

УДК 533.95

Е. Г. ГАМАЛИЙ, В. Б. РОЗАНОВ, А. А. САМАРСКИЙ,
В. Ф. ТИПКИН, Н. П. ТЮРИНА, А. П. ФАВОРСКИЙ**ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТИЯ
СФЕРИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ МИШЕНЕЙ¹**

Гидродинамическая неустойчивость, возникающая при низкоэнтропийном сжатии сферических мишеней под действием лазерного излучения, является основным препятствием для достижения сверхвысоких плотностей вещества, предсказываемых одномерными сферически-симметричными расчетами [1, 2]. Как известно, это в основном неустойчивость рэлей-тейлоровского типа [3], хорошо изученная в гидродинамике, особенно в применении к течениям несжимаемой жидкости [5]. Рост амплитуды малых возмущений, связанных с вариациями интенсивности лазерного излучения, отклонениями плотности материала мишени от однородной и искажениями ее формы, вследствие неустойчивости может привести к турбулизации течения до окончания процесса сжатия. Новыми элементами при изучении неустойчивости сжимающегося плазменного шара является электронная теплопроводность ($T_e, T_i \sim 1$ кэВ), сжимаемость, большие радиальные градиенты температуры, скорости, генерация магнитных полей значительной величины (~ 1 МГс) на фоне быстрого движения плазмы к центру симметрии. Изучение природы и способов стабилизации гидродинамической неустойчивости сжатия, определение допустимого спектра начальных возмущений и, следовательно, допустимых вариаций интенсивности лазера и отклонений от сферической симметрии мишени является одной из центральных задач лазерного термоядерного синтеза. Очевидно, что решение этой задачи имеет непосредственное отношение к общей проблеме ограничения сферической кумуляции.

Исследованию гидродинамической неустойчивости сжатия мишеней под действием лазерного излучения посвящено большое число работ, использующих как линейное по величине амплитуды приближение [6-8, 19], так и двумерные численные эксперименты [10, 11, 17, 21, 23]. Последние являются наиболее действенным инструментом для исследования указанной задачи, однако требуют детальной физической интерпретации и сравнения с простыми аналитическими решениями.

Цель настоящей работы — дать полную картину развития неустойчивости в лазерной мишени как на линейной, так и на нелинейной (по гидродинамике) стадии развития возмущений, последовательно используя аналитические решения для интерпретации двумерных численных экспериментов с нелинейной гидродинамикой.

В результате такого подхода легко понять, почему роль теплопроводности является существенной, а конвекции незначительной. Приведенный ниже анализ показывает, что в задаче с учетом всех указанных выше эффектов возмущения границы раздела сред на линейной стадии растут примерно так же, как тейлоровские моды на уменьшающейся со временем сферической поверхности, движущейся с переменным во времени ускорением. Показано, что при увеличении волнового числа возмущения инкремент насыщается, и это насыщение имеет ту же природу, какую и обнаружил Ферми [12]. Факт насыщения позволяет утверждать, что возмущения высоких гармоник не представляют опасности для сжатия, если только их начальная

¹ Работа докладывалась на годовой сессии Совета по физике плазмы г. (Звенигород) в апреле 1978 г.

амплитуда не превышает определенного значения. Для простейшей мишени, изучаемой в современных экспериментах (стеклянная оболочка, заполненная D_2 -газом), определена амплитуда начального возмущения, не приводящая к существенному искажению сферической симметрии, и получены количественные результаты о состоянии сжатого ядра мишени с учетом развития неустойчивости, которые используются для интерпретации физических экспериментов.

1. КРИТЕРИЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ. ЗОНА НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Применим для анализа устойчивости движения лазерной плазмы критерий неустойчивости произвольного адиабатического (постоянна удельная энтропия) течения теплопроводной сжимаемой жидкости, полученной в работе [9] в линейном приближении. Согласно [9] движение неустойчиво в области, где выполнено условие

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_P \nabla P \nabla S < 0. \quad (1)$$

Здесь P , ρ , S — давление, плотность, удельная энтропия плазмы. Критерий (1) строго доказан для всех волновых чисел возмущения при постоянных по пространству градиентах и при $k \rightarrow \infty$ для произвольных распределений по пространству указанных величин. Если записать (1) в другом виде:

$$(\nabla P)^2 - c^2 \nabla P \nabla \rho > 0, \quad (2)$$

то легко видеть, что при $\nabla \ln \rho \gg \nabla \ln P$ из (2) мы приходим к известному критерию неустойчивости нетеплопроводной несжимаемой жидкости, полученному в работах Рэля и Чандрасекара [5]

$$\nabla P \nabla \rho < 0. \quad (3)$$

Анализ сжатия мишеней разного типа показывает, что независимо от конкретной структуры мишени и режима ее нагрева и сжатия неустойчивость в смысле (2) развивается по крайней мере на двух стадиях движения [4]: в «короне», при реактивном ускорении вещества на начальном этапе сферического сжатия и при торможении плазмы вблизи геометрического центра мишени. В отличие от классической задачи Рэля—Тейлора [3, 5] в данном случае мы имеем дело не с неустойчивостью границы раздела; течение неустойчиво в некоторой области, определяемой с помощью (2), так называемой зоне неустойчивости [4]. Обычно в лазерной плазме вблизи границы испарения выполняется условие $|\nabla \ln \rho| \gg |\nabla \ln P|$, поэтому для определения этой зоны можно пользоваться и критерием для несжимаемой жидкости (3). Как следует из численных расчетов [10, 11], ширина этой зоны, формирующейся при взаимодействии волны разгрузки с тепловой волной, много меньше характерных размеров мишени и для стеклянных мишеней ($R_0 = 60-70$ мкм) составляет 0,2—0,5 мкм.

2. НАСЫЩАЮЩИЕ И СТАБИЛИЗИРУЮЩИЕ МЕХАНИЗМЫ

Максимальный инкремент роста амплитуды возмущения для рэлей-тейлоровской неустойчивости достигается в случае, когда граница раздела двух невязких нетеплопроводных несжимаемых жидкостей (скачок плотности) находится в поле постоянного ускорения g (тейлоровские моды [3]):

$$\gamma^2 = kg \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad \gamma^2 = kg \quad \text{при } \rho_2 \gg \rho_1. \quad (4)$$

Этот инкремент неограниченно возрастает с увеличением волнового числа k . Однако учет вязкости приводит к тому, что при $k > k_c$ течение становится устойчивым [5]. При наличии градиента плотности (в более общем случае при существовании зоны неустойчивости, размер которой L , вообще говоря,

не совпадает с характерным масштабом градиента плотности $a = (\nabla \ln \rho)^{-1}$ при $k \rightarrow \infty$ инкремент достигает максимального значения, не зависящего от волнового числа:

$$\gamma_{\max}^2 = \begin{cases} g \nabla \ln \rho, & a \gg L; \\ gL^{-1}, & L \gg a. \end{cases} \quad (5)$$

Для случая произвольного адиабатического течения сжимаемой жидкости [9] при $k \rightarrow \infty$ имеем вместо (5):

$$\gamma_{\max}^2 = g \rho^{-1} \left(\frac{\partial \rho}{\partial S} \right)_P \nabla S, \quad (6)$$

где S — удельная энтропия.

Существенным сглаживающим эффектом в «короне» мишени может служить теплопроводное выравнивание возмущений. Возмущения температуры с волновыми числами $k > k_c$ сглаживаются теплопроводностью. Из условия $\tau_{\text{тепл}} \sim \gamma^{-1}$ имеем

$$k_c \sim [Z\rho/M_i x_0 T_0^{3/2}] g^{1/2}, \quad (7)$$

M_i , Z — масса и заряд иона; ρ — плотность; x_0 — коэффициент теплопроводности.

К насыщению инкремента могут приводить по крайней мере два нелинейных механизма. Нелинейные эффекты становятся существенными при $ak \geq 1$ (a , k — амплитуда и волновое число возмущения). Нелинейное взаимодействие, приводящее к смене экспоненциального режима ($a = a_0 \exp\{\gamma t\}$) на степенной ($a \sim gt^2$), было изучено Ферми [12] на модельной задаче об эволюции ступенчатого возмущения поверхности раздела тяжелой несжимаемой жидкости, расположенной на легкой в поле ускорения g . Характерной чертой этого режима являются разные предельные законы роста амплитуд «горбов» ($a \rightarrow t^2$) и впадин ($b \sim t^{1/2}$), т. е. по существу падение «горбов» в поле тяжести. При энергетическом подходе, развитом Ферми, это происходит вследствие перекачки потенциальной энергии возмущения в кинетическую энергию жидкости. На спектральном языке это явление можно интерпретировать как перекачку энергии по спектру от длинноволновых к коротковолновым возмущениям.

При рэлей-тейлоровской неустойчивости в плазме могут генерироваться магнитные поля значительной величины (1–10 МГс), вызываемые термоэлектрическими токами [13]. Пондеромоторные силы, возникающие при генерации полей такой величины, оказывают обратное влияние на развитие возмущений. Оба этих эффекта можно количественно рассчитать в нелинейных (в том числе и по полю) двумерных численных экспериментах [14]. Еще одним механизмом стабилизации неустойчивости вблизи фронта волны испарения в «короне» мишени может служить протекание плазмы через зону неустойчивости (конвективная стабилизация). Этот эффект изучался как аналитически [7, 11], так и при помощи численных расчетов [6, 8, 10, 11]. Влияние конвекции на величину инкремента можно определить из простой задачи, приведенной ниже.

3. КОНВЕКТИВНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ

Рассмотрим задачу об устойчивости сферически-симметричного течения несжимаемой жидкости с градиентами плотности, скорости и давления. Пусть исходное течение известно и описывается функциями $v = \{v_{0r}, 0, 0\}$, ρ_{0r} , v_{0r} , P_0 от r , t . Произвольные малые возмущения представим в виде разложения по сферическим гармоникам ($\delta v_r = u$; $\delta v_\theta = v$; $\delta v_\varphi = w$; $\delta P = p$):

$$\{u, v, w, \delta\rho, p\} \sim \sum_n f_n(r, t) Y_n(\theta, \varphi). \quad (8)$$

Линеаризуем обычным образом уравнения гидродинамики с использованием

условия несжимаемости ($\text{div } \mathbf{v} = 0$). Кроме того, перейдем в систему координат, движущуюся со скоростью v_{0r} , для того, чтобы устранить эффекты, связанные со сносом, и предположим, что градиенты скорости малы ($\int \frac{\partial v_{0r}}{\partial r} dt \ll 1$). В этом приближении задачу можно свести к одному уравнению для коэффициента разложения по сферическим гармоникам возмущения радиальной компоненты скорости $u_n(r)$, предполагая, что зависимость от времени экспоненциальная, $u_n(r, t) = u_n(r) e^{i n t}$,

$$u_n \left(\gamma_n + \frac{\partial v_{0r}}{\partial r} \right) = \frac{\gamma_n}{n(n+1)} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial r} \rho_0 \frac{\partial r^2 u_n}{\partial r} + \frac{u_n}{\gamma_n} g \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial r}. \quad (9)$$

Здесь обозначено для простоты $g = -\rho^{-1} (\partial P_0 / \partial r)$.

При $n \rightarrow \infty$ из (9) легко получить

$$\gamma_{n \rightarrow \infty} = \left[g \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial r} \right]^{1/2} - \frac{\partial v_0}{\partial r}. \quad (10)$$

Таким образом, стабилизирующая роль конвекции связана, как и следовало ожидать, с наличием градиента скорости. Как следует из (10), даже при $n \rightarrow \infty$ конвекция не приводит к устойчивому течению ($\gamma < 0$) в отличие от результатов работы [7]. Сравнение первого и второго членов в (10) для типичных условий в лазерной мишени показывает, что влияние конвекции не может быть значительным.

4. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СФЕРИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СЖИМАЕМОЙ И НЕСЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ

Близкими к задачам неустойчивости сжатия лазерной мишени являются задачи об устойчивости кавитационного пузырька в несжимаемой жидкости. Такие задачи рассматривались как для сферической границы раздела двух несжимаемых жидкостей [20], так и для поверхности вакуумного пузырька в бесконечной жидкости [18].

Рассмотрим задачу об устойчивости границы сферического газового пузырька, расположенного в безграничной несжимаемой жидкости. Как будет показано ниже, эта задача воспроизводит все основные черты неустойчивости на сокращающейся сферической поверхности раздела двух сред. Невозмущенное движение представляет собой сжатие газа под действием сферически-симметричного давления, убывающего на бесконечности так, что полная энергия остается конечной.

Закон невозмущенного движения границы раздела можно получить из условия сохранения энергии аналогично задаче Рэлея [22]. Такое решение было получено Е. И. Забабахиным в предположении, что кинетическая энергия газа много меньше его внутренней энергии и кинетической энергии окружающей жидкости, а сжатие газа происходит адиабатически

$$v_0 = -\frac{dR}{dt} = \left(\frac{E_0}{2\pi\rho_0} \right)^{1/2} \frac{(R^2 - R_{\min}^2)^{1/2}}{R^{3/2}}. \quad (11)$$

Здесь E_0 — полная энергия; R , R_{\min} — соответственно текущий и минимальный радиусы полости; ρ_0 — плотность жидкости. Уравнение для коэффициентов разложения произвольного малого возмущения поверхности раздела $\Delta_n(r, t)$ по сферическим гармоникам можно получить, считая, что возмущения в газе выравниваются мгновенно, граничное условие для возмущений скорости есть условие ее непрерывности

$$u_n = \left(\frac{d\Delta_n}{dt} + \Delta_n \frac{\partial v_0}{\partial r} \right)_R, \quad (12)$$

а возмущение давления p_n на границе уравнивается разницей гидростатических давлений жидкости и газа в поле ускорения dv_0/dt :

$$p_n|_R = (\rho_0 - \rho_{\text{газ}}) \Delta_n \frac{dv_0}{dt}, \quad \rho_{\text{газ}} = \rho_{0\text{газ}} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3. \quad (13)$$

Используя эти два условия и уравнение для возмущений в жидкости (9), можно получить искомое уравнение для амплитуды возмущения границы [19]:

$$R \frac{d^2 \Delta_n}{dt^2} + 3v_0 \frac{d \Delta_n}{dt} + \left[2 - \frac{\rho_0 - \rho_r}{\rho_0} (n+1) \right] \frac{dv_0}{dt} \Delta_n = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) легко можно проинтегрировать численно для произвольного закона движения и получить полное решение задачи. Мы ограничимся лишь аналитическим решением, описывающим два характерных этапа развития неустойчивости рассматриваемой поверхности. Для коротковолновых возмущений ($n \gg 1$) из (14) можно получить аналитическое решение, не детализируя закона движения:]

$$\Delta_n = \Delta_n(R_0) \frac{R_0}{R} \left[\frac{v_0(R_0)}{v_0} \right]^{1/2} \left[\frac{d \ln v_0}{d \ln R} \right]_{R=R_0}^{1/2} \left[\frac{d \ln v_0}{d \ln R} \right]^{-1/2} \times \\ \times \cos \left\{ n^{1/2} \int_{R_0}^R \left[-\frac{(\rho_0 - \rho_r)}{\rho_0} \frac{d \ln v_0}{d \ln R} \right]^{1/2} \frac{dR}{R} \right\}. \quad (15)$$

На начальном этапе, когда давление газа не сказывается на движении жидкости, закон движения границы раздела такой же, как и в задаче Рэлея [22] $v_0 \sim R^{-3/2}$, и решение (15) совпадает с решением для устойчивости границы вакуумного пузырька в несжимаемой жидкости [18]. В этом случае $\Delta_n \sim R^{-1/2}$, а поверхность раздела осциллирует с частотой, зависящей от номера сферической гармоники n . Как только давление газа начинает тормозить жидкость ($dv/dt > 0$, $d \ln v/d \ln R > 0$), рост возмущений становится экспоненциальным. Если перейти в (15) к переменной t ($R \rightarrow t$), то выражение (15) переходит в следующее:

$$\Delta_n \sim \exp \left\{ \int_0^t \left[\frac{\rho_0 - \rho_r}{\rho_0} - \frac{n}{R} \left| \frac{dv}{dt} \right| \right]^{1/2} dt \right\}. \quad (16)$$

Легко видеть, что последнее выражение есть обобщение формулы Тейлора (4) на случай переменных во времени плотности газа ρ , и ускорения dv/dt , когда неустойчивость развивается на сокращающейся сферической поверхности радиуса R (n — номер сферической гармоники возмущения).

Итак, развитие возмущений границы раздела сжимающегося газового шара с несжимаемой жидкостью проходит две стадии. При ускоренном движении граница испытывает квазипериодические колебания с переменной фазой и слабо возрастающей амплитудой. Основное увеличение амплитуды происходит на стадии экспоненциального роста, наступающего после начала торможения.

5. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ СЖАТИИ ГАЗОНАПОЛНЕННОЙ СТЕКЛЯННОЙ ОБОЛОЧКИ (ДВУМЕРНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)

Самосогласованный учет ряда указанных выше эффектов возможен лишь при численном моделировании явления. Физическая модель, положенная в основу численного эксперимента, включает систему двумерных уравнений двухтемпературной одножидкостной магнитной гидродинамики и электронной теплопроводности в приближении осевой симметрии [10, 11]. Учитывается ионная вязкость, спитцеровская теплопроводность, энергия лазерного излучения выделяется в окрестности критической плотности. Генерация магнитного поля вследствие вызываемых неустойчивостью термоэлектрических токов рассчитывается в линейном приближении без учета обратного влияния поля на гидродинамику, но с учетом конвекции и конечной проводимости. Методика и математическая программа для численного решения указанной выше задачи были разработаны в ИИМ АН СССР [15]. Проверка

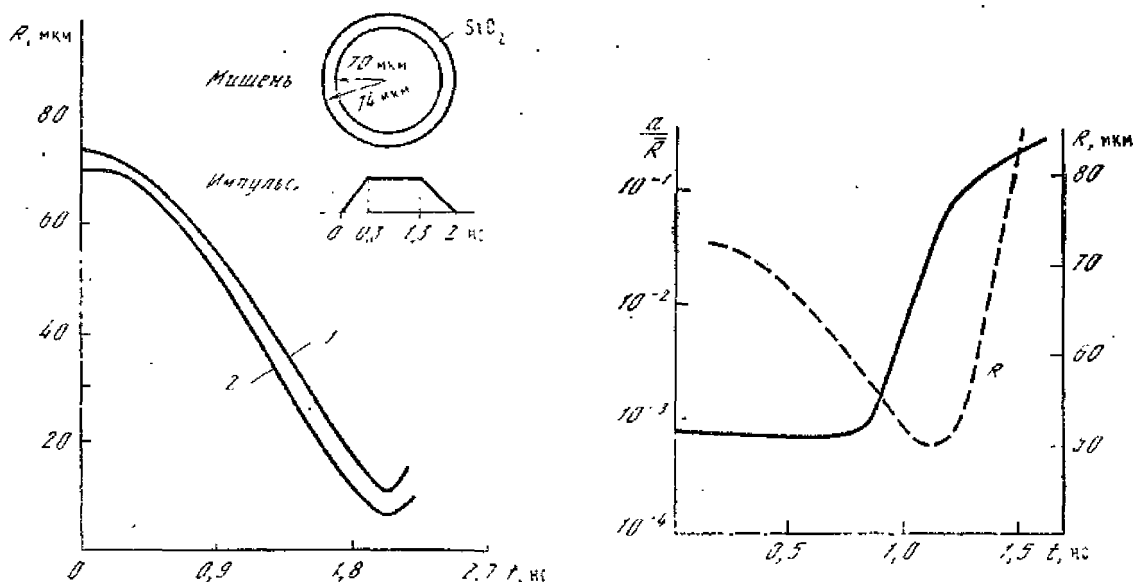


Рис. 1. Rt -диаграмма движения характерных границ и типичные параметры исследуемой мишени

1 — граница испарения; 2 — внутренняя граница

Рис. 2. Усредненная по углу траектория лагранжевой частицы вблизи границы испарения и относительная амплитуда возмущения на ней

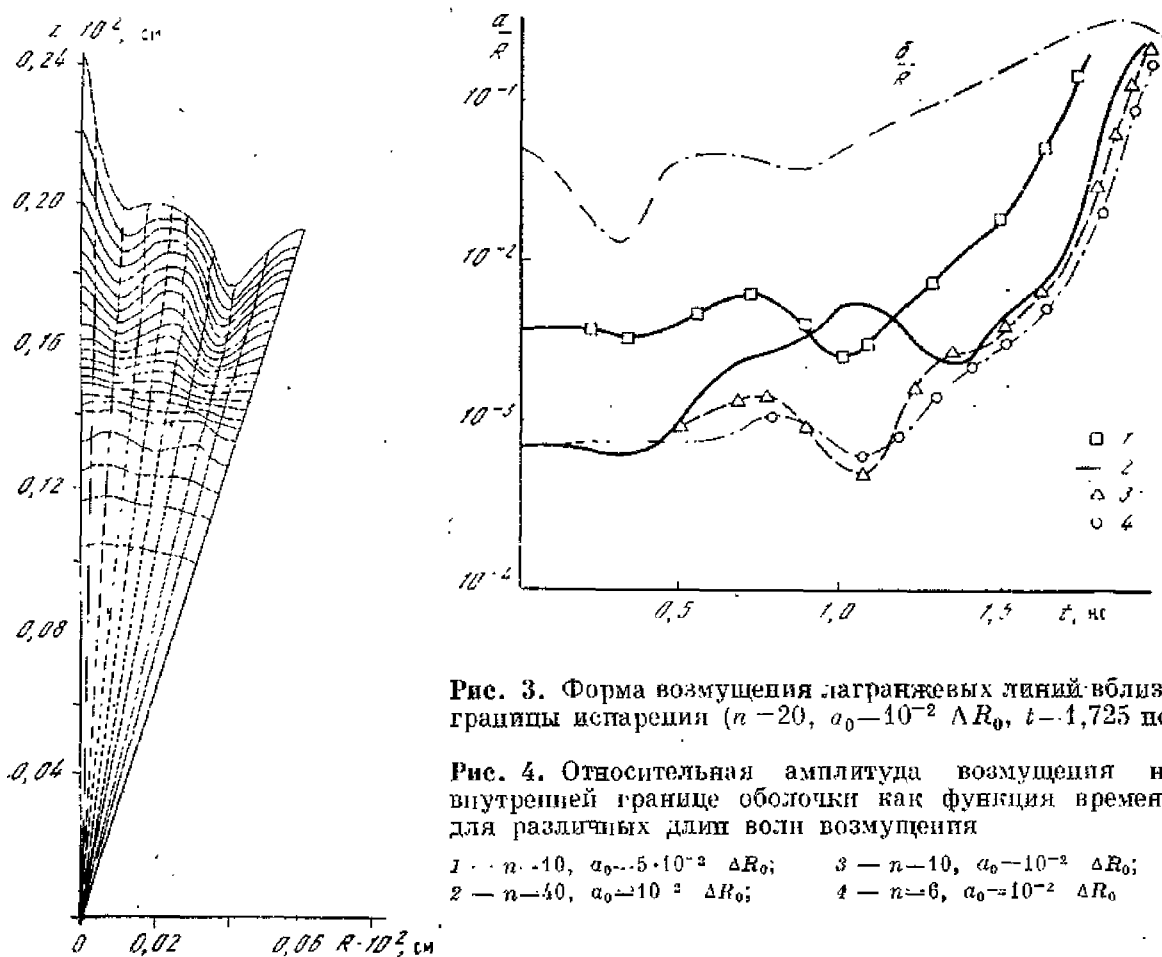


Рис. 3. Форма возмущения лагранжевых линий вблизи границы испарения ($n=20$, $a_0=10^{-2} \Delta R_0$, $t=1,725 \text{ нс}$)

Рис. 4. Относительная амплитуда возмущения на внутренней границе оболочки как функция времени для различных длин волн возмущения

1 — $n=10$, $a_0=5 \cdot 10^{-2} \Delta R_0$; 3 — $n=10$, $a_0=10^{-2} \Delta R_0$;
2 — $n=40$, $a_0=10^{-2} \Delta R_0$; 4 — $n=6$, $a_0=10^{-2} \Delta R_0$

методики на системе тестовых задач показала, что численные решения качественно и количественно воспроизводят динамику развития возмущений в известных аналитических решениях [16].

Типичные параметры исследуемой мишени, действующего лазерного импульса и диаграммы движения границы раздела оболочка—газ и границы

испарения приведены на рис. 1. Изучались возмущения формы поверхности мишени и однородности лазерного потока:

$$f = f_0 \left\{ 1 + \sum_n \Delta_n \cos n\theta \right\}, \quad f \rightarrow R_0(\theta, t), \quad q(\theta, t). \quad (17)$$

5.1. Динамика развития неустойчивости в «короне» вблизи границы испарения

Лагранжева частица, движущаяся первоначально с «холодной» частью оболочки к центру мишени, впоследствии захватывается тепловой волной, нагревается и выносится в «корону». Неустойчивость развивается при торможении частицы и смене знака скорости. На рис. 2 приведена усредненная по углу траектория такой частицы и относительная амплитуда возмущения на ней $\frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{\max} + R_{\min}} = \frac{a}{R}$ для случая, когда в начальный момент времени на внешней и внутренней границах оболочки заданы возмущения одинаковой амплитуды (10^{-2} от начальной толщины оболочки) и длины волны ($\lambda = 2\pi R_0/n$, $n=10$). Скорость роста возмущений максимальна во время замедления и практически равна нулю в области сверхзвукового течения. Зона неустойчивости в данном случае узка 0,2—0,3 мкм, поэтому насыщение величины инкремента с ростом волнового числа ($k=n/R$) определяется масштабом градиента плотности, что приводит к независимости инкремента от n при $n \approx 10-20$. В области малых амплитуд (экспоненциальный рост) инкремент несколько меньше инкремента тейлоровских мод за счет конвективной стабилизации и теплопроводного выравнивания. На конечной стадии сжатия амплитуда возмущения возрастает более чем в 10^2 раз, так что условие $ak \geq 1$ выполняется даже для длинных волн ($n=10$). Это означает, что нелинейное взаимодействие, связанное с перекачкой энергии в коротковолновую часть спектра, также может приводить к эффективной стабилизации. Амплитуда возмущения к моменту максимального сжатия становится сравнимой с толщиной оболочки. Однако это обстоятельство не свидетельствует о разрушении оболочки, так как возмущения сосредоточены вблизи границы испарения и не успевают проникнуть внутрь. Это хорошо видно по степени искривленности лагранжевых линий в разных частях оболочки (рис. 3).

Сглаживающее влияние теплопроводности легко увидеть, сравнивая развитие возмущений лазерного потока (неоднородность нагрева мишени) с возмущениями формы поверхности той же длины волны и относительной амплитуды. Как и следовало ожидать, температурные неоднородности приводят к меньшим конечным амплитудам возмущения в завершающей фазе сжатия (в рассматриваемом случае примерно в 2 раза меньше). Этот результат качественно согласуется с данными работ [6, 17, 23].

5.2. Перенос возмущений из «короны» на внутреннюю границу оболочки

Поскольку скорость звука в неиспаренной части оболочки мала ($(2-3) \cdot 10^5$ см/с) по сравнению с характерными скоростями движения ($(3-5) \cdot 10^6$ см/с), то возмущения с внешней границы оболочки на внутреннюю переносятся в основном первой ударной волной. Это показано как для случая возмущений плотности [17], так и для возмущений формы оболочки [11].

На стадии свободного полета граница оболочка-газ начинает испытывать квазипериодические колебания с амплитудой, слабо возрастающей со временем [11]. Эти результаты находятся в хорошем согласии с аналитическими решениями о колебаниях полости вакуумного [18] и газонаполненного [19] пузырька в несжимаемой жидкости. Теплопроводность и сжимаемость приводят лишь к небольшим количественным изменениям.

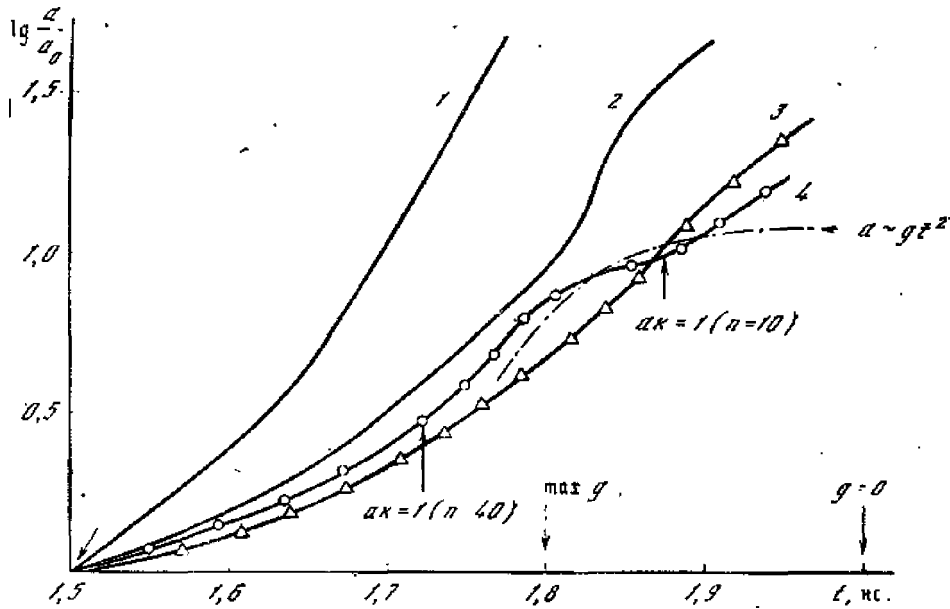


Рис. 5. Сравнение зависимости от времени амплитуды тейлоровских мод (1, 2) с аналогичной зависимостью из двумерного расчёта (3, 4)

1, 4 — $n=40$; 2, 3 — $n=10$

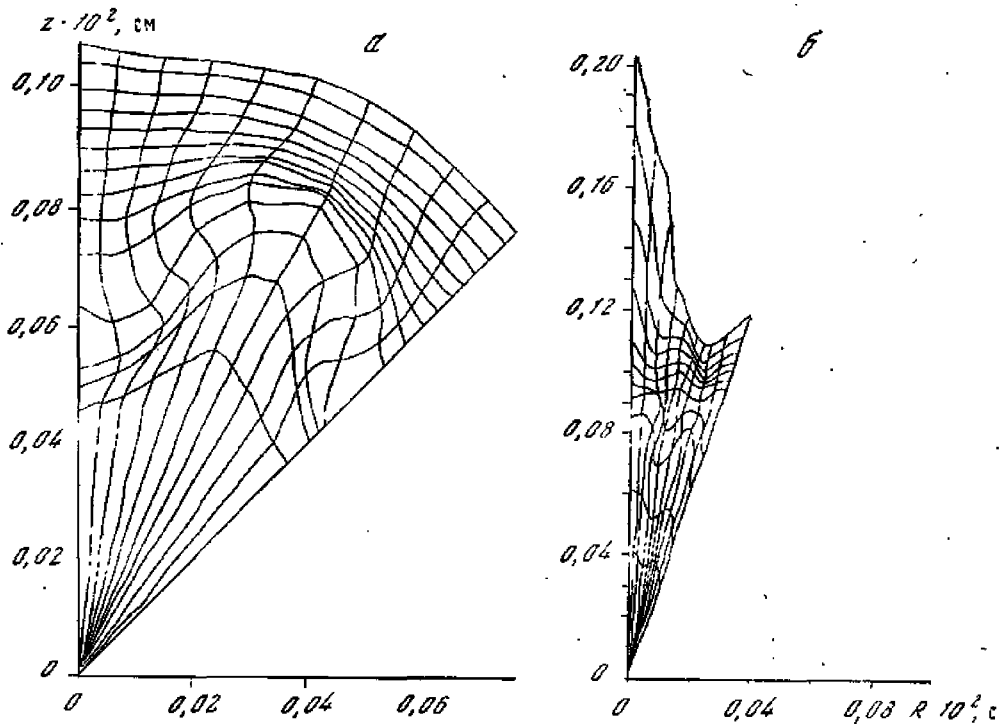


Рис. 6. Граница оболочки и газа в момент максимального сжатия ($a_0 = 10^{-2} \Delta R_0$)

а — $n=10$; б — $n=40$

5.3. Неустойчивость границы раздела стекло—газ. Нелинейное насыщение ишкремента

Неустойчивость на этой границе возникает, когда заключенный внутри газ начинает тормозить оболочку. Изучалось поведение возмущений формы с различной длиной волны и разными начальными амплитудами. Относительная амплитуда возмущения $\frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{\max} + R_{\min}} = \frac{a}{R}$, как функция времени, представлена на рис. 4. Как и следовало ожидать, значительный рост амплитуды начинается с момента торможения ($t \approx 1,5$ нс). Сравним эти результаты с раз-

витаем тейлоровских мод в предположении, что перепад плотности на рассматриваемой границе велик, а размер градиента мал $((\nabla \ln \rho)^{-1} \ll \lambda)$. Тогда с учетом изменения со временем радиуса и ускорения имеем [19]

$$\frac{a}{a_0} \approx \exp \left\{ n^{1/2} \int \left(\frac{g}{R} \right)^{1/2} dt \right\},$$

$$\bar{R} = \frac{R_{\max} + R_{\min}}{2}. \quad (18)$$

Будем отнестись амплитуду к ее значению в момент $t=1,5$ нс $g(t)$ и $\bar{R}(t)$ для (18) вычислено по результатам двумерного расчета. Сравнение временной зависимости роста амплитуды для тейлоровских мод (18) и из двумерного

расчета (рис. 4) приведено на рис. 5. Из рис. 5 следует, что для длинноволнового возмущения ($n=10$) амплитуда растет несколько слабее, чем для тейлоровских мод, но обе зависимости близки пока $ak < 1$. На нелинейной стадии ($ak > 1$) двумерный расчет предсказывает уже существенное уменьшение скорости роста по сравнению с (18). Амплитуда коротковолнового возмущения ($n=40$) с самого начала растет медленнее, чем у тейлоровских мод, и нелинейная стадия начинается до максимума ускорения, вслед за которым рост амплитуды существенно замедляется. Легко видеть, что это переход на нелинейный режим, изученный Ферми [12]. В самом деле, зависимость относительной амплитуды от времени на нелинейной стадии (при $ak > 1$)

близка к $\frac{1}{a_{1,5}} \int_{1,5}^t dt' \int_{1,5}^{t'} g(t'') dt''$, соответствующей асимптотическому закону

для падения «горбов» в поле переменного во времени ускорения. В пользу приведенной интерпретации свидетельствует и анализ формы границы оболочки на нелинейной стадии. Даже для длинноволнового возмущения ($n=10$) видна асимметрия развития «горбов» и «впадин», свидетельствующая о переходе к указанному асимптотическому режиму (рис. 6). Уже из рис. 5 видна близость инкрементов для коротковолновых ($n=40$) и длинноволновых ($n=10$) возмущений. Это обстоятельство может быть более ясно выявлено, если привести зависимость $\frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{\max} + R_{\min}} = \frac{a}{R}$ от номера гармоники для нескольких моментов времени вблизи максимального сжатия (рис. 7). Таким образом, при $n \geq 15$ конечная амплитуда не зависит от номера сферической гармоники (или длины волны) возмущения. От длины волны зависит лишь время перехода к нелинейному режиму ($t_{\text{перех}} \sim \sqrt{\lambda/g}$). Практический вывод из полученных результатов состоит в том, что для мишеней с аспектным отношением $R_0/\Delta R_0 \leq 20$ высокочастотные возмущения не представляют особой опасности; необходимо лишь, чтобы начальная относительная амплитуда возмущения для всех длин волн не превышала 10^{-2} (отношение начальной амплитуды к толщине оболочки).

5.4. Влияние неустойчивости на характеристики газа в состоянии максимального сжатия

Для ответа на вопрос о максимальной допустимой амплитуде начального возмущения, которая еще не приводит к существенному отличию от сферически симметричного случая, были изучены возмущения с начальной амплитудой, составляющей 10^{-2} , $3 \cdot 10^{-2}$, $5 \cdot 10^{-2}$ от начальной толщины оболочки, и $n=12$. При начальной амплитуде $5 \cdot 10^{-2}$ прорыв оболочки происходит до

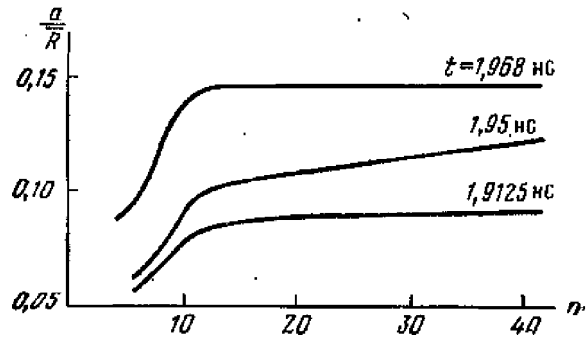


Рис. 7. Зависимость относительной амплитуды возмущения от номера сферической гармоники для разных моментов времени

максимального сжатия. В случае $a_0 = 3 \cdot 10^{-2}$ конечная амплитуда сравнима с минимальным средним радиусом сжатого газа и вся масса оболочки охвачена возмущением (искривлены все лагранжесвы линии). Наиболее близки к сферически симметричным результаты сжатия оболочек с начальной амплитудой 10^{-2} . Амплитуда возмущения внутренней границы оболочки на момент максимального сжатия сравнима с ее толщиной, однако это свидетельствует не о разрыве оболочки, а о проникновении стекла в газ и о возможном перемешивании этих веществ вследствие неустойчивости Кельвина—Гельмгольца. При заданной начальной амплитуде возмущения (10^{-2}) средняя плотность и температура газа по несферическому объему уменьшаются с ростом номера гармоники. Снижение нейтронного выхода в этом случае может быть более значительным, чем это следует из оценки по средней температуре, так как нейтронный выход особенно при невысоких температурах (0,3—0,5 кэВ) существенно зависит и от ее пространственного распределения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные выше результаты показывают, что влияние конвекции на неустойчивость при сферическом сжатии не является значительным. Более существенной количественно оказывается роль теплопроводного выравнивания, впрочем, очевидная физически. Невелико влияние сжимаемости. Существенно, что модифицированная формула Тэйлора (16), (18) дает правильное качественное и близкое количественное описание развития возмущений на линейной стадии при достаточно сложном невозмущенном движении сжимающейся сферической мишени, т. е. при произвольных зависимостях $R(t)$ и $\dot{R}(t)$. Наиболее важным, на наш взгляд, является эффект нелинейного насыщения инкремента при уменьшении длины волны возмущения, имеющий ясную физическую интерпретацию, восходящую к работе Ферми [12]. Наличие насыщения устраняет опасность для сжатия, связанную с коротковолновыми возмущениями, которая существует при развитии чисто тэйлоровских мод ($\gamma^2 = gk$). Когда настоящая работа была закончена, нам стали известны результаты работы [21], в которой в численном эксперименте также обнаружено нелинейное насыщение, что качественно согласуется с нашими результатами. Указанная работа [21] не содержит приведенного выше анализа нелинейной стадии.

Изложенная картина развития неустойчивостей и результаты численных экспериментов, по нашему мнению, свидетельствуют о возможности устойчивого сжатия сферических оболочечных мишеней с достаточно большим аспектным отношением ($R_0/\Delta R_0$). Оценивая возможность устойчивого сжатия, следует помнить, что ряд факторов, которые обсуждались выше (симметрия облучения и приготовления мишени, уменьшение градиентов плотности, выравнивание, связанное с теплопроводностью и перемешиванием, нелинейное насыщение, изменение толщины оболочки в процессе сжатия, осцилляции ее поверхности, низкая скорость звука в оболочке), способствует устойчивости, и проблема заключается в отыскании режима ускорения, схемы построения мишени или другого пути использования этих возможностей уменьшения влияния гидродинамических неустойчивостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев Ю. В., Басов Н. Г., Волосевич Н. П., Гамалий Е. Г., Курдюмов С. П., Крохин О. Н., Лезанов Е. И., Розанов В. Б., Самарский А. А., Тихонов А. Н. — Письма в ЖЭТФ, 1975, 21, с. 150-155.
2. Nickolls J., Wood L., Thiessen A., Zimmerman G. Nature, 1972, 239, p. 139.
3. Taylor G. — Proc. Roy. Soc., 1950, A201, p. 192-196.
4. Афанасьев Ю. В., Басов Н. Г., Гамалий Е. Г., Крохин О. Н., Розанов В. Б. — Письма в ЖЭТФ, 1976, 23, с. 617.
5. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic stability, Oxford: Clarendon Press, 1961.

6. *Henderson D. B., McCrory R. L., Morse R. L.* — *Phys. Rev. Lett.*, 1974, 33, p. 205.
7. *Bodner S.* — *Phys. Rev. Lett.*, 1974, 33, p. 761.
8. *Brueckner K., Jorna S., Janda R.* — *Phys. Fluids*, 1974, 17, N 8.
9. *Гамалий Е. Г., Неуважеев В. Е., Шибаршов Л. И.* — В кн.: Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1976, т. 7, с. 47.
10. *Волосевич П. П., Гамалий Е. Г., Гулин А. В., Розанов В. Б., Самарский А. А., Тюрина П. Н., Фаворский А. П.* — Письма в ЖЭТФ, 1976, 24, с. 283.
11. *Гамалий Е. Г., Розанов В. Б., Самарский А. А., Тишкин В. Ф., Тюрина П. Н., Фаворский А. П.* — Препринт ИПМ АН № 117. М., 1978.
12. *Ферми Э.* О тейлоровской неустойчивости: Научные труды. М.: Наука, 1972, т. 2, с. 490.
13. *Афанасьев Ю. В., Гамалий Е. Г., Лебо И. Г., Розанов В. Б.* — ЖЭТФ, 1978, 74, с. 516.
14. *Гамалий Е. Г., Гасилов В. А., Лебо И. Г., Розанов В. Б., Тишкин В. Ф., Фаворский А. П.* Препринт ФИАН № 57, М., 1979.
15. *Головизнин В. М., Тишкин В. Ф., Фаворский А. П.* Препринт ИПМ АН № 16. М., 1977.
16. *Гасилов В. А., Головизнин В. М., Тишкин В. Ф., Фаворский А. П.* Препринт ИПМ АН № 119. М., 1977.
17. *Боков П. Н., Бунатян А. А., Лыков В. А., Неуважеев В. Е., Строцева Л. П., Фролов Б. Д.* — Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, с. 630.
18. *Перник А. Д.* Проблемы кавитации. М.: Судостроение, 1966.
19. *Гамалий Е. Г.* — Краткие сообщ. по физике ФИАН, 1976, 5, с. 23.
20. *Plessel M. S.* — *J. Appl. Phys.*, 1954, 25, p. 96.
21. *Bodner S. E., Boris J. P., Cooperstein G. et al.* — Report 7th Intern. Conf. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Research. Innsbruck (Austria), 1978.
22. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
23. *Mead W. C., Lindl J. D.* Preprint UCRL-78459, 1976; Preprint UCRL-77057, 1975.