МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ *

Академик А. А. САМАРСКИЙ

Теоретические исследования в физике всегда основывались на математическом фундаменте, па расчете основных количественных характеристик изучаемого явления. При этом уровень сложности используемого математического аппарата определяется, как правило, уровнем сложности исследуемого физического объекта, а также степенью точности, требуемой при получении результатов исследования. В свою очередь точность обусловлена прикладным характером исследований, их практической направленностью. По мере развития науки требования к точности теоретических физических исследований постоянно возрастают – ведь полученная в них информация становится основной (порой единственной) при проектировании и конструировании сложных устройств современной техники. Это приводит к чрезвычайному усложнению математического описания задачи, и решение ее традиционными методами становится затруднительным или вообще невозможным.

Новый этап в применении математических методов для физических исследований начался в связи с созданием быстродействующих электронных вычислительных машин. Появление новых технических средств привело к бурному развитию методов вычислений, к разработке новых методов решения сложных математических задач, основанных на прямом численном расчете. Широкое внедрение ЭВМ в научные исследования не только способствовало ускорению расчетов, но и коренным образом изменило их сталь и методику. Фактически за последние два десятилетия сложилось новое направление в теоретических физических исследованиях, основанное на использовании ЭВМ и играющее важную роль в ускорении темпов научно-технического прогресса. Называют это направление по-разному: "вычислительный эксперимент", "математическое моделирование", "математический эксперимент" и т. д. Однако, независимо от названия, суть здесь одна: на основе математической модели с помощью ЭВМ проводится изучение устройств и физических процессов, "проигрывается" их поведение в различных условиях, находятся оптимальные параметры и режимы действующих или проектируемых конструкций. Сейчас

*Вестник АН СССР, 1979, №5, с. 38-49.

можно проводить математическое прогнозирование сложных явлений и технических устройств, изучение которых другими способами затруднено.

Разработка комплексов численных методов и программ для ЭВМ в некоторых случаях эквивалентна созданию крупных экспериментальных установок, так как вычислительный эксперимент может (на некотором этапе) заменить ряд дорогостоящих и длительных натурных (физических) экспериментов.

В настоящее время становится очевидным, что мощные ЭВМ, сосредоточенные в вычислительных центрах и объединенные в сети и комплексы, созданные на этой основе большие коллективы квалифицированных научных сотрудников, владеющих современными методами исследования, – мощный стратегический потенциал, который в случае надобности может быть использован для решения крупнейших национальных программ. А таких программ много. Достаточно назвать некоторые из них, чтобы почувствовать их масштабность, важность и актуальность: проблемы ядерной физики, теория ядерных реакторов, управляемый термоядерный синтез (УТС), физика плазмы, МГД-преобразование энергии, физика лазеров, аэрогидродинамика, метеорология и т. д.

Остановимся подробнее на содержании понятия "вычислительный, эксперимент"[1]. Технологический цикл вычислительного эксперимента можно условно разбить на несколько этапов:

выбор физического приближения и математическая формулировка задачи (построение математической модели изучаемого явления или объекта);

разработка вычислительного алгоритма решения задачи;

реализация алгоритма в виде программы для ЭВМ;

проведение расчетов на ЭВМ;

обработка,анализ и интерпретация результатов расчетов, сопоставление с физическим экспериментом, и в случае необходимости, уточнение или пересмотр математической модели, то есть возвращение к первому этапу и повторение цикла вычислительного эксперимента.

Следует еще раз подчеркнуть, что деление вычислительного эксперимента па указанные пять этапов имеет в значительной мере

[1]См.: А.А. Самарский, Ю.П. Попов. Вычислительный эксперимент в физике. – В сб.: Наука и человечество. М., "Знание", 1975, с. 280.

условный характер. На самом деле все эти основные этапы тесно связаны между собой и служат одной цели – получению с необходимой точностью за возможноменьшее машинное время адекватного количественного описания изучаемого физического явления или процесса.

Сама структура вычислительного эксперимента показывает, что это сложный научно-производственный процесс, в котором участвует большой: коллектив специалистов различного профиля – от физиков-теоретиков и экспериментаторов до программистов и инженеров-электронщиков. Успех дела зависит от согласованного взаимодействия всех участников вычислительного эксперимента и, в частности, от умения находить компромиссные решения вопросов в областях, где перекрещиваются интересы различных специалистов.

Исходный пункт вычислительного эксперимента – выбор математической модели. Собственно метод математического моделирования в физике не нов. Фактически физики всегда работают с математическими моделями. Однако при этом они обычно выбирают модели, которые поддаются исследованию с помощью имеющихся в их распоряжении математических средств. До появления ЭВМ и современной вычислительной математики приходилось в основном ориентироваться на аналитические методы. Следует отметить, что число таких методов, применяемых в физике для изучения математических моделей, сравнительно невелико: размерностный качественный анализ задачи, асимптотические методы – при больших (малых) расстояниях или временах, при больших (малых) значениях некоторого безразмерного параметра задачи и др., понижение размерности задачи путем осреднения уравнений, метод разделения переменных в его различных вариациях, линеаризация задачи и т. д. Эти методы применимы для ограниченного класса, как правило, линейных задач при определенных условиях.

Применение численных методов на ЭВМ дает возможность использовать более сложные нелинейные математические модели, охватывающие все существенные черты физического процесса в широкой области изменения параметров, определяющих физический процесс. При этом, в отличие от классического аналитического подхода, появляется возможность получить полное количественное описание изучаемого объекта или процесса.

Изучением математических моделей физики занимается математическая физика. Уравнения математической физики обычно выражают законы сохранения (количества движения, массы, энергии, заряда и т. д.) и представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных, интегро-дифференциальные или интегральные уравнения.

Назовем основные уравнения математической физики, с помощью которых можно построить математические модели для значительного числа проблем физики плазмы, теории ядерных реакторов, механики сплошных сред и т. д. Это уравнения диффузии, газодинамики, электродинамики, магнитной гидродинамики, кинетические уравнения переноса частиц и излучения, уравнения химической кинетики, теории упругости и др.

Изучение математической модели сначала проводится обычными средствами математической физики, например методами общей теории дифференциальных и интегральных уравнений. Прежде всего исследуется вопрос о постановке задачи. Задача должна быть поставлена математически грамотно. Нужно убедиться в том, что существует единственное решение, выяснить характер его зависимости от входных данных (корректна или некорректна задача), для того чтобы определить возможность и метод работы с этой моделью.

Для предварительного исследования модели вначале используются все традиционные методы, применяемые физиками: качественный размерностный анализ, поиск частных решений для специальных случаев, рассмотрение предельных случаев. Таким образом добывается первичная (быть может, грубая) информация о качественном характере явления. Полученные на этом этапе точные решения необходимы, кроме того, как тесты для проверки качества вычислительных алгоритмов, которые будут строиться для решения полной задачи. Математическая модель физического явления включает помимо основных уравнений, выражающих общие законы сохранения, некоторые дополнительные соотношения, описывающие свойства конкретных сред и являющиеся фактически коэффициентами уравнений. Это коэффициенты теплопроводности, диффузии, электропроводности, поглощения излучения, вязкости и т. д. К таким соотношениям относятся и уравнения состояния. Все соотношения являются функциями состояния среды. Например, свойства плазмы сильно зависят от ее термодинамического состояния, что, в частности, порождает дополнительные "нелинейности" в уравнениях.

При построении математической модели необходимо знать физические характеристики сред с достаточной точностью. В противном случае самые лучшие методы расчета не смогут обеспечить правильного представления о реальном явлении. В изучаемых физиками процессах реализуются самые различные условия – от комнатных до звездных температур и от газовых до твердотельных плотностей. Большинство этих условий настолько далеки от обычных, что непосредственное экспериментальное определение свойств вещества оказывается невозможным. С другой стороны, при этих условиях зачастую неприменимы упрощенные модели вроде идеального газа, которые изучены в теоретической физике. Поэтому определение свойств веществ, как говорят, "физическое оснащение" математической модели представляет собой крупную самостоятельную научную проблему. Она сводится к решению сложных квантовомеханических задач, которое оказывается возможным лишь при использовании численных методов на ЭВМ и фактически требует проведения специальных вычислительных экспериментов, опирающихся на физические эксперименты.

Для анализа сформулированной математической модели с помощью ЭВМ необходимы экономичные вычислительные алгоритмы, позволяющие получать решение задачи за допустимое (по возможности минимальное) время. Такое требование приобретает особую важность в связи с многовариантным характером вычислительного эксперимента.

Если существует аналитическое решение задачи, то зависимость от параметров выступает в явном виде. В вычислительном эксперименте необходимо проводить большие серии однотипных расчетов для изучения влияния различных параметров задачи. Поэтому необходимое условие вычислительного эксперимента – экономичность лежащего в его основе алгоритма. Конструирование вычислительного алгоритма подразумевает два этапа: построение разностной схемы для математической модели, та есть аппроксимацию исходной системы дифференциальных уравнений системой разностных сеточных (алгебраических) уравнений, и построение метода для быстрого решения полученных разностных сеточных уравнений[2].

Построение разностной схемы можно рассматривать как замену непре-рывной среды некоторым ее дискретным аналогом. При этом возникают новые параметры – шаги разностной сетки (по времени и пространству), вводимой для замены области непрерывного изменения аргументов, в которой ведется поиск решения исходной

[2]См.: А.А. Самарский. Теория разностных схем. М., "Наука", 1977.

задачи, множеством точек (узлов) сетки. Представляется естественным желание использовать грубые сетки с большими шагами (с небольшим числом узлов), так как машинное время, необходимое для решения разностных уравнений, возрастает с увеличением числа узлов (с уменьшением шага сетки). Однако при неограниченном уменьшении шагов сетки разностная схема близка к исходной дифференциальной задаче лишь асимптотически. При конечных же шагах сетки разностные уравнения, представляющие собой законы, в соответствии с которыми происходит эволюция "дискретной среды", могут заметно отличаться от дифференциальных уравнений, описывающих поведение непрерывной среды. Возможно возникновение различных нежелательных эффектов разностного происхождения, например появление фиктивных источников (стоков) энергии, мощность которых пропорциональна величине шагов сетки.

Для избежания подобных явлений необходимы специальные меры. В настоящее время сформулирован ряд принципов, которые следует соблюдать при построении разностных схем. Так, при дискретизации задачи сплошной среды, то есть, при переходе от дифференциальных уравнений к разностным, естественно требовать, чтобы полученная дискретная модель правильно отражала основные свойства сплошной среды. В первую очередь в модели должны выполняться основные законы сохранения – массы, импульса, полной энергии. Разностные схемы, обладающие таким качеством, называют консервативными[3]. Развитие принципа консервативности привело к понятию полной консервативности: в полностью консервативных схемах при конечных величинах шагов сетки помимо основных законов сохранения соблюдаются также балансы в отдельных видах энергии (кинетической, тепловой, магнитной). Практика показала[4] весьма высокую эффективность полностью консервативных схем, с помощью которых был решен ряд сложных практически важных задач магнитной гидродинамики, радиационной газовой динамики и т. д.

Как отмечалось выше, разностная схема представляет собой систему алгебраических, вообще говоря, нелинейных уравнений. Для их решения применяются различные итерационные методы, что приводит к необходимости решать на каждой итерации систему линейных

---

[3]См.: А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Об однородных разностных схемах. – "Журнал вычислительной математики и математической физики", 1961. т. 1, № 1.

[4]См.: А.А. Самарский, Ю.П. Попов. Разностные схемы газовой динамики. М., "Наука", 1975.

алгебраических (специального вида) уравнений высокого порядка ($10^2 - 10^6$ уравнений). Таким образом, разработка экономичных методов решения таких систем становится серьезной проблемой и представляет собой одну из главных задач теории численных методов. Построение алгоритма, позволяющего сократить время решения системы хотя бы в несколько раз, имеет очень важное значение[5].

Прежде чем широко использовать алгоритм на практике, надо теоретически оценить его качества (экономичность, точность, универсальность и т. д.). Этим занимается теория численных методов – один из интенсивно развивающихся разделов вычислительной математики.

После того как построен вычислительный алгоритм, обладающий необходимыми качествами, возникает проблема его реализации в виде программы для ЭВМ.

С точки зрения программирования, вычислительный эксперимент характерен тем, что для каждой модели необходимо решать большое число вариантов (варьируя определяющие параметры задачи) и, кроме того, изменять (уточнять) саму математическую модель. Эта особенность – "многовариантность" и "многомодельность" – вычислительного эксперимента проявляется в многократных изменениях реализующей алгоритм программы, причем изменения касаются и структуры программы в целом, и отдельных ее частей.

Таким образом, вопрос об организации вычислений, о технологии программирования выступает на первый план. Новая технология строится на основе модульной (блочной) структуры математической модели и алгоритма. Сборку программы из модулей можно проводить автоматически, с помощью специальной программы. В настоящее время важное направление – создание проблемно-ориентированных программных комплексов и систем, называемых пакетами прикладных программ. Характерная особенность пакетов состоит в возможности постоянного развития, расширения благодаря включению новых модулей, реализующих новые возможности. При создании пакетов прикладных программ помимо их функционального наполнения, большое значение имеют работы по системному обеспечению пакета.

Отметим одно важное обстоятельство. Несмотря на многообразие

[5]См.: А.А. Самарский, Е.С. Николаев. Методы решения сеточных уравнений. М., "Наука", 1978.

всех физических и технических проблем, их математическое описание сводится к ограниченному числу классов уравнений (математических моделей). Различные физические процессы допускают сходные математические описания. Так, процессы диффузии, теплопроводности, намагничивания ферромагнетика описываются одним и тем же уравнением теплопроводности, а стационарные процессы теплопроводности, диффузии, течения несжимаемой жидкости, электростатики и пр. описываются уравнением Лапласа; различие состоит лишь в физическом смысле входящих в уравнения величин. Отсюда следует, что математические методы, разработанные для одной v области физики, могут быть применены и для других областей, и, таким образом, один и тот же пакет прикладных программ может быть с успехом использован в вычислительных экспериментах для различных физических объектов[6].

Последний этап в технологическом цикле вычислительного эксперимента – обработка, анализ, интерпретация расчетных данных и их сопоставление с результатами физических экспериментов.

Следует заметить, что физический эксперимент сам нуждается в математической обработке результатов. Причем речь идет не о первичной, например статистической, а о полной обработке, цель которой – отыскание значений основных физических параметров (температуры, плотности, давления, скорости и др.). В самом деле, в современном физическом эксперименте, где среда подвергается сверхсильным воздействиям и параметры вещества имеют экстремальные значения, прямое измерение физических характеристик затруднено или вообще невозможно. Информацию приходится извлекать из косвенных данных путем соответствующей обработки фотоснимков, осциллограмм, интерферограмм и т. д. При этом оказывается, что необходимо проводить фактически самостоятельный вычислительный эксперимент. В настоящее время созданы и опробованы первые автоматизированные системы полной систематической обработки ряда физических экспериментов[7].

---

[6]См.: В.Я. Карпов, Д.Л. Корягин, А.А. Самарский. Принципы разработки пакетов прикладных программ для задач математической физики. – "Журнал вычислительной математики и математической физики", 1978, т. 18.

[7]См.: А.Н. Тихонов и др. О многоцелевой проблемно-ориентированной системе обработки результатов эксперимента. Препринт Ин-та прикладиой математики (ИПМ) АН СССР. М., 1976.

После окончания анализа расчетных данных и сравнения с физическим экспериментом может оказаться, что необходимо принять во внимание некоторые новые физические факторы (например, учесть двумерность, от однотемпературной модели перейти к двухтемпературной, различая температуры ионов и электронов и т. д.). Это приводит к новой математической модели, для которой повторяется весь технологический цикл вычислительного эксперимента. Процесс вычислений может повторяться также из-за необходимости совершенствовать алгоритм расчета.

Если на некотором этапе вычислительного эксперимента достигнуто необходимое понимание особенностей исследуемого физического процесса и получено удовлетворительное согласие с данными физического эксперимента, вычислительный эксперимент можно считать законченным. После его завершения естественно стремление построить на основании расчетов задачи в полной постановке некоторую упрощенную математическую модель, например интерполяционного типа, коэффициенты которой подбираются по результатам вычислительного эксперимента. Такие модели, описываемые несложными наглядными формулами или обыкновенными дифференциальными уравнениями, оказываются весьма полезными и для инженерных целей, и при планировании дальнейших расчетов в исследуемой области. Создание грубых моделей, построенных по результатам расчетов сложных моделей, иногда приводит к иллюзорному преуменьшению роли вычислительного эксперимента для полной модели (ведь качественные результат можно получить и на основе грубой модели!). Это очевидное заблуждение может приводить к парадоксам типа "математика исчезла, физика осталась" или "физик-теоретик должен освободиться от математики".

В настоящее время вычислительный эксперимент стал уже новым мощным средством теоретических исследований в физике. Фактически речь идет о новой системе организации физических теоретических исследований на основе вычислительного эксперимента, которая органически связывает математическую модель, вычислительный алгоритм, расчеты на ЭВМ и физический эксперимент. Сам вычислительный эксперимент носит итерационный характер, так как в процессе его проведения уточняется математическая модель, совершенствуется вычислительный алгоритм, пересматривается организация вычислительного процесса. Очевидно, что по сравнению с натурным экспериментом вычислительный эксперимент Значительно дешевле и доступнее, его подготовка и проведение занимают меньше времени, он легко управляем. В то же время вычислительный эксперимент дает более подробную информацию, нежели собственно физические эксперименты. Большие возможности вычислительного эксперимента были продемонстрированы при решении таких крупнейших научно-технических программ, как овладение ядерной энергией и освоение космического пространства. Собственно, в процессе работы над этими программами (когда были созданы и впервые применены ЭВМ) и начал складываться новый стиль исследований, сформировавшийся впоследствии вычислительный эксперимент.

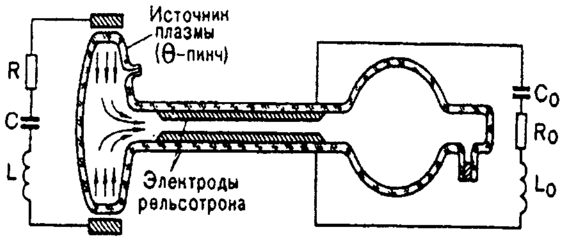
Приведем несколько примеров успешного применения вычислительного Эксперимента в различных областях физики. Свыше 10 лет назад при изучении численными методами движения плотной плазмы в магнитном поле был обнаружен новый физический эффект *Т*-слоя: при определенных условиях в плазме образуется самоподдерживающаяся область повышенной температуры, которая существует конечное время и в которой сосредоточены электрические токи и джоулев нагрев[8]. С помощью вычислительного эксперимента были найдены условия образования *Т*-слоя и исследованы возможности его инициирования в движущейся плазме путем внесения возмущений. Эта работа была оценена как открытие нового физического эффекта. В дальнейшем, через 5 - 6 лет, *Т*-слой был обнаружен в физических экспериментах, проведенных в различных научных учреждениях страны.

Опишем один из таких экспериментов и результаты его сопоставления с соответствующим вычислительным экспериментом[9]. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1 (вверху). Плазменный сгусток, полученный путем сжатия газа (водорода) в θ-пинче, инжектировался в рельсотрон, представляющий собой два параллельных электрода, подключенных к батарее конденсаторов. В начальный момент пространство между электродами однородно заполнено холодным непроводящим водородом. Горячий плазменный сгусток замыкает электрическую цепь; возникающее при этом магнитное поле тормозит движение сгустка (см. рис. 1, внизу).

---

[8]См.: А.Н. Тихонов и др. Эффект *Т*-слоя в магнитной гидродинамике. Препринт ИПМ АН СССР. М., 1969.

[9]См.: Г.В. Данилова и др. Взаимодействие сгустка плазмы с магнитным полем в канале рельсотрона. – "Докл. АН СССР", 1974, т.216, №6.



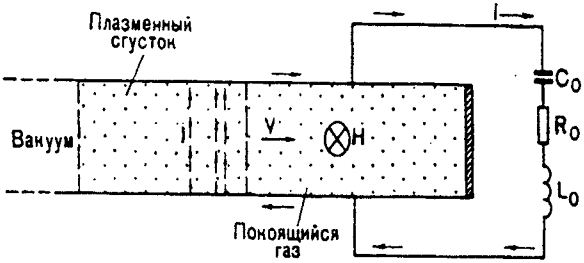


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (рельсотрона), на которой был зарегистрирован T - слой (вверху) и схема математической модели, использованной в вычислительном эксперименте (внизу)

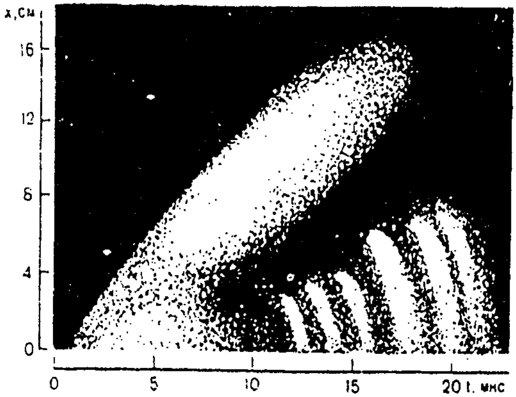


Рис. 2. СФР-грамма пространственно - временная диаграмма), полученная в эксперименте "Полосатая"зона в правом нижнем углу рисунка образована траекториями T-слоев

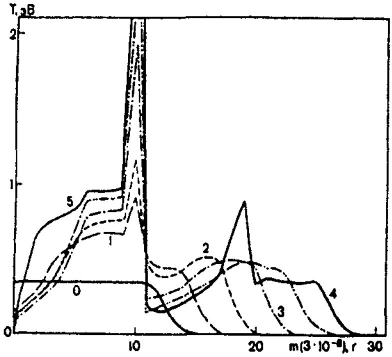


Рис. 3. Распределения температуры по массовой переменной к моментам времени, полученным в расчете, демонстрируют механизм возникновения T-слоев $U_0 = 750$ B,
1 - 2 мкс, 2 - 4 мкс, 3 - 6 мкс, 4 - 8 мкс, 5 - 6 мкс

При определенных значениях параметров в эксперименте наблюдается сложная структура, которая фиксировалась на СФР-грамме — пространственно-временной диаграмме (рис. 2). Эта структура образована чередующимися зонами сравнительно горячего (2 - 5 *эВ*) и холодного (0,2 - 0,5 э*В*) газа, которые перемещаются в направлении, противоположном направлению начального движения сгустка.

В численном эксперименте задача о торможении плазменного сгустка магнитным полем рассматривалась в рамках одномерных уравнений магнитной гидродинамики в лагранжевых массовых переменных. Плазменный сгусток моделируется ударной волной, распространяющейся по покоящемуся холодному газу, заполняющему рельсотрон. Численные значения параметров сгустка, внешней электрической цепи и т. д. согласованы с экспериментальными данными. Уравнение состояния для водорода, а также зависимость электропроводности от термодинамического состояния вещества брались из таблиц[10], составленных с достаточно точным учетом физики явления.

На рис. 3 представлены некоторые результаты расчета, демонстрирующие механизм возникновения в численном эксперименте сложной структуры. По мере нарастания разрядного тока и прогрева газа в сгустке ток скинируется в передней его части. Здесь же локализуется джоулев нагрев, а также электромагнитная тормозящая сила. Эти

[10]См.: Н.Н. Калиткин, Л.В. Кузьмина, В.С. Рогов. Таблица термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы. Препринт ИПМ АН СССР. М., 1972.

эффекты приводят к возникновению T-слоя. Бурное, взрывоподобное выделение джоулева тепла в зоне T-слоя вызывает разброс газа из этой области и усиливает начальную ударную волну, моделирующую сгусток. С ростом полного тока электромагнитная сила, действующая в основном в районе T-слоя, увеличивается, что приводит к торможению T-слоя, его остановке и даже к движению в обратном направлении. При этом образуется волна разрежения, распространяющаяся вслед за исходной ударной волной и охлаждающая газ. Поэтому джоулев нагрев вытесняется в район фронта ударной волны. В результате возникает второй T-слой, и все описанные выше процессы повторяются.

Таким образом, в потоке формируются неоднородности - горячие T-слои, разделенные зонами холодного газа. На рис. 4 на плоскости (X, t) изображены траектории движения образовавшихся T-слоев и фронта ударной волны.

В целом сопоставление результатов расчетов и данных физического эксперимента указывает на хорошее согласие основных качественных н количественных характеристик процесса, что позволяет утверждать, что в экспериментах[11] зарегистрировано явление T-слоя.

Отметим, что проведенные прямые расчеты позволили установить устойчивость T-слоя по отношению к двумерным возмущениям[12].

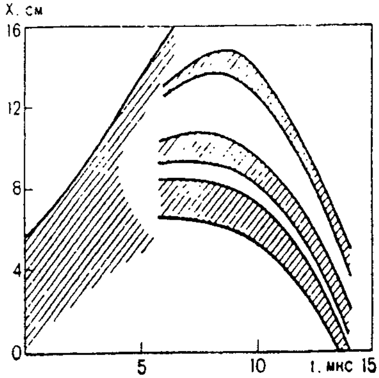


Рис. 4. Траектории T-слоев и фронта ударной волны, полученные в вычислительном эксперименте

[11] См.: А.К. Захаров и др. Экспериментальное иаблюдение T-слоев в движущейся плазме, взаимодействующей с магнитиым почем – "Докл. АН СССР", 1973, т. 212, № 5.

[12] См.: Р.А. Волкова и др. Численное исследоваиие структуры T-слоя. Препринт ИПМ АН СССР. М., 1975.

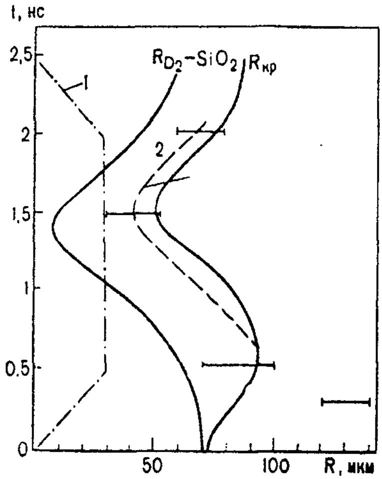


Рис. 5. Сопоставление экспериментальных и расчетных данных для установки "Кальмар" *1* - лазерный импульс *2* - эксперимент

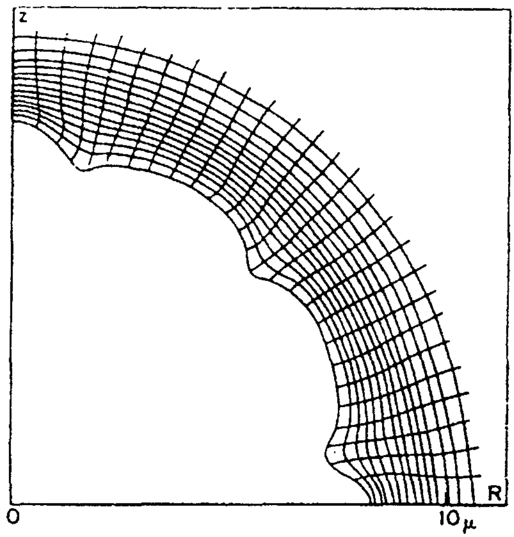


Рис. 6. Расчетная картина развития рэлей-тейлоровской неустойчивости в оболочке мишени, обусловленной несимметрией потока лазерного излучения

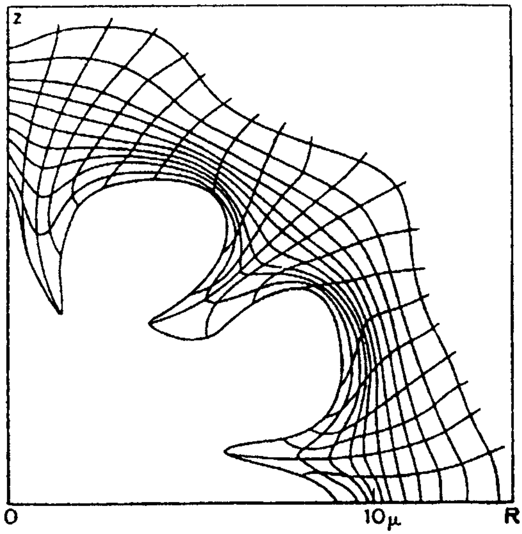


Рис.7. Расчетная картина развития рэлей-тейлоровской неустойчивости в оболочке мишени, обусловленной начальной несимметрией формы мишени

В качестве еще одного примера, демонстрирующего возможности вычислительного эксперимента при решении крупнейших научно-технических задач, остановимся на расчетно-теоретических работах в области лазерного термоядерного синтеза (ЛТС). Как известно, одно из перспективных направлений решения проблемы управляемого термоядерного синтеза связано с использованием мощных лазерных импульсов для сжатия и нагрева термоядерных мишеней и инициирования в них термоядерной реакции[13]. Поскольку лазерной техники требуемой мощности пока не существует, единственным способом исследования процессов, происходящих в веществе при взаимодействии с лазерным излучением, служит вычислительный эксперимент. Он проводится в двух направлениях. С одной стороны, ведутся расчеты и анализ сравнительно небольших лазерных мишеней, для которых возможны в настоящее время физические эксперименты (стеклянные оболочки, содержащие ДТ- или ДД-газ, при уровне энергии в лазерном импульсе порядка 100 *Дж*). В такого рода физических экспериментах не достигаются условия, необходимые для возбуждения термоядерной реакции. Однако согласование результатов

[13]См.: Н.Г. Басов, О.Н. Крохин. – ЖЭТФ, 1964, т. 46.

этих экспериментов и соответствующего численного моделирования позволяет откорректировать принятую математическую модель, убедиться в ее эффективности и адекватности реальному процессу лазерного сжатия и нагрева вещества.

С другой стороны, на основе апробированных моделей ведутся вычислительные эксперименты, цель которых – получить теоретические предсказания относительно мишеней с коэффициентами усиления по энергии, значительно превышающими единицу, экспериментальное исследование которых – дело будущего.

В качестве основной модели используется модель двухтемпературной гидродинамики с учетом электронной и ионной теплопроводности, поглощения лазерного излучения на плазменной частоте, теплового излучения и других эффектов. С помощью выбранной математической модели[14] удалось получить хорошее согласие расчетов с физическими экспериментами, проведенными на установках "Кальмар" (ФИАН), "Аргус" (Ливермор, США). Использование этой модели позволило предложить конструкцию "оболочечных" мишеней с большим коэффициентом усиления[15].

На рис. 5 приводится сравнение расчетной *(R, t)* диаграммы (сплошные линии, изображающие траектории движения внутренней границы оболочки мишени, а также зоны поглощения лазерного излучения, расположенной вблизи критической плотности) с экспериментальными данными, полученными на установке "Кальмар". Видно, что за исключением начальной стадии результаты расчетов и эксперимента близки.

При исследовании лазерных мишеней с топкой оболочкой важно выяснить гидродинамическую устойчивость процесса сжатия по отношению к возмущению потока лазерного излучения и форме оболочки. На основе численных расчетов двумерных задач газодинамики с электронной теплопроводностью в двухтемпературном приближении были установлены предельные допустимые возмущения потока излучения и границы оболочки, при которых средние термоядерные характеристики лазерной плазмы незначительно отличаются от характеристик, полученных в одномерных расчетах для случая

---

[14]См.: Ю.В. Афанасьев и др. Физико-математические модели процессов в лазерных мишенях и числеиные методы их исследования. Тезисы доклада на XII Европейской конференции по взаимодействию лазерного излучения с веществом и лазериому термоядерному синтезу (Москва, 11 – 16 декабря 1978 г.).

[15]См.: Ю.В. Афанасьев и др. – "Письма в ЖЭТФ", 1975, т. 21, вып. 2.

сферической симметрии. При этом был проведен детальный анализ физической картины нелинейной стадии рэлей-тейлоровской неустойчивости. Рис. 6 демонстрирует конечную стадию развития возмущений в потоке лазерного излучения, рис. 7 – в геометрической форме оболочки[16]. Характерно, что возмущение потока влияет на асимметрию сжатия меньше, чем возмущение формы той же относительной величины.

В заключение отметим, что сложность математических моделей, используемых в вычислительном эксперименте, не должна быть самоцелью. Нецелесообразно отвергать простые, например одномерные, модели только потому, что существуют методы и программы для решения двумерных задач Практика показывает, что при проведении вычислительных экспериментов целесообразно придерживаться следующей стратегии: полностью учитывать физические эффекты в одномерном приближении (например, в приближении сферической симметрии); учитывать влияние двумерности или трехмерности на физический процесс, изучаемый посредством более простой модели.

Решение крупных научно-технических проблем невозможно без вычислительного эксперимента. Успех применения вычислительного эксперимента в физике и технике требует объединения усилий физиков, инженеров и математиков различных специальностей.

---

[16] См.: П.П. Волосевич и др. – "Письма в ЖЭТФ", 1976, т. 24, вып. 5;
Е.Г. Гамалий и др. Гидродинамическая устойчивость сжатия сферических лазерных мишеней. Тезисы доклада на XII Европейской конференции по взаимодействию лазерного излучения с веществом и лазериому термоядерному синтезу (Москва, 11 - 16 декабря 1978 г.).