

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ МИШЕНЕЙ

*Е. Г. Гамалий, В. Б. Розанов, А. А. Самарский,  
В. Ф. Тишкин, Н. Н. Тюрина, А. П. Фаворский*

Проведено исследование гидродинамической устойчивости при сжатии мишеней излучением лазера с учетом конвекции, теплопроводности, сжимаемости, спонтанных магнитных полей. Показано наличие нелинейного насыщения инкремента при уменьшении длины волны возмущения. Определены условия, необходимые для близкого к симметричному сжатию, и влияние неустойчивости на конечное состояние мишени.

Гидродинамическая неустойчивость, возникающая при низкоэнтронийном сжатии сферических мишеней под действием лазерного излучения, является основным препятствием для достижения сверхвысоких плотностей вещества, предсказываемых одномерными сферически-симметричными расчетами [1, 2]. Как известно, это в основном неустойчивость рэлей-тейлоровского типа [3], хорошо изученная в гидродинамике, особенно в приложении к течениям несжимаемой жидкости [4]. Рост амплитуды малых возмущений, связанных с вариациями интенсивности лазерного излучения, отклонениями плотности материала мишени от однородной и искажениями ее формы, вследствие неустойчивости может привести к турбулизации течения до окончания процесса сжатия. Новыми элементами при изучении неустойчивости сжимающегося плазменного шара являются электронная теплопроводность ( $T_e, T_i \sim 1$  кэВ), сжимаемость, большие радиальные градиенты температуры и скорости, генерация магнитных полей значительной величины ( $\sim 1$  МГс) на фоне быстрого движения плазмы к центру симметрии. Изучение природы и способов стабилизации гидродинамической неустойчивости сжатия, определение допустимого спектра начальных возмущений и, следовательно, допустимых вариаций интенсивности лазерного излучения и отклонений от сферической симметрии мишени является одной из центральных задач лазерного термоядерного синтеза. Очевидно, что решение этой задачи имеет непосредственное отношение к общей проблеме ограничения сферической кумуляции.

Исследование гидродинамической неустойчивости сжатия мишеней под действием лазерного излучения посвящено большое число работ, использующих как линейное по величине амплитуды приближение [5-8], так и двумерные численные эксперименты [9-13]. Последние являются наиболее действенным инструментом для исследования указанной задачи, однако требуют детальной физической интерпретации и сравнения с простыми аналитическими решениями.

Цель настоящей работы — дать полную картину развития неустойчивости в лазерной мишени как на линейной, так и на нелинейной по гидродинамике стадии развития возмущений, последовательно используя аналитические решения для интерпретации численных экспериментов с нелинейной гидродинамикой.

В результате такого подхода можно понять, почему роль теплопроводности является существенной, а конвекции незначительной. Приведенный ниже анализ показывает, что в задаче с учетом всех указанных выше эффектов возмущения границы раздела сред на линейной стадии растут примерно так же, как тейлоровские моды на уменьшающейся со временем сферической поверхности, движущейся с переменным ускорением. Показано, что при увеличении волнового числа возмущения  $k=2\pi/\lambda$  инкремент насыщается и это насыщение имеет ту же природу, что и обнаруженное Ферми [14]. Факт насыщения позволяет утверждать, что возмущения высоких гармоник не представляют опасности для сжатия, если только их начальная амплитуда не превышает определенного значения. Для простейшей мишени, изучаемой в современных экспериментах (стеклянная оболочка, заполненная газом  $D_2$ ), определена амплитуда начального возмущения, не приводящая к существенному искажению сферической симметрии, и получены количественные результаты о состоянии сжатого ядра мишени с учетом развития неустойчивости, которые используются для интерпретации физических экспериментов.

### § 1. Критерий неустойчивости. Зона неустойчивости

Применим для анализа устойчивости движения лазерной плазмы критерий неустойчивости произвольного адиабатического (постоянна удельная энтропия) течения теплопроводной сжимаемой жидкости, полученный ранее [15] в линейном приближении. Движение неустойчиво в области, где выполнено условие [15]

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_p \nabla p \nabla S < 0; \quad (1)$$

здесь  $p$ ,  $\rho$ ,  $S$  — давление, плотность и удельная энтропия плазмы. Критерий (1) строго доказан для всех волновых чисел возмущения при постоянных по пространству градиентах и при  $k \rightarrow \infty$  для произвольных распределений по пространству указанных величин. Если записать (1) в другом виде:

$$(\nabla p)^2 - c^2 \nabla p \nabla \rho > 0, \quad (2)$$

то легко видеть, что при  $|\nabla \ln \rho| \gg |\nabla \ln p|$  из (2) мы приходим к известному критерию неустойчивости нетеплопроводной несжимаемой жидкости, полученному в работах Рэля и Чандрасекара [4]:

$$\nabla p \nabla \rho < 0. \quad (3)$$

Анализ сжатия мишеней разного типа показывает, что независимо от конкретной структуры мишени и режима ее нагрева и сжатия неустойчивость в смысле (2) развивается по крайней мере на двух стадиях движения [16]: в «короне» при реактивном ускорении вещества на начальном этапе сферического схождения и при торможении плазмы вблизи геометрического центра мишени. В отличие от классической задачи Рэля — Тейлора [3, 4] в данном случае мы имеем дело не с неустойчивостью границы раздела; течение неустойчиво в некоторой области, определяемой с помощью (2), так называемой зоне неустойчивости [16]. Обычно в лазерной плазме вблизи границы испарения выполняется условие  $|\nabla \ln \rho| \gg \gg |\nabla \ln p|$ , поэтому для определения этой зоны можно пользоваться и критерием для несжимаемой жидкости (3). Как следует из численных расчетов [9, 10], ширина этой зоны, формирующейся при взаимодействии волны разгрузки с тепловой волной, много меньше характерных размеров мишени и для стеклянных мишеней ( $R_0=60-70$  мкм) составляет  $\sim 0,2-0,5$  мкм.

## § 2. Насыщающие и стабилизирующие механизмы

Максимальный инкремент роста амплитуды возмущения для рэлей-тейлоровской неустойчивости достигается, когда граница раздела двух невязких нетеплопроводных сжимаемых жидкостей (скачок плотности) находится в поле постоянного ускорения  $g$  (тейлоровские моды [3])

$$\gamma = kg(\rho_2 - \rho_1) / (\rho_2 + \rho_1). \quad (4)$$

Этот инкремент неограниченно возрастает с увеличением волнового числа  $k$ . Однако учет вязкости приводит к тому, что при  $k > k_v$  течение становится устойчивым [4]. При палиции градиента плотности (в более общем случае при существовании зоны неустойчивости, размер которой  $L$ , вообще говоря, не совпадает с характерным масштабом градиента плотности  $b = |\nabla \ln \rho|^{-1}$ ) при  $k \rightarrow \infty$  инкремент достигает максимального значения, не зависящего от волнового числа

$$\gamma_{max}^2 = \begin{cases} g \nabla \ln \rho, & b \gg L, \\ gL^{-1}, & L \gg b. \end{cases} \quad (5)$$

Для случая произвольного адиабатического течения сжимаемой жидкости [15] при  $k \rightarrow \infty$  имеем вместо (5)

$$\gamma_{max}^2 = g \rho^{-1} \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial S} \right)_p \nabla S, \quad (6)$$

где  $S$  — удельная энтропия.

Существенным сглаживающим эффектом в короне мишени может служить теплопроводное выравнивание возмущений. Возмущения температуры с волновым числом  $k > k_T$  сглаживаются теплопроводностью

$$k_T \sim \left[ \frac{Z\rho}{M_i \kappa_0 T^{5/2}} \right] g^{1/2}, \quad (7)$$

$M_i$ ,  $Z$  — масса и заряд иона,  $\rho$  — плотность,  $\kappa_0$  — коэффициент теплопроводности.

Нелинейные эффекты становятся существенными при  $ak \gg 1$  ( $a$ ,  $k$  — амплитуда и волновое число возмущения). Нелинейное взаимодействие, приводящее к смене экспоненциального режима ( $a = a_0 \exp[(kg)^{1/2}t]$ ) на степенной ( $a \sim g(t-t_0)^2$ ), было изучено Ферми [14] на модельной задаче об эволюции ступенчатого возмущения поверхности раздела тяжелой несжимаемой жидкости, расположенной на легкой в поле ускорения  $g$ . Характерной чертой этого режима являются различные предельные законы роста амплитуд горбов ( $a \sim t^2$ ) и впадин ( $B \sim t^{1/2}$ ), т. е. по существу падение горбов в поле силы тяжести. При энергетическом подходе, развитом Ферми, это происходит вследствие перекачки потенциальной энергии возмущения в кинетическую энергию жидкости. На спектральном языке это явление можно интерпретировать как перекачку энергии по спектру от длинноволновых к коротковолновым возмущениям.

При рэлей-тейлоровской неустойчивости в плазме могут генерироваться магнитные поля значительной величины (1–10 МГц), вызываемые термомолекулярными токами [17]. Пондермоторные силы, возникающие при генерации полей такой величины, оказывают обратное влияние на развитие возмущений. Оба эти эффекта можно количественно рассчитать в нелинейных (в том числе и по полю) двумерных численных экспериментах [18]. Еще одним механизмом стабилизации неустойчивости вблизи фронта волны испарения в короне мишени может служить протекание

плазмы через зону неустойчивости (конвективная стабилизация). Этот эффект изучался как аналитически [6, 10], так и при помощи численных расчетов [5, 7, 9, 10]. Влияние конвекции на величину инкремента можно определить из простой задачи, приведенной ниже.

### § 3. Конвективная стабилизация

Рассмотрим задачу об устойчивости сферически-симметричного течения несжимаемой жидкости с градиентами плотности, скорости и давления. Пусть исходное течение известно и описывается функциями  $\mathbf{v} = \{v_{or}, 0, 0\}$ ,  $\rho_{or}$ ,  $v_{or}$ ,  $P_0$  от  $r$ ,  $t$ . Произвольные возмущения представим в виде разложения по сферическим гармоникам:

$$\{u, v, w, \delta\rho, p\} \sim \sum_n f_n(r, t) Y_n(\theta, \varphi). \quad (8)$$

Линеаризуем обычным образом уравнения гидродинамики с использованием условия несжимаемости ( $\text{div } \mathbf{v} = 0$ ). Кроме того, перейдем в систему координат, движущуюся со скоростью  $v_{or}$ , для того, чтобы устранить эффекты, связанные со сносом, и предположим, что градиенты скорости малы:

$$\int \frac{\partial v_{or}}{\partial r} dt \ll 1.$$

В этом приближении задачу можно свести к одному уравнению для коэффициента разложения по сферическим гармоникам возмущения радиальной компоненты скорости  $u_n(r)$ :

$$u_n \left( \gamma_n + \frac{\partial v_{or}}{\partial r} \right) = \frac{\gamma_n}{n(n+1)} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial r} \rho_0 \frac{\partial r^2 u_n}{\partial r} + \frac{u_n}{\gamma_n} g \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial r}, \quad (9)$$

предполагая, что зависимость от времени экспоненциальная:

$$u_n(r, t) = u_n(r) \exp(\gamma_n t).$$

Здесь обозначено для простоты  $g = -\rho_0^{-1} \partial P_0 / \partial r$ . При  $n \rightarrow \infty$  из (9) легко получить

$$\gamma_{n \rightarrow \infty} = \left[ g \frac{\partial \ln \rho_0}{\partial r} \right]^{1/2} - \frac{\partial v_{or}}{\partial r}. \quad (10)$$

Таким образом, стабилизирующая роль конвекции связана, как и следовало ожидать, с наличием градиента скорости. Как следует из (10), даже при  $n \rightarrow \infty$  конвекция не приводит к устойчивому течению ( $\gamma < 0$ ) в отличие от результатов работы Боднера [6]. Сравнение первого и второго членов в (10) для типичных условий в лазерной мишени показывает, что влияние конвекции не может быть значительным.

### § 4. Неустойчивость сферической границы раздела сжимаемой и несжимаемой среды

Близкими к задачам о неустойчивости сжатия лазерной мишени являются задачи об устойчивости кавитационного пузырька в несжимаемой жидкости. Такие задачи были решены как для сферической границы раздела двух несжимаемых жидкостей [19], так и для поверхности вакуумного пузырька в бесконечной жидкости [20].

Рассмотрим задачу об устойчивости границы сферического газового пузырька, расположенного в безграничной несжимаемой жидкости. Как будет показано ниже, эта задача воспроизводит все основные черты неустойчивости на сокращающейся сферической поверхности раздела двух сред. Невозмущенное движение представляет собой сжатие газа под действием сферически-симметричного давления, убывающего на бесконечности так, что полная энергия остается конечной.

Закон невозмущенного движения границы раздела можно получить из условия сохранения энергии аналогично задаче Рэля [21]. Такое решение было получено Забабахиним [22] в предположении, что кинетическая энергия газа много меньше его внутренней энергии и кинетической энергии окружающей жидкости, а сжатие газа происходит адиабатически:

$$v_0 = \frac{dR}{dt} = \left( \frac{E_0}{2\pi\rho_0} \right)^{1/2} \frac{(R^2 - R_{min}^2)^{1/2}}{R^{3/2}}; \quad (11)$$

здесь  $E_0$  — полная энергия,  $R$ ,  $R_{min}$  — соответственно текущий и минимальный радиусы полости,  $\rho_0$  — плотность жидкости.

Уравнения для коэффициентов разложения произвольного малого возмущения поверхности раздела  $\Delta_n(r, t)$  по сферическим гармоникам можно получить, считая, что возмущения в газе выравниваются мгновенно; граничное условие для возмущений скорости есть условие ее непрерывности:

$$u_n = \left( \frac{d\Delta_n}{dt} + \Delta_n \frac{\partial v_0}{\partial r} \right)_{R_0}, \quad (12)$$

а возмущение давления  $p_n$  на границе уравнивается разницей гидростатических давлений жидкости и газа в поле ускорения  $dv_0/dt$ :

$$p_n|_R = (\rho_0 - \rho_{газ}) \Delta_n \frac{dv_0}{dt}; \quad \rho_{газ} = \rho_{газ} \left( \frac{R_0}{R} \right)^3. \quad (13)$$

Используя эти два условия и уравнение для возмущений в жидкости [15], можно получить искомое уравнение для амплитуды возмущения границы [8]:

$$R \frac{d^2 \Delta_n}{dt^2} + 3v_0 \frac{d\Delta_n}{dt} + \left[ 2 - \frac{\rho_0 - \rho_{газ}}{\rho_0} (n+1) \right] \frac{dv_0}{dt} \Delta_n = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) легко можно проинтегрировать численно для произвольного закона движения и получить полное решение задачи. Мы ограничимся лишь аналитическим решением, описывающим два характерных этапа развития неустойчивости рассматриваемой поверхности. Для коротковолновых возмущений ( $n \gg 1$ ) из (14) можно получить аналитическое решение, не детализируя закона движения:

$$\Delta_n = \Delta_n(R) \frac{R_0}{R} \left[ \frac{v_0(R_0)}{v_0} \right]^{1/2} \left[ \frac{d \ln v_0}{d \ln R} \right]_{R=R_0}^{1/2} \left[ \frac{d \ln v_0}{d \ln R} \right]^{1/2} \cdot \cos \left\{ n^{1/2} \int_{R_0}^R \frac{(\rho_0 - \rho_{газ})}{\rho_0} \frac{d \ln v_0}{d \ln R} \frac{dR}{R} \right\}. \quad (15)$$

На начальном этапе, когда давление газа не сказывается на движении жидкости, закон движения границы раздела такой же, как и в задаче Рэля [21]:  $v_0 \sim R^{-3/2}$ , и решение (15) совпадает с решением для границы вакуумного пузырька в несжимаемой жидкости [20]. В этом случае  $\Delta_n \sim R^{-1/4}$ ,

а поверхность раздела осциллирует с частотой, зависящей от помера сферической гармоники возмущения  $n$ . Как только давление газа начинает тормозить жидкость ( $dv/dt > 0$ ;  $d \ln v / d \ln R > 0$ ), рост возмущений становится экспоненциальным. Если перейти в (15) к переменной  $t(R \rightarrow t)$ , то выражение (15) переходит в следующее:

$$\Delta_n \sim \exp \left\{ \int_0^t \left[ \frac{\rho_0 - \rho_{\text{газ}}}{\rho_0} \frac{n}{R} \left| \frac{dv}{dt} \right| \right]^{1/2} dt \right\}. \quad (16)$$

Легко видеть, что последнее выражение есть обобщение формулы Тейлора [3] на случай переменных во времени плотности газа  $\rho_{\text{газ}}$  и ускорения  $dv/dt$ , когда неустойчивость развивается на сокращающейся сферической поверхности радиуса  $R$ .

Итак, развитие возмущений границы раздела сжимающегося газового шара с несжимаемой жидкостью проходит две стадии. При ускоренном движении граница испытывает квазипериодические колебания с переменной фазой и слабо возрастающей амплитудой. Основное увеличение амплитуды происходит на стадии экспоненциального роста, наступающего после начала торможения.

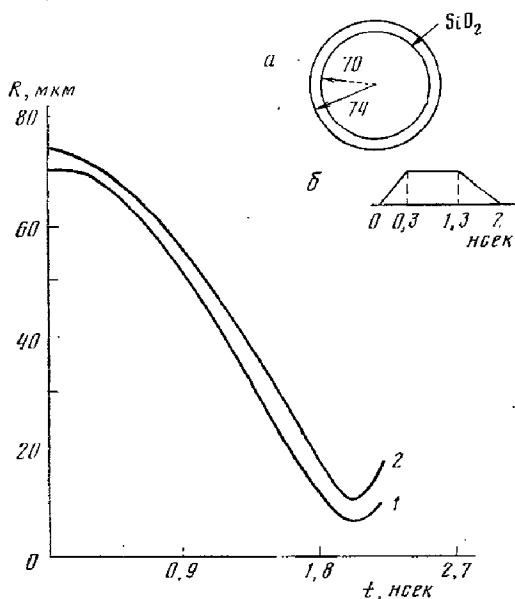


Рис. 1.  $R-t$ -диаграмма движения характерных границ (1 — внутренняя граница, 2 — граница испарения) и типичные параметры исследуемой мишени (а) и лазерного импульса (б)

### § 5. Гидродинамическая неустойчивость при сжатии газонаполненной стеклянной оболочки (двумерный численный эксперимент)

Самосогласованный учет ряда указанных выше эффектов возможен лишь при численном моделировании явления. Физическая модель, положенная в основу численного эксперимента, включает систему двумерных уравнений двухтемпературной одножидкостной магнитной гидродинамики и электронной теплопроводности в приближении осевой симметрии [9, 10]. Учитывается ионная вяз-

кость, спитцеровская теплопроводность; энергия лазерного излучения выделяется в окрестности критической плотности. Генерация магнитного поля вследствие вызываемых неустойчивостью термоэлектрических токов рассчитывается в линейном приближении без учета обратного влияния поля на гидродинамику, но с учетом конвекции и конечной проводимости. Методика и математическая программа для численного решения указанной выше задачи были разработаны в ИПМ АН СССР [23].

Проверка методики на системе тестовых задач показала, что численное решение качественно и количественно воспроизводит динамику развития возмущений в известных аналитических решениях [24].

Типичные параметры исследуемой мишени, действующего лазерного импульса и диаграмма движения границы раздела оболочка — газ и границы испарения приведены на рис. 1. Изучались возмущения формы поверх-

ности мишени  $R(\theta, t)$  и однородности лазерного потока  $q(\theta, t)$ :

$$f = f_0 \left( 1 + \sum_n \Delta_n \cos n\theta \right); \quad f \rightarrow R_0(\theta, t), q(\theta, t). \quad (17)$$

### 1. Динамика развития неустойчивости в короне вблизи границы испарения

Лагранжева частица, движущаяся первоначально с «холодной» частью оболочки к центру мишени, впоследствии захватывается тепловой волной, нагревается и выносится в корону. Неустойчивость развивается при торможении частицы и смене знака скорости. На рис. 2 приведена усредненная по углу траектория такой частицы и относительная амплитуда возмущения на пей

$$\frac{R_{max} - R_{min}}{R_{max} + R_{min}} = \frac{a}{\bar{R}}; \quad \bar{R} = 1/2 (R_{max} + R_{min})$$

для случая, когда в начальный момент времени на внешней и внутренней границах оболочки заданы возмущения одинаковой амплитуды ( $10^{-2}$  от начальной толщины оболочки) и длины волны ( $\lambda = 2\pi R_0/n$ ;  $n=10$ ). Скорость роста возмущений максимальна во время замедления и практически равна нулю в области сверхзвукового течения. Зона неустойчивости в данном случае узка: 0,2–0,3 мкм, поэтому насыщение величины инкремента с ростом волнового числа ( $k=n/R$ ) определяется масштабом градиента плотности, что приводит к независимости инкремента от  $n$  при  $n \approx 10-20$ .

В области малых амплитуд (экспоненциальный рост) инкремент несколько меньше инкремента тейлоровских мод за счет конвективной стабилизации и теплопроводного выравнивания. На конечной стадии сжатия амплитуда возмущения возрастает более чем в  $10^2$  раз, так что условие  $ak \gg 1$  выполняется даже для длинных волн ( $n=10$ ). Это означает, что нелинейное взаимодействие, связанное с перекачкой энергии в коротковолновую часть спектра, также может приводить к эффективной стабилизации. Амплитуда возмущения к моменту максимального сжатия становится сравнимой с толщиной оболочки. Однако это обстоятельство не свидетельствует о разрушении оболочки, так как возмущения сосредоточены вблизи границы испарения и не успевают проникнуть внутрь. Это хорошо видно по степени искривления лагранжевых линий в разных частях оболочки (рис. 3).

Сглаживающее влияние теплопроводности легко увидеть, сравнивая развитие возмущений лазерного потока (неоднородность нагрева мишени) с возмущением формы поверхности той же длины волны и относительной амплитуды. Как и следовало ожидать, температурные неоднородности приводят к меньшим конечным амплитудам возмущения в завершающей фазе сжатия (в рассматриваемом случае примерно в два раза меньше). Этот результат качественно согласуется с данными работ [5, 11, 13].

### 2. Перенос возмущений из короны на внутреннюю границу оболочки

Поскольку скорость звука в неиспаренной части оболочки мала ( $2-3 \cdot 10^5$  см/сек) по сравнению с характерными скоростями движения ( $3 \div 5 \cdot 10^8$  см/сек), то возмущения с внешней границы оболочки на внут-

Рис. 2. Усредненная по углу траектории лагранжевой частицы вблизи границы испарения и относительная амплитуда возмущения на ней

Рис. 3. Форма возмущения вблизи границы испарения ( $n=40$ ,  $a=10^{-2}$ ,  $t=1,725$ )

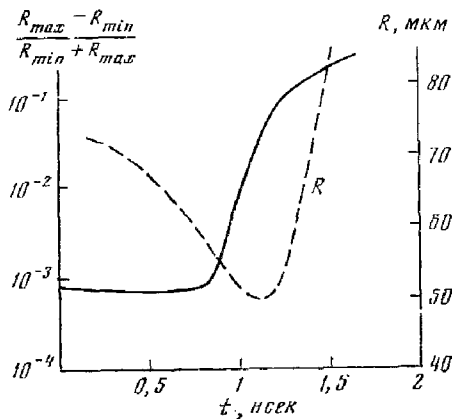


Рис. 2

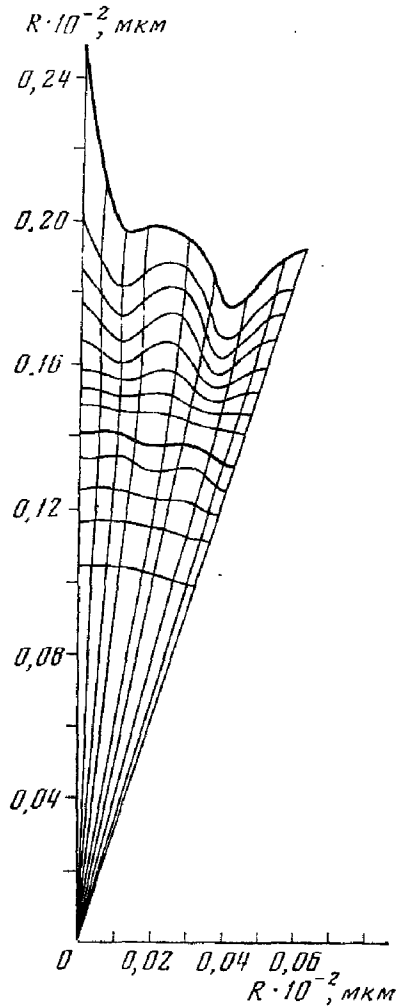


Рис. 3

решению переносятся в основном первой ударной волной. Это показано как для случая возмущений плотности [11], так и для возмущений формы оболочки [10].

На стадии свободного полета граница оболочка — газ начинает испытывать квазипериодические колебания с амплитудой, слабо возрастающей со временем [10]. Эти результаты находятся в хорошем согласии с аналитическими решениями о колебаниях полости вакуумного [20] и газонаполненного [8] пузырька в несжимаемой жидкости. Теплопроводность и сжимаемость приводят лишь к небольшим количественным изменениям.

### 3. Неустойчивость границы раздела стекло — газ.

#### Нелинейное насыщение инкремента

Неустойчивость на этой границе возникает, когда заключенный внутри газ начинает тормозить оболочку. Изучалось поведение возмущений формы с различной длиной волны и разными начальными амплитудами. Относительная амплитуда возмущения

$$\frac{R_{max} - R_{min}}{R_{max} + R_{min}} = \frac{a}{\bar{R}}$$

как функция времени представлена на рис. 4. Как и следовало ожидать, значительный рост амплитуды начинается с момента торможения ( $t \approx 1,5$  нсек).



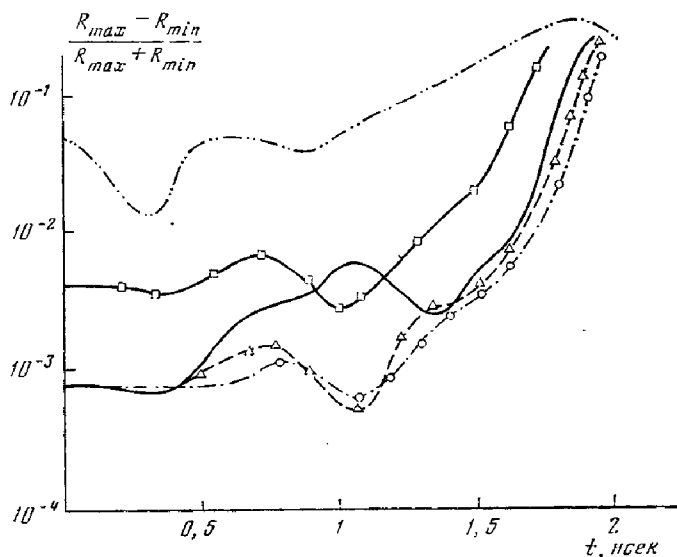


Рис. 4. Относительная амплитуда возмущения на внутренней границе оболочки как функция времени для различных длин волн возмущения:  $\square$  —  $n=10, a=5 \cdot 10^{-2}$ ;  $\triangle$  —  $n=10, a=10^{-2}$ ;  $\circ$  —  $n=6, a=10^{-2}$ ; пунктир —  $n=40, a=10^{-2}$ ; штрих — два пунктира — относительная толщина неиспаренной части оболочки  $\delta/R$

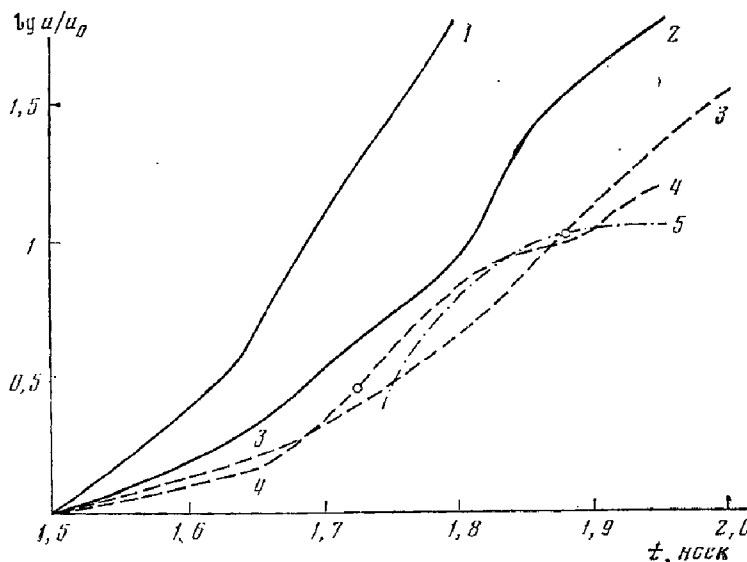


Рис. 5. Сравнение зависимости от времени амплитуды тейлоровских мод с аналогичной зависимостью, полученной из двумерного расчета. Сплошные кривые — расчет по формуле (18): 1 —  $n=40$ , 2 —  $n=10$ ; пунктирные кривые — двумерный расчет: 3 —  $n=10$ , 4 —  $n=40$ ; штрихпунктир — свободное падение горба  $a \sim gt^2$ ; точки на кривых 3 и 4 соответствуют выполнению условия  $ak=1$ ; максимум ускорения приходится на момент  $t=1,8$  нсек

Сравним эти результаты с развитием тейлоровских мод в предположении, что перепад плотности на рассматриваемой границе велик, а размер градиента мал ( $(|\nabla \ln \rho|)^{-1} \ll \lambda$ ). Тогда с учетом изменения со временем радиуса и ускорения имеем [8]

$$\frac{a}{a_0} \approx \exp \left( n^{1/2} \int \frac{g}{R} dt \right). \quad (18)$$

Будем относить амплитуду к ее значению в момент  $t=1,5$ ;  $g(t)$  и  $R(t)$  для (18) вычислены по результатам двумерного расчета. Сравнение вре-

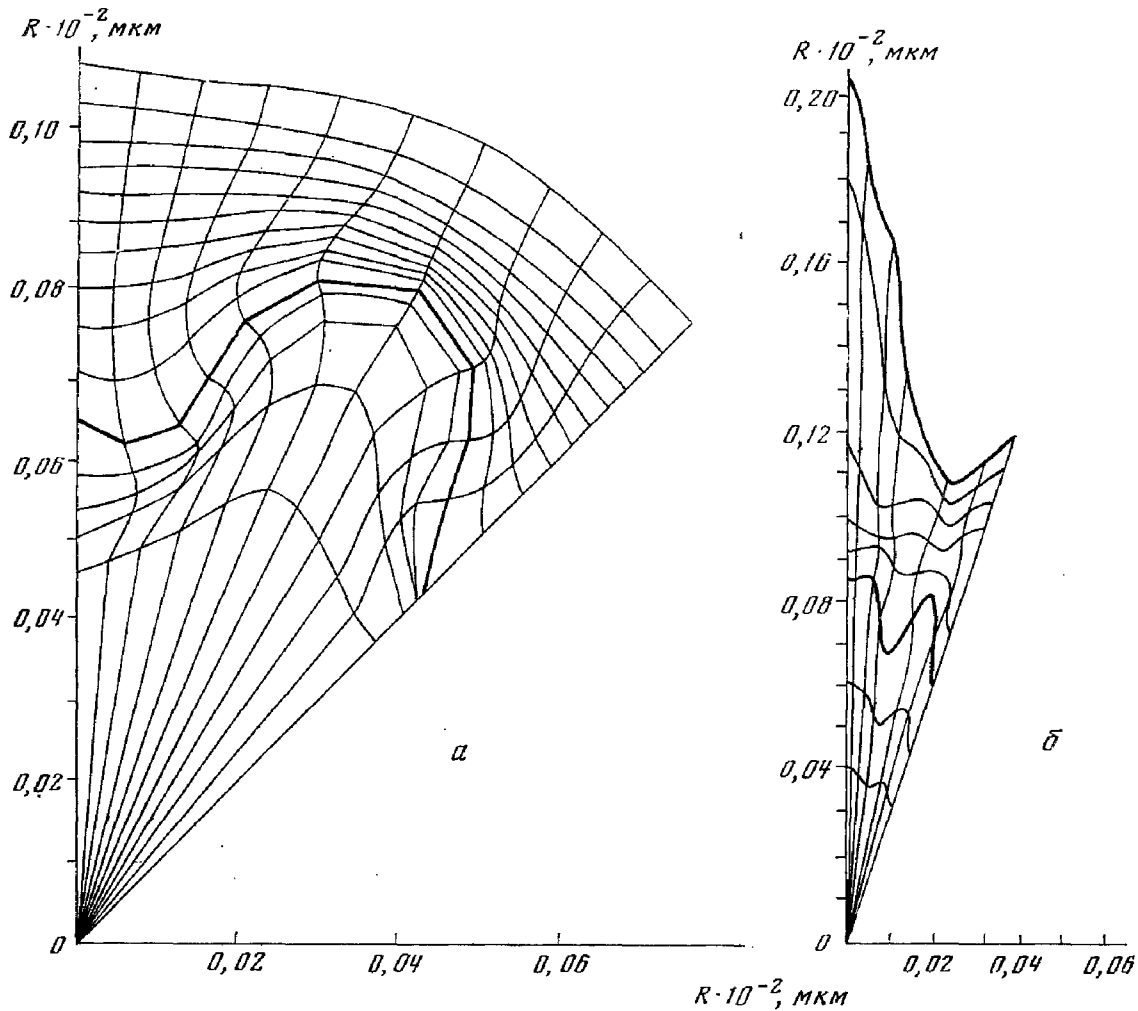


Рис. 6. Граница оболочки и газа в момент максимального сжатия: а —  $n=10$ ,  $a_0=10^{-2} \Delta R_0$ ; б —  $n=40$ ,  $a_0=10^{-2} \Delta R_0$

меньшей зависимости роста амплитуды для тейлоровских мод (18) и из двумерного расчета (рис. 4) приведено на рис. 5. Из рис. 5 следует, что для длинноволнового возмущения ( $n=10$ ) амплитуда растет несколько слабее, чем для тейлоровских мод, но обе зависимости близки, пока  $ak < 1$ . На нелинейной стадии ( $ak > 1$ ) двумерный расчет предсказывает уже существенное уменьшение скорости роста по сравнению с (18). Амплитуда коротковолнового возмущения ( $n=40$ ) с самого начала растет медленнее, чем у тейлоровских мод, и нелинейная стадия начинается до максимума ускорения, вслед за которым рост амплитуды существенно замедляется. Легко видеть, что это переход на пеллинейный режим, изученный Ферми [14]. В самом деле, зависимость относительной амплитуды от времени на нелинейной стадии (при  $ak > 1$ ) близка к зависимости

$$\frac{1}{a_{1,5}} \int_{1,5}^t dt' \int_{1,5}^{t'} g(t'') dt'',$$

соответствующей асимптотическому закону для падения горбов в поле переменного во времени ускорения. В пользу приведенной интерпретации свидетельствует и анализ формы границы оболочки на нелинейной стадии. Даже для длинноволнового возмущения ( $n=10$ ) видна асимметрия развития горбов и впадин, свидетельствующая о переходе к указанному асимптотическому режиму (см. рис. 6).

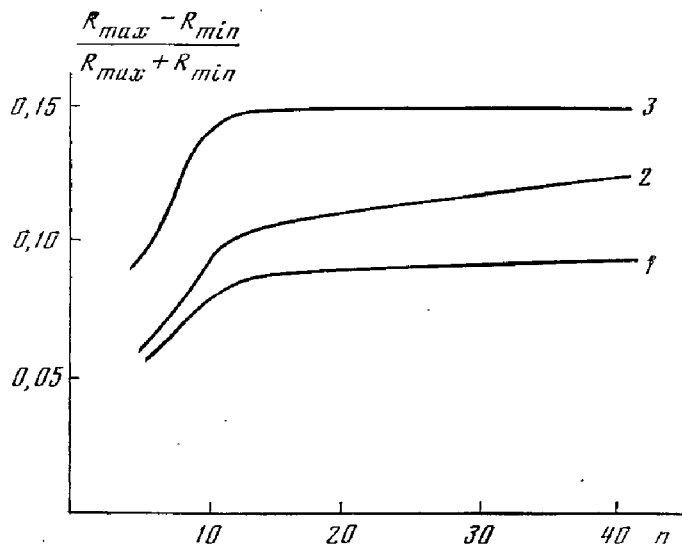


Рис. 7. Зависимость  $(R_{max} - R_{min}) / (R_{max} + R_{min})$  от номера сферической гармоники для разных моментов времени: 1 -  $t=1,9125$ ; 2 -  $t=1,95$ ; 3 -  $t=1,968$

Уже из рис. 5 видна близость инкрементов для коротковолновых ( $n=40$ ) и длинноволновых ( $n=10$ ) возмущений. Это обстоятельство может быть более ясно выявлено, если привести зависимость  $(R_{max} - R_{min}) / (R_{max} + R_{min})$  от номера гармоники для нескольких моментов времени вблизи максимального сжатия (рис. 7).

Таким образом, при  $n \geq 15$  конечная амплитуда не зависит от номера сферической гармоники (или длины волны) возмущения. От длины волны зависит лишь время перехода к нелинейному режиму ( $t_{пер} \sim (\lambda/g)^{1/2}$ ). Практический вывод из полученных результатов состоит в том, что для мишеней с аспектным отношением  $R_0/\Delta R_0 \leq 20$  высокочастотные возмущения не представляют особой опасности; необходимо лишь, чтобы начальная относительная амплитуда возмущения для всех длин волн не превышала  $10^{-2}$  (отношение начальной амплитуды к толщине оболочки).

#### 4. Влияние неустойчивости на характеристики газа в состоянии максимального сжатия

Для ответа на вопрос о максимально допустимой амплитуде начального возмущения, которая еще не приводит к существенному отличию от сферически-симметричного случая, были изучены возмущения с начальной амплитудой, составляющей  $10^{-2}$ ,  $3 \cdot 10^{-2}$ ,  $5 \cdot 10^{-2}$  от начальной толщины оболочки, и  $n=12$ . При начальной амплитуде  $5 \cdot 10^{-2}$  прорыв оболочки происходит до максимального сжатия. В случае  $a_0=3 \cdot 10^{-2}$  конечная амплитуда сравнима с минимальным средним радиусом сжатого газа и вся масса оболочки охвачена возмущением (искривлены все лагранжевы линии). Наиболее близки к сферически-симметричным результаты сжатия оболочек с начальной амплитудой  $10^{-2}$ . Амплитуда возмущения внутренней границы оболочки на момент максимального сжатия сравнима с ее толщиной, однако это не свидетельствует о разрыве оболочки, а лишь о проникновении стекла в газ и о возможном перемешивании этих веществ вследствие неустойчивости Кельвина — Гельмгольца.

При заданной начальной амплитуде возмущения ( $10^{-2}$ ) средние плотность и температура газа по несферическому объему уменьшаются с ростом номера гармоники. Снижение нейтронного выхода в этом случае может быть более значительным, чем это следует из оценки по средней

температуре, так как нейтронный выход, особенно при невысоких температурах (0,3–0,5 кэВ), существенно зависит и от ее пространственного распределения.

### Заключение

Приведенные выше результаты показывают, что влияние конвекции на неустойчивость при сферическом сжатии не является значительным. Более существенной оказывается роль теплопроводного выравнивания, впрочем, очевидная физически. Невелико влияние сжимаемости. Существенно, что модифицированная формула Тейлора (16) дает правильное описание развития возмущений на линейной стадии при достаточно сложном движении сжимающейся сферической мишени, т. е. при произвольных зависимостях  $R(t)$  и  $\dot{R}(t)$ . Наиболее важным, на наш взгляд, является эффект целинсийного насыщения инкремента при уменьшении длины волны возмущения, имеющий ясную физическую интерпретацию, восходящую к работе Ферми [14]. Наличие насыщения устраняет опасность для сжатия, связанную с коротковолновыми возмущениями, которая существует при развитии чисто тейлоровских мод ( $\gamma^2 = gk$ ). Когда настоящая работа была закончена, нам стали известны результаты работы Боднера и Бориса [12], в которой также обнаружено нелинейное насыщение, что качественно согласуется с нашими результатами. Указанная работа [12] не содержит приведенного выше анализа нелинейной стадии.

Изложенная картина развития неустойчивостей и результаты численных экспериментов, по нашему мнению, свидетельствуют о возможности устойчивого сжатия сферических оболочечных мишеней с достаточно большим аспектным отношением  $R_0/\Delta R_0$ . Оценивая возможность устойчивого сжатия, следует помнить, что ряд факторов, которые обсуждались выше (симметрия облучения и приготовления мишени, уменьшение градиентов плотности, выравнивание, связанное с теплопроводностью и перемешиванием, нелинейное насыщение, изменение толщины оболочки в процессе сжатия, осцилляции ее поверхности, низкая скорость звука в оболочке), способствует устойчивости и проблема заключается в отыскании режима ускорения, схемы построения мишени или другого пути использования этих возможностей уменьшения влияния гидродинамической неустойчивости.

Институт прикладной математики  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
10 января 1979 г.;  
после переработки  
31 марта 1980 г.

### Литература

- [1] Ю. В. Афанасьев, Н. Г. Басов, П. П. Волосевич, Е. Г. Гамалий, С. П. Курдюмов, О. Н. Крохин, Е. И. Леванов, В. Б. Розанов, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. Письма в ЖЭТФ, 21, 150, 1975.
- [2] J. Nuckolls, L. Wood, A. Thiessen, G. Zimmerman. Nature, 239, 139, 1972.
- [3] G. Taylor. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 201, 192, 1950.
- [4] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic stability, Clarendon Press, Oxford, 1961.
- [5] D. B. Henderson, R. L. McCrory, R. L. Morse. Phys. Rev. Lett., 33, 205, 1974.
- [6] S. Bodner. Phys. Rev. Lett., 33, 761, 1974.
- [7] K. Brueckner, S. Jorna, R. Janda. Phys. Fluids, 17, 1554, 1974.
- [8] Е. Г. Гамалий. Кр. сообщ. по физике (ФИАИ), 5, 23, 1976.

- [9] И. П. Волосевич, Е. Г. Гамалий, А. В. Гулиц, В. Б. Розанов, А. А. Самарский, Н. Н. Тюрина, А. П. Фаворский. Письма в ЖЭТФ, 24, 283, 1976.
- [10] Е. Г. Гамалий, В. Б. Розанов, А. А. Самарский, В. Ф. Тишкин, Н. Н. Тюрина, А. П. Фаворский. Гидродинамическая устойчивость сжатия сферических лазерных мишеней. Препринт ИПМ АН СССР, № 147, 1978.
- [11] Н. П. Боков, А. А. Бунатян, В. А. Лыков, В. Е. Неуважаев, Л. П. Строчева, В. Д. Фролов. Письма в ЖЭТФ, 26, 630, 1977.
- [12] S. E. Bodner, J. P. Boris, G. Cooperstein et al. Report at 7th Int. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion Research, Innsbruck, Austria, 23–30, Aug. 1978.
- [13] W. C. Mead, J. D. Lindl. Preprint UCRL-78459, 1976; Preprint UCRL-77057, 1975.
- [14] Э. Ферми. О тейлоровской неустойчивости, Научные труды, т. 2, «Наука», 1972, стр. 490.
- [15] Е. Г. Гамалий, В. Е. Неуважаев, Л. И. Шибаршов. В сб.: Численные методы механики сплошной среды, под ред. акад. Н. Н. Яненко, 7, Новосибирск, 1976, стр. 47.
- [16] Ю. В. Афанасьев, Н. Г. Басов, Е. Г. Гамалий, О. Н. Крохин, В. Б. Розанов. Письма в ЖЭТФ, 23, 617, 1976.
- [17] Ю. В. Афанасьев, Е. Г. Гамалий, И. Г. Лебо, В. Б. Розанов. ЖЭТФ, 74, 516, 1978.
- [18] Е. Г. Гамалий, В. А. Гасилов, И. Г. Лебо, В. Б. Розанов, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский. Генерация и диссипация магнитных полей в лазерной плазме, Препринт ФИАН СССР, № 57, 1979.
- [19] M. S. Plesset. J. Appl. Phys., 25, 96, 1954.
- [20] А. Д. Перник. Проблемы кавитации, «Судостроение», М., 1966.
- [21] Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, Физматгиз, 1966.
- [22] Е. И. Забабахин. Заполнение пузырьков в вязкой жидкости. ПММ, 24, 1129, 1960.
- [23] В. М. Головизнин, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский. Вариационный подход к построению разностных схем для уравнений гидродинамики в сферических координатах. Препринт ИПМ АН СССР, № 16, 1977.
- [24] В. А. Гасилов, В. М. Головизнин, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский. Численное решение одной модельной задачи о рэлей-тейлоровской неустойчивости. Препринт ИПМ АН СССР, № 149, 1977.

---

## HYDRODYNAMIC COMPRESSION STABILITY OF SPHERICAL LASER TARGETS

*E. G. Gamalii, V. B. Rozanov, A. A. Samarsky,  
V. F. Tishkin, N. N. Tyurina, A. P. Favorsky*

Hydrodynamic stability on compression of targets by laser radiation is investigated by taking into account convection, heat conductivity, compressibility and spontaneous magnetic fields. The presence of a nonlinear saturation of the increment on decrease of the perturbation wavelength is demonstrated. Conditions required for approximately symmetric compression are determined. The effect of instability on the final state of the target is studied.

---