frac{r E_y}{4\pi} \frac{\partial B_z}{\partial m} + \frac{E_z}{4\pi} \frac{\partial}{\partial m} (r B_y)$$

$$E_y = \frac{-r S}{4\pi \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial m}$$

$$E_z = \frac{r S}{4\pi} \frac{\partial (r B_y)}{\partial m}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B_z}{S} \right) = -\frac{\partial}{\partial m} (r E_y), \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B_y}{r S} \right) = \frac{\partial}{\partial m} (E_z)$$

Здесь  $t$  - время;  $r$  - радиальная координата,  $0 \leq r \leq r_{\text{прав}}(t)$ ,  $m$  - массовая переменная, отнесенная к углу по азимуту в один радиан:  $dm = S r dr$ ,  $0 \leq m \leq M$ ;  $\varepsilon_e, \varepsilon_i$  - плотности внутренних энергий, а  $T_e$  и  $T_i$  - температуры электронов и ионов соответственно;  $S$  - плотность вещества,  $E_y$  и  $E_z$  -  $y$ -я и  $z$ -я компоненты напряженности магнитного поля;  $B_y$  и  $B_z$  -  $y$ -я и  $z$ -я компоненты напряженности магнитного поля,  $P$  - газодинамическое давление,  $P_e$  и  $P_i$  - давления электронного и ионного газа соответственно,  $f$  - электромагнитная сила,  $\chi_e(T_e, S, B_z, B_y)$  и  $\chi_i(T_i, S, B_z, B_y)$  - коэффициенты электронной и ионной теплопроводности;  $W_e$  и  $W_i$  - потоки тепла в электронной и ионной компонентах вещества,  $\sigma(T_e, S, \vec{B})$  - электропроводность,  $G_{дж}$  - мощность джоулева энерговыделения,  $G_{изл}$  - мощность излучения,  $Q(T_e, T_i)$  - скорость релаксации температур электронов и ионов.

Полное давление плазмы предполагается равным сумме парциальных давлений ее компонент:  $P = P_e + P_i$ ; каждая из величин  $P_e$  и  $P_i$  определяется из уравнения состояния идеального газа:

$$P_e = \frac{K}{m_p} \frac{Z_{эфф}}{M_{эфф}} S T_e; P_i = \frac{K}{M_{эфф} m_p} S T_i \quad (2.2)$$

Соответственно, выражения для  $\varepsilon_e$  и  $\varepsilon_i$  - удельных внутренних энергий компонент имеют вид:

$$\varepsilon_e = \frac{3}{2} \frac{K}{m_p} \frac{Z_{эфф}}{M_{эфф}} T_e + I(T_e) \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_i = \frac{3}{2} \frac{K}{M_{эфф} m_p} T_i$$

где  $K$  - постоянная Больцмана,  $m_p$  - масса протона,  $Z_{эфф}$  - эффективная величина заряда вещества,  $M_{эфф}$  - эффективное значение массового числа,  $I(T_e)$  - потенциал ионизации.

Если смесь состоит из  $n$  веществ с зарядами  $Z_1(T_e), \dots, Z_n(T_e)$ , и массовыми числами  $M_1, \dots, M_n$  и доля  $i$ -го вещества в смеси равна  $f_i$ ,  $\sum_{i=1}^n f_i = 1$ , то имеем:

$$Z_{эфф} = \sum_{i=1}^n f_i Z_i$$

$$M_{эфф} = \sum_{i=1}^n f_i M_i$$

Граничные условия на оси  $r = 0$  ( $M = 0$ ) в силу симметрии имеют вид:

$$u(0, t) = 0; W_{e,i}(0, t) = 0; E_\varphi(0, t) = 0; B_\varphi(0, t) = 0$$

На правой границе  $r = r_{прав}(t)$  ( $m = M$ ) задаются следующие условия

$$P(r_{прав}, t) = 0; W_i(r_{прав}, t) = 0; B_z(r_{прав}, t) = B_n(t)$$

$$W_e(r_{прав}, t) = \sigma_0 \cdot r_{прав}(t) [T_e(r_{прав}, t)]^4$$

где  $B_n(t)$  - заданная функция от времени. Граничное условие, связывающее компоненты электрического и магнитного полей  $E_z$  и  $B_\varphi$ , представляет собой уравнение электромагнитной цепи:

$$V - S_c I - L \frac{dI}{dt} + E_z(r_{\text{прас}}, t) = 2 \frac{d}{dt} \left[ \ln \left( \frac{R_*}{r_{\text{прас}}} \right) I(t) \right];$$

$$I(t) = \frac{1}{2} r_{\text{прас}}(t) B_\psi(r_{\text{прас}}, t)$$

$$I(0) = 0$$

$$V(t) = V_0(t)$$

$V_0(t)$  - заданная функция от времени.

Здесь предполагается, что цилиндрический столб вещества помещен в неподвижный коаксиальный цилиндр - разрядную камеру радиуса  $R_*$ ;  $S_c$ ,  $L$  - сопротивление и индуктивность электрической цепи, отнесенные к единице длины столба вещества. Источником энергии во внешней цепи является конденсатор, разность потенциалов обкладок которого  $V(t)$ ,  $I$  - ток во внешней цепи. Если  $l$  - длина столба плазмы,  $\tilde{S}_c$ ,  $\tilde{L}$ ,  $\tilde{V}$ ,  $\tilde{I}$  - реальные параметры цепи,

то  $S_c = \tilde{S}_c / l$ ,  $L = \tilde{L} / l$ ,  $V = \tilde{V} / l$ ,  $I = \tilde{I}$ .

В начальный момент времени  $t = 0$  в промежутке  $0 \leq r \leq r_{\text{прас}}(0)$  ( $0 \leq m \leq M$ ,  $M$  - масса газа, отнесенная к углу раствора по в один радиан) задается распределение

$$T_{e,i} = T_{e,i}(r, 0), \quad B_z = B_z(r, 0), \quad u(r, 0) \equiv 0.$$

Уравнения (2.1), (2.2), (2.3) совместно с граничными условиями образуют замкнутую систему.

### РАЗНОСТНАЯ СХЕМА

Дискретизация переменных.

Отрезок по  $r$  от 0 до  $r_{\text{прас}}(t)$  разбивается на  $N$  интервалов с массой  $\Delta m_e$ ,  $l = 1 \div N$ ; и радиусами (границами интервалов)  $r_j$ ;  $j = 1 \div N+1$

$$\begin{array}{ccc} \overbrace{j \quad \text{"}l\text{"} \quad j+1}^{\Delta m_e} & \overbrace{1 \quad r_1=0 \quad 2}^{\Delta m_1} & \overbrace{N \quad r_{N+1}=r_{\text{прас}}(t) \quad N+1}^{\Delta m_N} \end{array}$$

ячейка (интервал сетки) "l"

Величины  $r$ ,  $u$ ,  $W_{e,i}$ ,  $E_{y,z}$  будем считать отнесенными к границам ячеек и обозначать индексом  $j$  ( $j = 1 \div N+1$ ). Все прочие величины, входящие в уравнения (2.1), (2.2), (2.3) будем считать отнесенными к центрам ячеек и обозначать индексом  $\ell$  ( $\ell = 1 \div N$ ) (см. [9]). Граничные значения давления, температур, магнитного поля будем считать отнесенными к границам ячеек  $r_1 = 0$  (ось симметрии) и  $r_{N+1} = r_{\text{прав}}(t)$  (граничное значение на правой границе).

Для решения системы (2.1) совместно с уравнением состояния (2.2) используется полностью консервативная неявная разностная схема:

$$\begin{aligned}
 r_t &= u^{(0.5)} \\
 u_t &= -r^{(0.5)} \left( \hat{P} + \frac{1}{g_{\bar{r}}} \hat{B}_z B_z \right)_{\bar{m}} - \frac{1}{r^{(0.5)}} \frac{1}{g_{\bar{r}}} \left( r^{(0.5)} r^{(+1)} \hat{B}_y B_y \right)_{\bar{m}} \\
 \left( \frac{1}{g} \right)_t &= \left( r^{(0.5)} u^{(0.5)} \right)_m \\
 \left( \frac{B_z}{g} \right)_t &= -\hat{e}_m \\
 \left( \frac{B_y}{g r} \right)_t &= \hat{E}_z \\
 e &= r E_y = - \left( \frac{S_*}{4\pi \sigma_*} \right) r^2 (B_z)_{\bar{m}} \\
 E_z &= \left( \frac{S_*}{4\pi \sigma_*} \right) (r_* B_y)_{\bar{m}} \\
 (\hat{\epsilon}_e)_t &= \hat{P} \left( \frac{1}{g} \right)_t - (\hat{W}_e)_m + \hat{Q} + \hat{G}_{\text{изл}} - \\
 &\quad - \frac{1}{4\pi} \left[ \hat{e} (B_z)_{\bar{m}}^{(0.5)} + \hat{e}^{(+1)} (B_z)_m^{(0.5)} - \right. \\
 &\quad \left. - \hat{E} (r_* B_y)_{\bar{m}}^{(0.5)} - \hat{E}^{(+1)} (r_* B_y)_m^{(0.5)} \right] \\
 (\hat{\epsilon}_i)_t &= (\hat{P}_i + \hat{q}_i) \left( \frac{1}{g} \right)_t - (\hat{W}_i)_m - \hat{Q} \\
 W_{e,i} &= - (g \alpha_{e,i}) r^2 (T_{e,i})_m
 \end{aligned}$$

$$P = P_i + P_e + q$$

где  $q_f$  – давление искусственной вязкости, введенное в разностную схему для обеспечения возможности сквозного счета ударных волн и монотонизации решения разностных уравнений;  $f_*$  – интерполяция функции в узел, если она определена в ячейках, или интерполяция в ячейку, если она определена в узлах сетки. Вид этих интерполяций, а также вид давления искусственной вязкости, приведены в [9].

В граничных ячейках уравнения системы (2.4) определяются с учетом граничных условий, указанных в § I. Система (2.4) записана в безындексных обозначениях, принятых, например, в [9].

### Метод решения

Система разностных уравнений (2.3) с начальными и граничными условиями решалась методом комбинированных прогонок, подробно описанным в [10], реализованном в пакете прикладных программ HERA (см., например, [9]). Метод комбинированных прогонок состоит в том, что в системе разностных уравнений выделяются две группы. В первую группу входят уравнения движения и поля, а во вторую – уравнения энергии. В каждой группе уравнений выделяются так называемые основные переменные: в "электродинамической" группе это сеточные вектора скорости и компонент напряженности электрического поля, в "энергетической" – сеточные вектора температур компонент плазмы. Оставшиеся искомые переменные с помощью самих уравнений, входящих в группу, исключаются, и преобразованные таким образом уравнения группы решаются методом Ньютона. При этом, если линеаризации по Ньютону подвергаются уравнения данной группы, то основные переменные другой группы берутся с предыдущей итерации и их приращения полагаются равными нулю. Получающиеся таким образом системы линейных уравнений относительно "основных" искомых величин в "электродинамической" и "энергетической" группах решаются методом матричной прогонки. Процесс решения уравнений в обеих группах осуществляется последовательно в едином итерационном цикле, который, таким образом, является "внешним" по отношению к итерационным процессам решения разностных уравнений в группах. Заметим, что этот метод обходит ограничение на временной шаг разностной схемы и является достаточно экономичным и простым. Расчет одного варианта на сетке по пространству в 60 ячеек ( $N = 60$ ) занимает 10–20 минут на ЭВМ БЭСМ-6. Расчеты магнетогидродинамических течений, проведенные ранее с помощью пакета прикладных программ HERA, опубликованы в [9, 10, 12, 13].

## § 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Приведены типичные результаты по трем группам расчетов:

1. Удар лайнера с заданной начальной энергией по плазме.
2. Электродинамический разгон лайнера, включенного в электрическую цепь, моделирующую условие установки А5-01 (Ангара - Модуль). Сжатие и нагрев углеродной или гелиевой плазмы.

Удар лайнера с заданной начальной кинетической энергией по плазме

На этом этапе изучались закономерности нагрева плазмы в сильной ударной волне, вызываемой ударом по плазме лайнера со скоростью  $2 + 4 \cdot 10^7$  см/с и массой в  $0,25 + 1$  мг так, что кинетическая энергия лайнера составляла 22,5 кДж. Высота лайнера выбиралась равной  $h = 1$  см, радиус в начальный момент  $R_0 = 1$  см.

Расчеты показали, что нагрев углеродной плазмы можно осуществить при скорости лайнера больше  $2 \cdot 10^7$  см/с, ниже ее "ионизационно-радиационный барьер" пройти не удастся, происходит сильное сжатие плазмы без существенного увеличения температуры. Таким образом для нагрева углеродной плазмы представляет интерес область скоростей  $3 \cdot 10^7$  см/с и выше. На рис. 2а, 3а и 4а представлены распределения температур  $T_i$  и  $T_e$ , плотности плазмы  $S$  и магнитного поля  $B_z$  (магнитное поле накладывалось для замачивания теплопроводности на поверхность лайнера) на стадии сжатия плазмы ударной волной для скоростей лайнера  $3 \cdot 10^7$  см/с и  $4 \cdot 10^7$  см/с, соответственно, для различных начальных плотностей углеродной плазмы. При скорости  $3 \cdot 10^7$  см/с температуры электронов и ионов успевают в основном выровняться за фронтом ударной волны при плотности плазмы  $S_0 \approx 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup> ( $n_0 \approx 5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>) (рис. 2а). Достигаемая при этом температура  $T_i \approx T_e \approx 360$  эВ, что соответствует оценке (I.16). Затраты на излучение, теплопроводность и сжатие магнитного поля составляют 30%. Как показали расчеты, оптимальным является магнитное поле  $B_z|_{t=0} = 30$  кГс, увеличение поля приводило к росту энергетических затрат на сжатие магнитного поля, а уменьшение к увеличению теплопотерь на поверхность лайнера за счет электронной теплопроводности. С уменьшением плотности (т.е. при  $n_0 < 5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>) (рис. 3а) различие между температурами ионов и электронов возрастает из-за уменьшения теплообмена между ионами и электронами.

Для скорости лайнера  $4 \cdot 10^7$  см/с указанные закономерности в



общих чертах сохраняются (рис. 4а). При этом за ударной волной  $T_i = 1,9$  кэВ,  $T_e = 0,6$  кэВ. Сжатие плазмы за фронтом ударной волны составляет величину  $\xi^{-2} = 5 + 6$ . Отличие величины сжатия от сжатия газа с коэффициентом адиабаты  $\gamma = 5/3$  ( $\xi^{-2} = 4$ ) обусловлено главным образом затратами на ионизацию.

Стадия ударного сжатия заканчивается при сжатии по радиусу  $\xi^{-1} \sim 2,5$  при этом происходит кумуляция ударной волны, так что температура ионов в центре плазменного столба возрастает в 2-3 раза по сравнению с периферией. В дальнейшем стадия кумуляции сменяется квазиадиабатическим сжатием, в процессе которого плазма нагревается приблизительно по закону  $(Z_i T_e + T_i) \sim R^{-4/3}$ . В результате при заданной энергии лайнера (22,5 кДж) сжатие по радиусу до остановки и энергия в плазме в этот момент для различных плотностей плазмы и скоростей лайнера оставляют следующие величины

Скорость (см/с)	⋮	$3 \cdot 10^7$	⋮	$4 \cdot 10^7$
Плотность (г/см <sup>3</sup> )	$1,08 \cdot 10^{-5}$	$4,5 \cdot 10^{-6}$		$10^{-5}$
С ж а т и е	13	20		10
Энергосодержание плазмы (кДж)	15	15		17

Распределение температур  $T_i$ ,  $T_e$ , плотности  $\rho$ , магнитного поля  $B_z$  в момент максимального сжатия представлены на рис. 2б, 3б, 4б для различных начальных условий.

#### Электродинамический разгон лайнера и сжатие плазмы

Разгон лайнера осуществлялся генератором с электротехническими характеристиками (рис. 1) (максимум напряжения  $-U_m = 300$  кВ, индуктивность генератора и волновое сопротивление, соответственно,  $L = 1,5$  нГ,  $\rho_c = 0,04$  Ом), эквивалентными параметрами выходного устройства модуля установки "Ангара". Энергия в падающей волне от генератора составляла 27 кДж.

В расчетах лайнер предполагался аргоновым и заполнялся плазмой гелия или углерода. Геометрические характеристики лайнера представлены на рис. 5. Масса лайнера варьировалась от 0,05 мг до 0,25 мг. Оптимальной с точки зрения передачи энергии от генератора в кинетическую энергию лайнера и эффективности последующего нагрева плазмы является масса лайнера  $M_L = 100 + 150$  мг.

Такой лайнер ускорялся электродинамическим образом до скоростей масштаба  $U = 4 \cdot 10^7$  см/с, а энергия, переданная от источника в кинетическую энергию лайнера и плазмы (при сжатии примерно в 10 раз по радиусу) достигала 13 кДж. Лайнер обладал высокой излучательной способностью, его температура определялась балансом джоулевого нагрева протекающим током и мощностью поверхностного излучения. Таким образом температура лайнера оказывалась масштаба 10 эВ на начальной стадии процесса разгона и 40 эВ при сжатии в 10 раз по радиусу. При этом плотность энергии магнитного поля существенно превосходила плотность тепловой энергии лайнера и лайнер имел толщину, не превышающую толщины скин-слоя, т.е. магнитное поле проникало в плазму.

Первоначальный нагрев и сжатие плазмы происходил в ударной волне, вызванной ударом лайнера и проникающим магнитным полем. Характерные распределения температур, плотности и азимутального магнитного поля в момент формирования первой ударной волны представлены на рисунках 6а (для гелиевой плазмы) и 7а (для углеродной плазмы).

Для гелиевой плазмы стадия прохождения "ионизационно-радиационного барьера" является короткой и существенно не сказывается на динамике процесса сжатия и нагрева плазмы. Ударная волна, формирующаяся в плазме, по мере движения к центру непрерывно увеличивает свою амплитуду за счет продолжающегося ускорения лайнера и кумуляции. На рис. 6а представлен момент формирования ударной волны, когда скорость лайнера достигала  $2,8 \cdot 10^7$  см/с. На фронте UV температуры ионов и электронов нарастают до значений  $T_i = 0,64$  кэВ,  $T_e = 0,27$  кэВ. Сжатие плазмы происходит примерно в 5 раз (в начальный момент плотность плазмы  $\rho_0 = 10^{-5}$  г/см<sup>3</sup>). Магнитное поле, проникая через лайнер, окинируется в узком слое плазмы гелия, плазма замагничивается.

При сжатии лайнера примерно в 3 раза по радиусу ударная волна достигает оси лайнера, дальнейший нагрев происходит квази-адиабатически. Лайнер, сжимая плазму, тормозится. На рис. 6б представлены распределения  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $B_\phi$  и плотности  $S$  в момент остановки лайнера. Сжатие по радиусу в этот момент равно 13. Температуры ионов и электронов достигают значений в центре  $T_i = 4,5$  кэВ,  $T_e = 2,5$  кэВ и  $T_i \approx T_e = 1,1$  кэВ вблизи лайнера. Энергия в плазме в этот момент составляет 10 кДж. Потери энергии из плазмы за счет излучения, электронной и ионной теплопроводности не превосходят 30%. Вычислительный эксперимент поз-

волил выявить возникновение пика азимутального магнитного поля в окрестности границы лайнера и плазмы в момент торможения лайнера. На рис. 6б магнитное поле в максимуме в 2,4 раза превышает поле на границе лайнера. Появление пика, очевидно, обусловлено сжатием плазмы с вмороженным в него магнитным полем во время остановки лайнера.

Нагрев углеродной плазмы первой ударной волной происходит с момента, когда скорость лайнера достаточна для преодоления "ионизационно-радиационного барьера" (более  $2 \cdot 10^7$  см/с), до этого момента за ударной волной происходит сильное сжатие плазмы, излучение оказывается запертым, плазма налипает на лайнер, тем самым увеличивая его эффективную массу. Для лайнера с массой 0,1 мг "радиационный барьер" преодолевается к моменту, когда лайнер проходит приблизительно половину начального радиуса, т.е.  $3/4$  массы углеродной плазмы (при однородном начальном распределении) налипает на лайнер. При плотности плазмы меньше  $5 \cdot 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup> налипающей массы еще не достаточно для существенного изменения динамики разгона лайнера и оставшаяся  $1/4$  массы плазмы нагревается при сжатии лайнером. На рис. 7а представлены температуры, плотность и магнитное поле на стадии первой ударной волны при начальной плотности  $\rho_0 = 4,8 \cdot 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup>, на рис. 7б - то же при сжатии лайнера в 10 раз по радиусу. При такой плотности температуры ионов и электронов не успевают выровняться ( $T_i \approx 10$  кэВ,  $T_e \approx 2$  кэВ). Здесь также возникает пик азимутального магнитного поля, однако он расположен в окрестности границы прозрачной и непрозрачной областей углеродной плазмы.

При десятикратном сжатии плазмы с  $\rho_0 = 4,8 \cdot 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup> доля энергии, содержащейся в плазме (2 кДж), еще существенно меньше кинетической энергии лайнера (11 кДж). Однако при повышении начальной плотности плазмы налипающая масса влияет на динамику разгона лайнера, критическая скорость достигается при меньших радиусах и эффективность передачи энергии лайнера в плазму при десятикратном сжатии снижается.

Вычислительный эксперимент позволил найти путь устранения эффекта торможения лайнера налипающей массой плазмы при  $\rho_0 > 5 \cdot 10^{-6}$  г/см<sup>3</sup> введением неоднородного начального распределения плотности плазмы.

Начальное распределение плотности газа моделировалось следующим образом:  $\rho = \begin{cases} \rho_k, & r \leq r_k \\ \rho_g, & r_k < r < R_0, \end{cases} \rho_k \gg \rho_g$  Радиус  $r_k$

плотного ( $S_K$ ) ядра выбирается так, чтобы заскинировать азимутальное магнитное поле тока в пространстве между ядром и лайнером, заполненным газом меньшей плотности ( $S_g$ ). В этом случае не происходит передачи давления ядру вплоть до момента генерации сильной ударной волны, происходящей к моменту набора лайнером скорости, достаточной для преодоления "ионизационно-радиационного барьера". Скинирование поля в ионизирующемся газе учитывалось модельно путем задания проводимости в соответствии с формулой (I.7).

На рис. 8 представлены результаты расчета варианта с параметрами  $S_K = 3 \cdot 10^{-5}$  г/см ( $n_i = 2,5 \cdot 10^{18}$  1/см<sup>3</sup>),  $S_g = 3 \cdot 10^{-6}$  ( $n_i = 2,5 \cdot 10^{17}$ ),  $r_K = 0,6$ . Начальное значение продольного магнитного поля  $B_z = 30$  кГс выбиралось таким, чтобы обеспечить замощивание электронной теплопроводности на боковую поверхность лайнера, внешний и внутренний радиусы лайнера соответственно  $R_L = 2,0$ ,  $R_o = 1,8$  см. Расчет показывает, что ядро исконится до момента  $t = 100$  нс, при этом лайнер ускоряется до скорости  $3,75 \cdot 10^7$  см/с, кинетическая энергия  $E_K = 7,6$  кДж. В последующие моменты времени происходит формирование сильной ударной волны, распространяющейся по ядру. На рис. 8а изображено положение фронта ударной волны распределения  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $S$ ,  $B_z$ ,  $B_\varphi$  по радиусу к моменту  $t = 116$  нс. Степень сжатия по радиусу ядра 2,4, лайнера 6. К этому моменту лайнер сжался в 10 раз и излучает как черное тело с температурой  $T = 20$  эВ, определяющейся балансом между джоулевым нагревом и излучением с поверхности лайнера. Непосредственно за фронтом ударной волны  $T_i = 3,54$  кэВ,  $T_e = 465$  эВ ( $\langle T \rangle = 900$  эВ). За фронтом КВ происходит выравнивание температур электронов и ионов:  $T_i \approx T_e = 450$  эВ на границе ядра. Поток тепла из плазмы на боковую поверхность лайнера определяется замагниченной (параметр  $\omega_{ce} \tau_{ei} \approx 24$ ) электронной теплопроводностью и составляет  $4,1 \cdot 10^8$  кДж/с. При достижении ударной волной оси системы происходит кумуляция с последующим квазиадиабатическим сжатием плазмы.

Рис. 8б соответствует моменту максимального сжатия (степень сжатия ядра = 7). В процессе сжатия плазма остается прозрачной и потери на объемное излучение к моменту  $t = 120$  нс составляют 4,4 кДж. Кинетическая энергия лайнера практически полностью переходит во внутреннюю энергию плазмы  $E_n = 9,2$  кДж. Увеличение азимутального поля  $B_\varphi$  на границе прозрачности плазмы происходит вследствие сжатия газа, вызванного сильным охлаждением за счет объемного излучения из данной области.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании приведенных данных следует считать главными следующие результаты одномерного вычислительного эксперимента:

1. Эффективность сжатия и нагрева плазмы лайнером составляет около 35% (или 9–10 кДж во внутренней энергии плазмы при энергозапасе генератора 27 кДж).

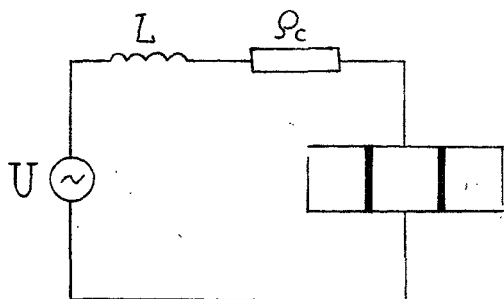
2. При сжатии по радиусу приблизительно в десять раз углеродная или гелиевая плазма может быть нагрета до температур, соответственно  $T_i \approx 15$  кэВ,  $T_e \approx 5$  кэВ и  $T_i \approx 4,5$  кэВ,  $T_e \approx 2,5$  кэВ.

3. Для получения скорости лайнера  $\sim 4 \cdot 10^7$  см/с масса его не должна превышать 100–150 мкг.

4. Эффективность энерговклада может быть существенно выше для неоднородного, более плотного в центре распределения плазмы, чем для однородного.

- I Великов Е.П., Недосеев С.Л., Пасечников А.М., Рудаков Л.И., Смирнов В.П. и др. Ускорительный комплекс "Ангара-5".  
II Симпозиум по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976, 254.
- 2 Harris E.G. Phys. Fluids, 1962, 5, 9.
- 3 Clark W. et al. Journ. Appl. Phys., 1982, 53, 5552.
- 4 Брагинский И.С. Вопросы теории плазмы, в. I. М., Атомиздат, 1963.
- 5 Баранов В.Б., Краснобаев К.В. Гидродинамическая теория космической плазмы. М., Наука, 1977.
- 6 Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М., Физматгиз, 1963.
- 7 Post D.E. et al. Steady state radiative cooling rates for low-density high-temperature plasmas. PPPL-1352, July, 1977.
- 8 Зельдсвич Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.
- 9 С.А.Гайфулин, В.А.Гасилов, В.Я.Карпов, А.Ю.Круковский, Т.В.Мищенко. САФРА. Функциональное наполнение. программа решения уравнений одномерной магнитной гидродинамики в осесимметричном случае (инструкция). М.: ИИМ им. М.В.Келдыша АН СССР, 1983, 66 с.
- 10 В.А.Гасилов, В.Я.Карпов, А.Ю.Круковский. Об алгоритмах численного решения одномерных нестационарных задач магнитной гидродинамики. Препринт № 54. М.: ИИМ АН СССР, 1984, 25 с.
- II И.С.Березин, Н.П.Жидков. Методы вычислений, т. II. М., Физматгиз, 1962.

- 12 П.П.Волосевич, Н.А.Дарьин, В.Я.Карпов, А.Ю.Круковский.  
К расчету задач магнитной гидродинамики со стоками массы в квазилагранжевых координатах. Препринт № 7. М., ИИМ АН СССР, 1984, 21 с.
- 13 В.А.Гасилов, Н.В.Змитренко, В.Я.Карпов, А.Ю.Круковский, Д.В.Подлесный. Влияние термоэлектрических явлений на динамику  $\Theta$ -пинча. Препринт № 26. М.: ИИМ АН СССР, 1984, 22 с.
- 14 Linhart J.G. Nucl. Fusion, 1973, v. 13, n. 3.
- 15 Turchi P.J., Baker W.L. Journ. Appl. Phys., 1973, 44, p.4936.



$$L = 1.5 \text{ нГ}$$

$$\rho_c = 0.04 \text{ Ом}$$

$$U_m = 0.3 \text{ МВ}$$

$$\tau_u = 120 \text{ нсек.}$$

$$U = \begin{cases} U_m \sin(\pi \frac{t}{\tau_u}), & t < \tau_u \\ 0, & t \geq \tau_u \end{cases}$$

Рис. 1.

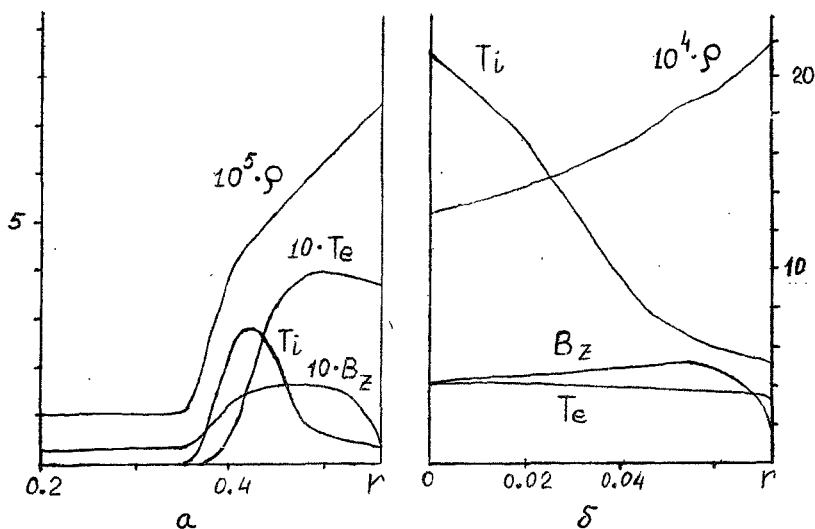


Рис. 2.  $T_e$  (кэВ),  $T_i$  (кэВ),  $\rho$  ( $\text{э/см}^3$ ),  $B_\varphi$  (МГс),  $r$  (см); а)  $t = 15 \text{ нс}$ , б)  $t = 34 \text{ нс}$



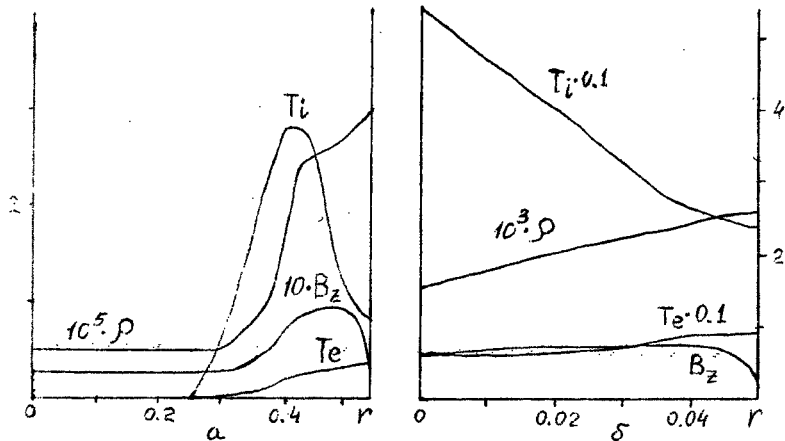


Рис. 3. а)  $t = 15$  нс, б)  $t = 34$  нс

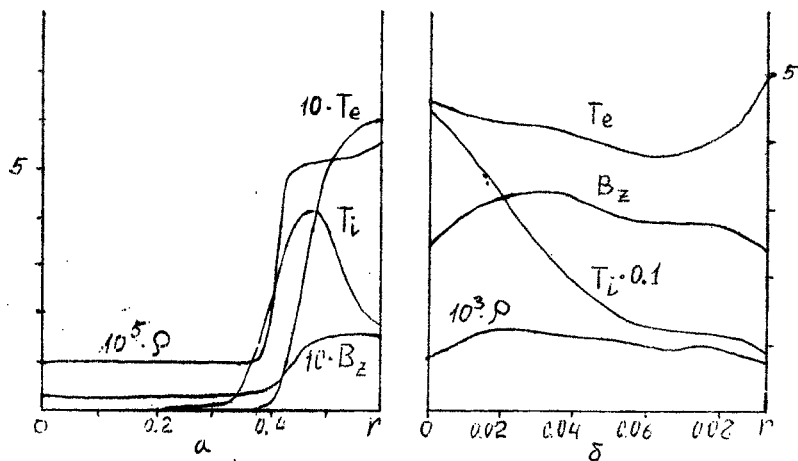


Рис. 4. а)  $t = 10$  нс, б)  $t = 27$  нс

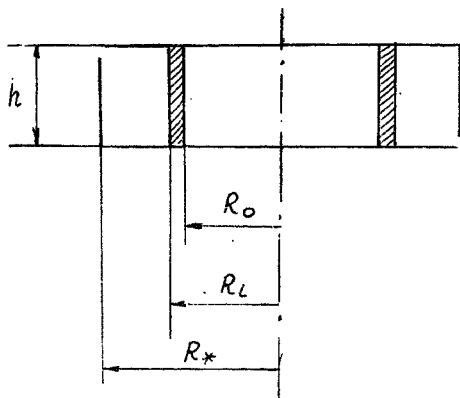


Рис. 5.  $h = 1 \text{ cm}$ ,  $R_* = 3.25 \text{ cm}$ ,  $R_L = 1.5 \text{ cm}$ ,  $R_0 = 1.3 \text{ cm}$

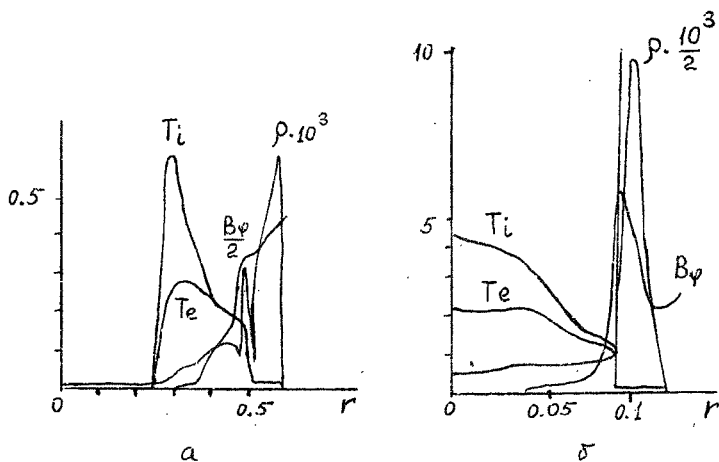


Рис. 6. а)  $t = 107,4 \text{ нс}$ , б)  $t = 122 \text{ нс}$

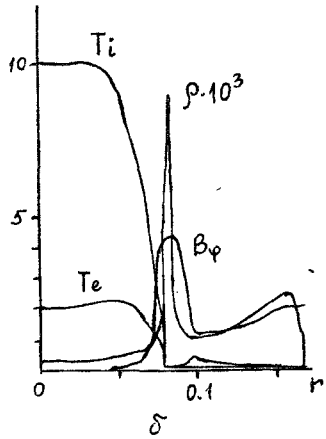
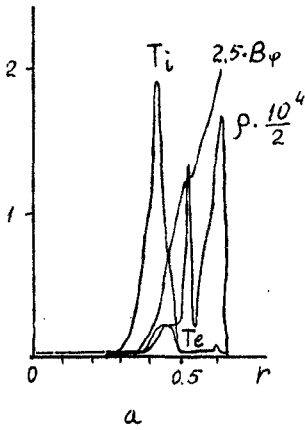


Рис. 7. а)  $t = 95 \text{ нс}$ , δ)  $t = 107 \text{ нс}$

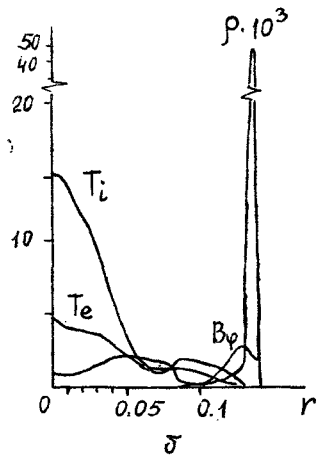
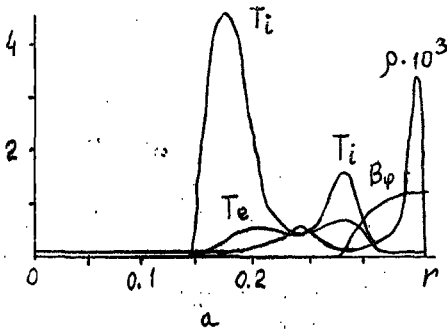


Рис. 8. а)  $t = 116 \text{ нс}$ , δ)  $t = 120 \text{ нс}$