74 D 64
ИПМ
АН СССР

ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов,
А.А. Самарский,

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СТРУКТУР В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕРМОДИНАМИКА РЕЖИМОВ ОБОСТРЕНИЯ.

Препринт № 74 за 1976 г.

Москва.

АННОТАЦИЯ

В среде, описание которой включает квазилинейные уравнения переноса (коэффициенты теплопроводности, проводимости, вязкости зависят от температуры, плотности, магнитного поля) действие нелинейных объемных источников тепла при определенных условиях порождает сильно нестационарные процессы, так называемые режимы с обострением.

Они могут обуславливать явление локализации тепла, магнитного поля на определенных пространственных масштабах или на определенных участках массы в сжимаемой среде. Это приводит к немонотонным распределниям указанных величин по пространству, т.е. к развитию в среде структур различного типа.

В работе на основе рассмотрения квазилинейного уравнения теплопроводности с нелинейными объемными источниками тепла установлены закономерности сильно нестационарной термодинамики, обуславливающей такое усложнение организации среды.

ABSTRACT

The medium with quasilinear transfer processes (heatconductivity, conductivity, viscosity etc. coefficients depend on temperature, density, magnetic field etc.) is considered. Very fast processes (the so-called processes with "aggravation") in this medium are generated due to nonlinear volume heat sources.

Very fast processes lead to localization of heat or magnetic field in some space scales or in some parts of mass (in compressible medium). The localization results in different (heat or magnetic) structures development.

In this paper the quasilinear heat conductivity equation with nonlinear volume heat sources is investigated. The laws of thermodynamics for very fast processes causing a complication in the medium organization are deduced.

ОГЛАВЛЕНИЕ

стр.

Аннотация 3

Введение 5

§ I. Постановка задачи 12

§ 2. Автомодельное решение задачи (I), (2) с условиями а) 13

§ 3. Процесс установления автомодельного режима при начале процесса с возмущения конечной амплитуды 19

§ 4. Аналитическое решение автомодельной задачи о горении среды в S -режиме. Фундаментальная тепловая длина L_T 25

§ 5. Гомотермическое горение среды. Исследование устойчивости этого процесса по отношению к малым возмущениям 31

§ 6. Динамическая аналогия S -режима. (Спектр длин структур, возникающих на нелинейной стадии развития неустойчивости гомотермического горения среды в S -режиме) 34

§ 7. Сравнение HS-, S- и LS -режимов горения среды 38

§ 8. Заключение 52

Введение

I. Рассматриваются различные режимы горения неподвижной среды, в которой коэффициент температуропроводности (К) и объемные источники (q) предполагаются степенным образом зависящими от температуры ($K = K_0 T^{\delta}$, $q = q_0 T^{\beta}$).

Показано, что при $\beta > 1$ и $\delta > 0$ горение среды, инициируемое возмущением температуры конечной амплитуды, приводит к росту температуры в режиме обострения. Это означает, что за конечный промежуток времени ($0 < t < t_f$) температура возрастает до бесконечных значений.

2. Такой идеализированный подход позволяет четко выявить внутренние закономерности изучаемых нелинейных процессов, обуславливающих метастабильную локализацию тепла и горения на определенных пространственных масштабах (фундаментальной тепловой длине L_T), даже при бесконечном росте температуры в области локализации. В реальных физических средах рост температуры ограничивается выгоранием среды, изменением вида зависимости $q = q(T)$, охлаждением среды за счет излучения и гидродинамического разлета и другими факторами. Метастабильная локализация горения и развитие тепловых структур в этих случаях также имеют место, но картина процесса усложняется. Начальная стадия локализации горения сменяется при конечной температуре стадией распространения волн горения в среде.

3. В рассматриваемой задаче при $\beta \geqslant \delta + 1$ возникает локализация горения в окрестности (диаметра L_T) максимальной амплитуды возмущения температуры, внесенной в среду. В области

локализации горения происходит развитие самоподдреживающейся температурной неоднородности (структуры). Полуширина структуры при $\beta > 2+1$ сокращается со временем (LS -режим), а при $\beta = 2+1$ остается постоянной (S -режим). Температура внутри структуры возрастает за конечное время вплоть до бесконечных значений, при этом растекание тепла через ее границы в окружающую холодную горючую среду полностью отсутствует. При $\beta = 2+1$ локализации горения нет и нагретая область, в которой происходит горение, увеличивается со временем (HS -режим). Образование структур и локализация горения в них имеет место и в том случае, когда возмущение температуры вносится в первоначально равномерно нагретую среду. Показана неустойчивость гомотермического горения при $\beta \geqslant 2+1$ и исследована асимптотическая (при $T \to \infty$) нелинейная стадия этой неустойчивости.

4. Одинаковость характера температурного профиля и временного режима его роста на развитой стадии горения среды в структурах, вырождение спектра длин структур в одну фундаментальную длину L_T на асимптотической стадии, независимость характера горения среды в структурах на этой стадии от более медленно меняющихся со временем окружающего температурного фона или граничных условий - все это, проявление особенностей режимов с обострением.

Горение с обострением характеризуется моментом обращения температуры в бесконечность ($t = t_f$). Поскольку значение t_f при прочих одинаковых условиях тем меньше, чем выше максимальное значение температуры T_{0m} в первоначальном возмущении, то горение среды в структурах с большей величиной T_{0m} приводит к более раннему обращению температуры в них в бесконечность. Поэтому, в среде как правило, успевает развиться одна структура с наименьшим значением t_f. И процесс горения в ней на асимптотической

стадии (при $T \to \infty$) происходит так, как будто ее окружает холодный фон. Это же обстоятельство (в случае S -режима) делает независимыми размер области локализации и характер горения среды в структурах от того, будет ли размер начального возмущения Δr_0 больше или меньше L_T . Однако при специальном выборе начальных возмущений удается осуществить горение среды с одной скоростью (с одним моментом t_f) в нескольких структурах на соседних фундаментальных длинах. При этом в S и LS -режимах, т.е. при $\beta \geqslant b+1$, осуществляется тепловая самоизоляция их друг от друга. В S -режиме ($\beta = b+1$) построено аналитическое периодическое решение, описывающее независимое горение среды в структурах на соседних фундаментальных длинах.

5. Процесс горения в структуре на фундаментальной тепловой длине имеет глубокую аналогию с цепной реакцией в размножающей среде. Возмущение температуры, внесенное в участок Δr_0 первоначально холодной среды при $\Delta r_0 < L_T$ не вызывает в начале бурного роста температуры, т.к. процесс растекания тепла пересиливает рост температуры за счет горения. После того, как размер области горения станет равным L_T , скорость горения увеличивается на несколько порядков, происходит вспышка горения (аналог цепной реакции,(см. [1-4]) но только в нелинейной среде). Благодаря действию нелинейного иоточника ($\beta \geqslant b+1$, $b>0$) на длине L_T формируется специфический "вогнутый" температурный профиль, растущий по автомодельному закону. Как показано в [5] (см. также [6+II]) такие профили в среде с квазилинейной теплопроводностью ($b>0$) обладают своеобразной тепловой инерцией и метастабильно локализованы даже после отключения источника. Чтобы началось распространение тепла в окружающее холодное пространство профиль температуры должен перестроиться и стать достаточно

"выпуклым", чтобы на его границах появился источник тепла за счет разности тепловых потоков. Только после этого тепловая волна начинает распространяться в окружающую холодную среду.

6. Тепловые структуры представляют собой развитую нелинейную стадию перегревной неустойчивости [12,13]. Однако также как ударные волны и особенности их взаимодействия представляют собой новое физическое явление и не сводятся к неустойчивости простой волны сжатия, так и тепловые структуры следует рассматривать как новое физическое явление, не сводимое к перегревной неустойчивости, поскольку они обуславливают ряд особенностей физики сплошной нелинейной среды. Теоретическое и экспериментальное изучение одного из типов тепловых структур Т-слоя, проводилось в работах [14÷27].

В последнее время изучение структур замечательным образом объединилось с изучением особенностей действия на среду граничных режимов с обострением. Интенсивное изучение режимов с обострение началось благодаря предложенному в [28] процессу сверхсжатия центральных частей капли из D и T путем ее облучения профилированным во времени лазерным импульсом. Поток лазерного излучения (G) менялся по закону $G = G_0 (t_f - t)^{-2}$, т.е. нарастал в режиме обострения (см.,например, работы [29,30]).

7. В работах [7,31÷37] исследование свойств режимов с обострением (S-режимов) проводилось в рамках автомодельной задачи сжатия конечной массы плазмы. Обычные временные режимы для задачи разлета конечной массы изучались ранее в [39÷43] *). В среде учитывался большой комплекс квазилинейных диссипативных

---

*) Примечание: Задача адиабатического сжатия конечной массы среды поршнем в так называемом N-режиме (режим Наккольса рассматривались в [32, 35, 36, 38]

процессов, характерных, например, для полностью ионизованной плазмы. При монотонных граничных режимах, нарастающих с обострением и заданных на границе плазмы, были построены многочисленные немонотонные по пространству решения. Они содержат различные тепловые, магнитные и другие структуры. Эти решения указывают на еще одну парадоксальную черту термодинамики режимов обострения в сжимаемой среде - на возможность объединения структур в новую, более сложную организацию, на принцип суперпозиции нелинейных систем [II] : Этот принцип требует, чтобы у структур, объединяемых в новую организацию устанавливался единый временной закон развития (единый момент t_f). Автомодельные решения обеспечивают такой общий временной режим и указывают на типы структур, спектр их фундаментальных масс и амплитуд на характер их взаимного расположения, которые допускают объединение и существование различных структур в рамках нового целого.

Таким образом, в сильно нестационарной термодинамике режимов с обострением появляется возможность естественно сформулировать не только принцип объединения отдельных структур в новую более сложную организацию, но и так же естественно формулируется представление о существовании дискретного набора фундаментальных масс структур, из которых может быть создана новая организация. В работах [7,32÷36,44] показано, что взаимодействие структур различных типов, входящих в автомодельные решения построенные для S - режимов, сжатия конечной массы среды, осуществляется с помощью малых звуковых возмущений. При заметном нарушении автомодельных профилей согласованный рост структур с общим значением прекращается, организация распадается и дальнейший процесс вырождается в развитие одной структуры, имеющей наибольшую амплитуду (наименьшее значение t_f). Реализовать такие сложные автомо-

дельные решения со структурами удается лишь взяв начальные данные близкими к автомодельному профилю, т.е. задав всю организацию на более ранней стадии ее осуществления. Выход на такие решения с неавтомодельных начальных данных за конечное время невозможен.

8. В настоящей работе показано, что режимы с обострением могут возникать и в неограниченной среде за счет ее внутренних нелинейных свойств. В расчетах на ЭВМ нелинейных МГД и РМГД процессов [I4÷I7,45÷5I] , а также в ряде физических экспериментов и теоретических рассмотрений [I7-20,23,24,26,45,5I÷58] неоднократно наблюдались процессы рождения, самоподдержания, размножения и сложного взаимодействия структур в плазме при обычных, не в режиме обострения, изменяющихся граничных условиях. При этом в среде возникали своеобразные явления, характерные для плазмы со структурами [I5,2I,23,26,33,37,45,48,5I÷58] . Таким образом, независимо от того, благодаря чему в среде с квазилинейными уравнениями переноса возникают режимы с обострением: то ли за счет задания их на границе среды, то ли за счет порождения их нелинейными источниками, они обуславливают при определенных условиях явление локализации тепла, магнитного поля на соответствующих фундаментальных длинах (или массах в сжимаемой среде). Локализация является внутренней причиной распада среды на тепловые, магнитные и другие типы структур. Эти структуры представляют собой открытые термодинамические системы, которые самоподдерживаются за счет своеобразного "обмена веществ" (горения), превращая направленное гидродинамическое движение или энергию магнитного поля или термоядерную (химическую) энергию в тепло.

9. Особенности процессов с квазилинейной теплопроводностью изучались в [59÷74, 5÷II, 44,49,50] . Явление локализации тепла

в среде с квазилинейной теплопроводностью связывалось ранее с действием в среде объемных стоков тепла [75÷76]. Стоки возникают, например, за счет охлаждения среды при ее расширении или за счет объемного излучения [33,36,64-70,42,43]. В среде со стоками структуры могут существовать и в стационарных задачах [51,78÷80]. В настоящей работе и в работах [6÷11] показано, что локализация может возникать в среде с квазилинейной теплопроводностью не обязательно за счет объемных стоков тепла, но и благодаря сильной нестационарности режимов с обострением. Т.е. существует некая эквивалентность сильно нестационарных процессов стационарным, но протекающим в среде с физическими стоками, в том смысле, что и те и другие процессы могут приводить к локализации тепла и возникновению структур.

10. В [81] показана связь явлений, возникающих в среде при наличии в ней отрицательной (турбулентной) вязкости с режимами обострения. В [82,88] существование режимов с обострением отмечалось в нелинейных средах на автомодельной стадии коллапса ленгмюровских волн.

11. Таким образом, в определенных условиях возможна сложная картина порождения нелинейными средами в отдельных своих участках режимов с обострением, явлений метастабильной локализации и рождения структур. В результате эффективные константы в коэффициентах переноса тепла, магнитного поля и др., определяемые в экспериментах по интегральной картине могут, вероятно, существенно меняться в зависимости от динамики процесса.

12. Явление локализации тепла позволяет с новой точки зрения взглянуть на проблему создания и удержания в плазме высоких температур. Так, в [5,11] проводились оценки возможности получения и удержания сверхвысоких температур при нагреве плазмы лазерным

излучением в режиме обострения. В [32,36,44,7] исследовались условия возникновения тепловых структур за счет термоядерного горения среды. В задачах лазерного УТС в сильно сжатой, оптически плотной плазме (при определяющей роли электронной теплопроводности по сравнению с лучистой) возможна тепловая самоизоляция термоядерного горения на начальной стадии процесса.

В заключение отметим, что правомерность сформулированных понятий и устойчивость построенных автомодельных и аналитических решений подтверждена прямыми расчетами на ЭВМ соответствующих одномерных [6÷II] и многомерных [74] нестационарных задач в частных производных.

§ I. Постановка задачи

В одномерной плоской геометрии рассматривается задача об инициировании процесса горения в неподвижной среде. В среде учитывается нелинейная теплопроводность и объемные источники тепла, зависящие от температуры.

Распространение тепла и горения в среде описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K_0 T^{\sigma} \frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_0 T^{\beta}, \quad t > t_0 \tag{I}$$

В начальный момент (t_0) задается распределением температуры

$$T(z, t_0) = T_0(z) \tag{2}$$

Рассматривается три типа начальных условий:

а) температура $T_0(z)$ задана на конечном участке среды Δz_0, остальная среда холодная (T=0).

б) температура $T_0(r) = T_0 = Const$ и задана во всем неограниченном пространстве;

в) на участке Δr_0 равномерно нагретого фона температуры $T_0 = Const$ задано еще добавочное возмущение температуры $T_1(r)$.

В общем случае, как в задаче а), так и в задаче в) возмущения могут задаваться на ряде интервалов Δr_{0i} .

§ 2. Автомодельное решение задачи (I),(2) с условиями а)

П.2.I. Автомодельное решение задачи при $0 < t < \infty$ (случай $\beta > I$)

Пусть температура отлична от нуля на конечном интервале длины Δr_0. Рассмотрим развитую стадию процесса, когда в результате горения выделилось гораздо больше тепла $W(t)$, чем в начальный момент

$$W(t) \gg W_0 = \int_{\Delta r_0} T(r, t_0)\, dr \tag{3}$$

В этом случае естественно считать, что влиянием начальных данных можно пренебречь и считать, что температура на этой стадии зависит только от r, t и параметров среды K_0, q_0, b, β и, следовательно, задача автомодельна. Ее решение представляется в виде:

$$T = (q_0 t)^{-1/\beta-1} \cdot f(\tilde{\xi}); \quad \tilde{\xi} = \frac{r}{q_0^{-\frac{b}{2(\beta-1)}} K_0^{1/2} t^{\frac{\beta-(b+1)}{2(\beta-1)}}} = \frac{r}{(q_0 t)^{-\frac{b}{2(\beta-1)}} (K_0 t)^{1/2}} \tag{4}$$

где $f(\tilde{\xi})$ определяется из уравнения

$$-\frac{1}{\beta-1} f - \frac{\beta-(b+1)}{2(\beta-1)} \tilde{\xi} \frac{df}{d\tilde{\xi}} = \frac{d}{d\tilde{\xi}} \left[f^b \frac{df}{d\tilde{\xi}} \right] + f^{\beta} \tag{5}$$

Так

Так как тепло и горение распространяются в холодную среду, то на фронте тепловой волны $\tilde{\xi} = \tilde{\xi}_{\varphi}$ температура и тепловой поток равны нулю

$$f = 0, \quad f^{2} \frac{df}{d\tilde{\xi}} = 0 \qquad \text{при} \quad \tilde{\xi} = \tilde{\xi}_{\varphi} \tag{6}$$

Уравнение (5) инвариантно относительно замены $\tilde{\xi} \to -\tilde{\xi}$, т.е. решение симметрично относительно точки $\tilde{\xi} = 0$, откуда в нашем приближении начался процесс распространения волны горения. Поэтому ограничимся решением в области $0 \le \tilde{\xi} \le \tilde{\xi}_{\varphi}$.

В силу условий симметрии имеем:

$$f^{2} \frac{df}{d\tilde{\xi}} \Big|_{\tilde{\xi}=0} = 0 \tag{7}$$

Уравнение (5) второго порядка, а решение $f(\tilde{\xi})$ должно удовлетворять трем условиям (6),(7). Такая ситуация типична для автомодельных задач; она означает, что решение будет иметь место не при олюбом $\tilde{\xi}_{\varphi}$, а лишь при определенном значении $\tilde{\xi}_{\varphi} = \tilde{\xi}_{\varphi 1}$, т.е. возникает задача на собственное значение. При ее реализации на ЭВМ начинают строить решение с некоторого $\tilde{\xi}_{\varphi}$, взятого наугад и численно решая задачу (5),(6) (при этом вблизи фронта волны $\tilde{\xi} = \tilde{\xi}_{\varphi}$ обычно используется разложение) получают решение вплоть до точки $\tilde{\xi} = 0$. Если поток $\omega = -f^{2} \frac{df}{d\tilde{\xi}}$ оказывается отличным от нуля при $\tilde{\xi} = 0$, то подбирается "пристрелкой" такое значение, $\omega(0)$, чтобы условие (7) выполнялось с заданной точностью.

Найденные значения $\tilde{\xi}_{\varphi 1}$ и профиль $f_1(\tilde{\xi})$ позволяют определить закон движения фронта горения по холодному фону

$$r_{\varphi} = \tilde{\xi}_{\varphi 1} \, q_0^{-\frac{2}{2(\beta-1)}} \, k_0^{1/2} \, t^{\frac{\beta-(2+1)}{2(\beta-1)}} \tag{8}$$

а также профиль температуры в каждый момент времени

$$T(z,t)=(q_0 t)^{-1/\beta-1}\cdot f_1(\tilde{\xi});\quad \tilde{\xi}=\frac{z}{q_0^{-\frac{\beta}{2(\beta-1)}}k_0^{1/2}t^{\frac{\beta-(\beta+1)}{2(\beta-1)}}} \qquad (9)$$

Мы неявно предположили, что у тепловой волны (и тем самым у волны горения) имеется конечный фронт. Это можно показать используя разложение решения вблизи холодного фона (см.ниже). Особенности нелинейной теплопроводности рассматривались в работах [59-70, 75-77, 71].

II.2.2. Автомодельное решение задачи при $-\infty < t < 0$ (случай $\beta > 1$)

Из (9) видно, что при $0 < t < \infty$ решение с растущей в области горения температурой имеет место лишь при условии $\beta < 1$. Однако естественно ожидать (и это подтверждается расчетами в частных производных задачи (I),(2)), что в рассматриваемой среде при любом $\beta > 0$ и $q_0 > 0$ температура должна расти со временем. (Позднее мы убедимся, что это всегда так на развитой, асимптотической стадии процесса). Следуя приему, изложенному в [7,31÷36] предположим, что время меняется в промежутке от $-\infty < t < 0$. Ранее использование отрицательного времени практиковалось лишь в задачах адиабатического сжатия, в средах без диссипативных процессов, (см.,например, [83÷85]. Время течет в "нужную" сторону, но $|t|$ уменьшается с ходом процесса.

Из (9) следует, что в этом случае температуры растут при $\beta > 1$. В случае $\beta = 1$ решение задачи (I),(2) при условии (3) также автомодельно, но в (4) вместо степенных зависимостей от времени появляются экспоненциальные и $-\infty < t < +\infty$.

Рассматривая случай $-\infty < t < 0$ и $\beta > 1$ потребуем, чтобы температура и радиус были всегда действительными величинами.

Для этого:

а) введем вместо $q_0 > 0$ значение $q_1 = -q_0 < 0$ и величину q_1 внесем в масштабы (4), при этом перед последним членом в правой части уравнения (5), описывающим действие источника знак изменится на обратный.

б) вместо $\tilde{\xi}$ введем новую переменную $\xi = -i\tilde{\xi}$, тогда в уравнении (5) изменится знак перед второй производной. Выражение (8)и (9) перепишется для $-\infty < t < 0$ в новой форме

$$T = (q_1 t)^{-1/\beta-1} \cdot f(\xi); \quad \xi = \frac{r}{(q_1 t)^{-\frac{b}{2(\beta-1)}}\left[-i(k_0 t)^{1/2}\right]} \tag{10}$$

А уравнение для $f(\xi)$ примет вид:

$$\frac{1}{\beta-1} f + \frac{\beta-(b+1)}{2(\beta-1)} \xi \frac{df}{d\xi} = \frac{d}{d\xi}\left[f^b \frac{df}{d\xi}\right] + f^b \tag{11}$$

Так как при таком подходе величины $q_1 t$ и $-i(k_0 t)^{1/2}$ для $-\infty < t < 0$ действительные и положительные, то действительными будут и остальные величины в задаче: $r, T, \xi, f(\xi)$. На $f(\xi)$ накладываются те же граничные условия (6),(7) и задача для уравнения (II) и условий (6),(7) также решается методом пристрелки собственного значения ξ_φ.

Таким образом, при $-\infty < t < 0$ в автомодельной системе уравнений знаки перед диссипативными членами и объемными источниками заменяются на обратные по сравнению с видом автомодельной системы для случая $0 < t < +\infty$ в соотвествии с принципом, высказанным в [7,31÷36].

П.2.3. Три типа автомодельных режимов при $-\infty < t < 0$. Характер поведения решения вблизи нулевого начального фона

Из (I0) следует, что при $-\infty < t < 0$ и $\beta > 1$ температура растет со временем, а радиус фронта тепловой волны меняется по закону

$$r_\varphi = \xi_\varphi \, (q_1 t)^{-\frac{b}{2(\beta-1)}} \left[-i(k_0 t)^{1/2}\right] = -i\, \xi_\varphi q_1^{-\frac{b}{2(\beta-1)}} \cdot k_0^{1/2} \cdot t^{\frac{\beta-(b+1)}{2(\beta-1)}} \qquad (I2)$$

Из (I2) следует, что при $\beta > 1$ и $-\infty < t < 0$ (т.е. при $|t| \to 0$):

r_φ растет с развитием процесса при $\beta < b+1$

$r_\varphi = Const$ с развитием процесса при $\beta = b+1$

r_φ уменьшается с развитием процесса при $\beta > b+1$

Первые два случая $\beta \le b+1$ допустимы, хотя условие $r_\varphi = Const$ парадоксально и означает возможность остановки тепловой волны на некотором пространственном масштабе $r_\varphi = r_{\varphi 1}$ и локализацию горения в этой области. Анализ уравнения (II) показывает существование конечного фронта. Разложение у фронта при $f \to 0$ имеет вид

$$f \xrightarrow[\xi \to \xi_\varphi]{} \left[\left(\frac{(b+1-\beta)b}{2(\beta-1)}\xi_\varphi\right)\left(\xi_\varphi - \xi\right)\right]^{1/b} \quad при \quad 1 < \beta < b+1 \qquad (I2)$$

$$f \xrightarrow[\xi \to \xi_\varphi]{} \left[\frac{b\,(\xi_\varphi - \xi)^2}{2(b+2)}\right]^{1/2} \quad при \quad \beta = b+1 \qquad (I2)$$

Заметим, что при $\beta = b+1$ из (I0) следует, что $\xi = \xi(r)$ и не зависит от t.

Случай, когда r_φ уменьшается, недопустим, т.к. противоречит второму началу термодинамики. Естественно предположить, что

при $\beta > \delta + 1$ фронт находится на бесконечности $\xi_\varphi = \infty$ и имеет место сокращение эффективной ширины области горения (полуширины, скиновой толщины...).

Существование фронта на бесконечности при $\beta > \delta + 1$ подтверждается разложением вблизи начального фона. В этом случае не существует разложения при конечном значении ξ_φ, которое удовлетворяло бы условиям (6). Зато есть разложение при $\xi_\varphi = \infty$, имеющее вид

$$f \underset{\xi \to \infty}{=} C \cdot \xi^{-\frac{2}{\beta - (\delta - 1)}} \qquad (12)$$

П.2.4. Характер изменения со временем полуширины области горения. HS-, S- и LS-режимы горения среды

Из (12) следует, что в случае $\beta < \delta + 1$ (HS-режим) растет со временем полуширина области горения (т.е. область температурного профиля, ограниченная интервалом $-\xi_k \leq \xi \leq \xi_k$, для которого температура падает в два раза по сравнению со значением $f(\xi_m)$ в максимуме: $f(\xi_k)/f(\xi_m) = 1/2$). В этом случае имеется конечный фронт волны горения, монотонно растущий со временем и при $|t| \to 0$ стремящийся к бесконечности.

В случае $\beta = \delta + 1$ (S-режим) полуширина области горения постоянна и имеет место конечная глубина распространения области горения даже при $|t| \to 0$, когда температура в зоне горения стремится к бесконечности.

Наконец, при $\beta > \delta + 1$ (LS-режим) полуширина области горения сокращается со временем, а фронт волны на стадии устано -

вившегося автомодельного режима находится на бесконечности. Остается неясным, что же пристреливается при решении автомодельной задачи в LS-режиме ($\beta > \sigma + 1$), ведь конечного фронта ξ_φ нет? В разложении вблизи $\xi_\varphi = \infty$ имеется произвольная константа C, ее величина и определяется при пристрелке условия $f^{\sigma}\frac{df}{d\xi}\Big|_{\xi=0} = 0$

Можно рассматривать автомодельное решение (10),(11) как решение задачи с начальными данными $T(r,t_0) = T_0(r)$, заданными в момент $t = t_0 < 0$, если они соответствуют автомодельному профилю в этот момент. Если $t_0 \to -\infty$, то $T_0(r) \to 0$ и формулы (10),(11) можно также рассматривать как решение о бесконечно малыми начальными данными, заданными при $t_0 = -\infty$. В обоих этих случаях момент обращения температуры в бесконечность равен нулю $(t_f = 0)$. Интересуясь режимами с обострением, будем рассматривать в дальнейшем $\beta > 1$.

§ 3. Процесс установления автомодельного режима при начале процесса с возмущения конечной амплитуды

II.3.I. Возникновение режимов с обострением при начале процесса с возмущения конечной амплитуды (при $\beta > 1$). (Переход от t меняющегося в диапазоне к $t_f - t$, где $0 < t < t_f$).

При решении задачи (1),(2) указанные решения реализуются не от $t_0 = -\infty$, а осуществляются путем задания возмущения конечной амплитуды в некоторый момент. Если в момент $t = t_0$ задать автомодельные начальные данные в соответствии с (10),Э(11), то автомодельный режим устанавливается сразу и существует в течение промежутка времени $t_0 \leq t < 0$. За конечный промежу-

ток времени ($t_0, 0$) температура возрастает до бесконечных значений по закону (I0), и, следовательно, развивается режим с обострением.

Заметим, что (I) допускает сдвиг по времени и вместо t можно рассматривать переменную $t-t_*$ с некоторой константой t_*. Решение (I0),(II) определено на промежутке $-\infty < t < t_*$

В случае задания неавтомодельных данных, из-за того, что решение должно сначала выйти на автомодельный профиль, а потом развиваться в соответствии с (I0),(II), температура обращается в бесконечность в некоторый, вообще говоря, отличный от нуля, момент $t = t_*$ и решение существует в течение промежутка времени $t_f = t_* - t_0$ ($t_0 \le t \le t_0$). В дальнейшем будем всегда выбирать $t_0 = 0$. Тогда $t_* = t_f$ и решение существует в промежутке $0 \le t \le t_f$. Таким образом, начиная задачу с возмущения температуры конечной амплитуды в случае $\beta > 1$ мы в общем случае получаем режим с обострением, момент фокусировки которого сдвинут с $t_f = 0$ в $t_f > 0$ на промежуток времени, в течение которого происходит установление автомодельного режима. Теперь можно перейти от $t \in (-\infty, 0)$ к переменной $t_f - t$, где $0 \le t < t_f$ в (I0),(II), причем $q_1 t$ заменится на $q_0 (t_f - t) > 0$, а $[-i (K_0 t)^{1/2}]$ на $[K_0 (t_f - t)]^{1/2}$. Для определения $f(\xi)$ сохранится (II) с условиями (6),(7).

П.3.2. Факторы определяющие время обращения температуры в структуре в бесконечность (чему равен момент фокусировки t_f ?)

Значение t_f зависит от формы и величины $T_0(r)$ и, как показывают численные расчеты, задача (I),(2) складывается из

двух частей: $t_f = t_1 + t_2$, где t_1 – время установления профиля, близкого к автомодельному, а t_2 – время, оставшееся до фокусировки этого профиля, оно определяется по по формулам (I0), если из решения (II) известно $f(\xi_m)$. Время t_2 зависит от значения максимальной температуры $T(r_m, t_1)$ в момент $t = t_1$. Так, для S-режима ($\beta = \sigma + 1$ см. § 4) t_2 находится по формуле:

$$t_2 = \frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)} T^{-\sigma}(0, t_1) q_0^{-1} \qquad (I3)$$

Проведенные на ЭВМ численные расчеты задачи (I),(2) для начальных условий типа а) показали, что решения в случае HS и S-режимов (т.е. при $\beta \leq \sigma + 1$) выходят за конечное время на автомодельные профили, изменяющиеся в соответствии с (I0) и (II), с учетом замечаний, сделанных выше. Оценки моментов t_1 и t_2 проводятся в § 7.

П.3.3. Пример численного расчета HS-режима горения среды (случай $\beta < \sigma + 1$) режим ускоряющегося распространения тепловой волны и процесса горения в среде (рис.I)

На рис. I приведены профили температуры по пространственной координате r на разные моменты времени t для HS-режима с параметрами: $\beta = 5/3$, $q_0 = 1$, $\sigma = 2$, $K_0 = 1$.

Найденное из положения теплового фронта на момент t =2,03 и t = 2,32 по формуле (I2) значение t_f = 2,7 с хорошей точностью позволяет описать положение фронта температурной волны и профили температуры в более поздние моменты в соответствии с автомодельным законом.

П.3.4. Примеры численного расчета S -режима горения среды (случай $\beta = \delta + 1$) инициируемого возмущением температуры конечной амплитуды

(Локализация горения и тепла в тепловой структуре на фундаментальной тепловой длине) Рис.2 и 3

П.3.4.I. Численный расчет S -режима горения среды при задании начального профиля температуры в соответствии с автомодельным решением (резонансное возбуждение горения среды на фундаментальной длине) . ($\Delta \tau_0 = L_T$) Рис. 2

На рис. 2 приведены профили температуры T( ) на разные моменты времени в случае S -режима ($q_0 = 3$; $\beta = 3$; $K_0 = 1$; $\delta = 2$). Начальное возмущение температуры поставлено в соответствии с аналитическим решением автомодельной задачи для S -режима, полученным в § 4. Расчет начат с момента $t = 0$, при котором максимум температуры имеет величину $T_{max} = 1$, а область задания возмущения совпадает с фундаментальной глубиной $\Delta \tau_0 = L_T$ (см. § 4) В последующие моменты времени осуществляется процесс горения с обострением (см. рис.2). Момент фокусировки определяемой из решения есть: $t_f = 1/4$.

П.3.4.2. Численный расчет S -режима горения среды при неавтомодельных начальных данных. Задание начального возмущения в области меньшей фундаментальной длины: $\Delta \tau_0 < L_T$. (Пример иллюстрирует процесс выхода на автомодельный режим горения и явление "вспышки горения" на фундаментальной длине). Рис. 3

На рис. 3 приведены профили температуры T по τ для разных моментов времени для S -режима ($K_0 = 1$, $\delta = 2$, $q_0 = 1$, $\beta = 3$). На-

чальное возмущение температуры треугольной формы с максимумом $T(0,0)=1$, заданное на длине $\Delta z_0 = 0{,}272$ к моменту $t \cong 74{,}0$ растекается до размера $L_T \cong 5{,}44$. При $t \cong 74{,}5$ скорость горения увеличивается на несколько порядков (явление "вспышки горения"). На этой стадии на длине L_T формируется профиль, растущий по автомодельному закону и осуществляется локализация горения, вплоть до достижения предельно большой температуры в области локализации, приводящей к машинному останову из-за переполнения. Расчет дает, что момент фокусировки есть: $t_f \simeq 75$. Длина L_T, на которой происходит вспышка и локализация горения, предсказывается теорией (см. § 4).

П.3.5. Пример численного расчета горения среды в LS -режиме ($\beta > b+1$) (нарушение автомодельного решения в LS - режиме благодаря метастабильной локализации горения на фундаментальной тепловой длине LS -режима $- L_T^{(LS)}$)

Расчеты горения среды в LS -режиме ($\beta > b+1$)(пример такого расчета приведен на рис. 4 для параметров $k_0 = 1$, $b = 2$, $q_0 = 1$, $\beta = 5$) показали, что автомодельное решение задачи (I),(2) при конечных начальных возмущениях типа а) существенно нарушается вблизи нулевого фона и приближенно выполняется внутри области горения. Горение в LS -режиме оказывается также метастабильно локализовано на некотором пространственном масштабе - фундаментальной тепловой длине $L_T^{(LS)}$. Напомним, что из анализа разложений автомодельного решения для LS -режима вблизи начального фона следовало, что горение происходит во всем пространстве, т.к. $\xi_\Phi = \infty$. Расчеты этой задачи в частных производных при конечной амплитуде начального возмущения показывают существование конечной сокращающейся со временем области локализации. По изменению максимальной

температуры находим, что $t_f \approx 3.57$. На момент времени $t = 0$ растекание и уменьшение температуры начального возмущения (в данном расчете падение температуры небольшое – минимальная амплитуда составляет $\approx$ 70% – начальной) прекращается и начинается интенсивное горение (явление вспышки на фундаментальной длине LS –режима). В данном расчете начальное возмущение задано на участке $\Delta \tilde{\tau}_c = 2,72$, а явление вспышки горения и его локализация происходит на длине $L_\tau^{(LS)} \approx 4,44$ (при $t \geq 2$)

П.3.6. Некоторые особенности реально реализуемого LS–режима горения (зависимость фундаментальной длины LS–режима от формы и величины начального возмущения температуры)

Как показано в § 7, величина $L_\tau^{(LS)}$ зависит от амплитуды и размера области задания начального возмущения, а не только от свойств среды (K_0, q_0, b, β). Для возмущений бесконечно малой амплитуды длина $L_\tau^{(LS)}$ и время фокусировки t_f обращаются в бесконечность и реализуется автомодельное решение для LS – режима с $\xi = \infty$. При конечном возмущении температуры фундаментальная длина, говоря образно, как бы "вырезает" из автомодельного решения его часть. Внутри фундаментальной длины $L_\tau^{(LS)}$ имеет место режим с сокращающейся со временем полушириной области горения близкий к автомодельному, а у границ $L_\tau^{(LS)}$ автомодельное решение качественно и искажено. Метастабильная локализация тепла на фундаментальной длине $L_\tau^{(LS)}$ является причиной искажения автомодельного решения в LS –режиме. Метастабильная локализация тепла для LS температурного режима имеет строгое математическое доказательство в случае задачи с граничными режимами, действующими в режиме с обострением [5,7,73]. Доказательство основывается на применении теоремы сравнения [76,77] , которая позволяет утверждать каждый режим изменения температуры, мажорируемый S –режимом при стремлении $t \to t_f$.

(т.е. при стремлении температуры к бесконечности) не может распространиться в среду на глубину, большую конечной глубины локализации мажорирующего S -режима. Отсюда видна роль аналитического решения для S -режима, которое используется для мажорантных оценок. Хотя теорема сравнения для среды с источниками не доказана, численные расчеты и ряд соображений, высказанных в § 7, показывают, что теорема сравнения должна иметь место и в случае среды с объемными источниками.

§ 4. Аналитическое решение задачи горения среды в S -режиме. Фундаментальная тепловая длина L_T

4.I. Аналитическое решение автомодельной задачи о горении среды в S -режиме (при $\beta = b+1$). (Локализация горения в структуре, имеющей размер L_T и окруженный холодной горючей средой. Периодическое решение с независимыми горением среды в структурах развивающихся на соседних фундаментальных длинах)

Из (I0) следует, что в S -режиме, т.е. при условии $\beta = b+1$, задача допускает разделение переменных τ и t и уравнение (II) принимает вид:

$$x'' = \frac{b+1}{b} x^{\frac{1}{b+1}} - (b+1)x, \quad x \equiv f^{b+1}, \quad x' = \frac{dx}{d\xi}. \qquad (I4)$$

Вводя $x' = v$ и заменяя x'' на $v\frac{dv}{dx}$, находим первый интеграл

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \frac{b+1}{2}x^2 - \frac{(b+1)^2}{b(b+2)} x^{\frac{b+2}{b+1}} = C, \qquad (I5)$$

где C – константа, имеющая смысл полной энергии системы $C = E_0$

Квадратура (I5) имеет вид:

$$\xi = \int \frac{dx}{\sqrt{2C-(b-1)x^2+\frac{2(b+1)^2}{b(b+2)}x^{\frac{b+2}{b+1}}}}$$

При $C=0$ интеграл берется. Обозначая $\frac{b(b+2)}{2(b+1)} \equiv a^2$ и делая

замену $y=\sqrt{x^{-b/b+1}-a^2}$, вычисляем

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^{-b/b+1}-a^2}} = -\frac{2(b+1)}{b}\int\frac{dy}{y+a^2} = \frac{2(b+1)}{ab}\,\mathrm{arctg}\,\frac{y}{a} + Const.$$

Тогда

$$\pm\frac{\xi\sqrt{b}}{\sqrt{2(b+2)}} = \frac{1}{a}\,\mathrm{arcctg}\sqrt{\frac{x^{-\frac{b}{b+1}}}{a^2}-1} + Const.$$

Поскольку значение $\mathrm{arc\,ctg}\,\frac{y}{a}$ заключено в промежутке $(0,\pi)$ выберем константу интегрирования

$$Const = \frac{\pi n - \pi\theta}{a},$$

где n – произвольное целое, и $0<\theta<1$. Функция x (а, следовательно и температура f) обращается в нуль в точках:

$$\xi = \frac{\pi}{a}\sqrt{\frac{2(b+2)}{b}}(n-\theta) = \frac{2\pi}{b}\sqrt{b+1}\,(n-\theta)$$

В этих точках обращается в нуль и тепловой поток x'

Далее,

$$\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi\xi}{\Delta\xi_T}+\pi\theta-\pi n\right) = \sqrt{\frac{x^{-\frac{b}{b+1}}}{a^2}-1} = \sqrt{\frac{f^{-b}}{a^2}-1}$$

где $\Delta\xi_T \equiv \frac{2\pi}{b}\sqrt{b+1}$. Окончательно,

$$f^{-b} = \frac{b(b+2)}{2(b+1)}\left[1+\mathrm{ctg}^2\left(\frac{\pi\xi}{\Delta\xi_T}+\pi\theta\right)\right]$$

и

$$f(\xi)=\left\{\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\sin^2\left(\frac{\pi\xi}{\Delta\xi_T}+\pi\theta\right)\right\}^{1/\sigma},$$

$f(\xi)$ – периодическая функция с периодом $\Delta\xi_T=\frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}$.

Переходя к размерному виду, получим:

$$T(z,t)=(q_1 t)^{-1/\sigma}\left\{\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\sin^2\left(\frac{\pi z}{L_T}+\pi\theta\right)\right\}^{1/\sigma} \qquad (16)$$

Учитывая замечания, приведенные в пункте П.3.1., уравнение (16) можно переписать в форме

$$T(z,t)=[q_0(t_f-t)]^{-1/\sigma}\left\{\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\sin^2\left(\frac{\pi z}{L_T}+\pi\theta\right)\right\}^{1/\sigma} \qquad (16')$$

Интервал L_T, на границах которого температура и тепловой поток $-k_0 T^{\sigma}\frac{\partial T}{\partial z}$ обращаются в нуль, мы называем фундаментальной длиной. Он является пространственным периодом уравнения (16) или (16′).

$$L_T=\frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}\sqrt{\frac{k_0}{q_0}} \qquad \text{– фундаментальная длина} \quad (17)$$

Решение (16) описывает процесс горения среды при $\beta=\sigma+1$ локализованный на длине L_T и приводящий к развитию на этой длине тепловой структуры с постоянной полушириной. В остальной горючей среде температура и тепловой поток остаются равными нулю.

Из (16) следует, что в точках $z_k=C+kL_T$ (здесь $C=-L_T\theta$, а k принимает значения $k=\pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ldots$) температура и тепловой поток обращаются в нуль. Поэтому (16) описывает также

процесс независимого горения среды и образование не взаимодействующих друг с другом структур на соседних фундаментальных длинах. В этом случае имеет место самоподдерживающаяся в течение конечного промежутка времени, зависящего от начального возмущения, тепловая изоляция соседних слоев (z_{k-1}, z_k) и (z_k, z_{k+1}) длины L_T. Она обусловлена локализацией тепла на фундаментальной глубине благодаря развитию процесса горения в режиме обострения.

Возбуждение в среде горения одной или нескольких структур зависит от задания начальных данных, от того внесено в среду одно или несколько возмущений конечной амплитуды, от формы и амплитуды возмущений и расстояния на котором они заданы друг от друга.

4.2. Явление локализации горения в S -режиме ($\beta = \sigma + 1$) на фундаментальной длине L_T независимо от размера области, начального возмущения Δz_0

В случае начальных условий типа (α) численные расчеты задачи (I),(2) при $\beta = \sigma + 1$ независимо от условий $\Delta z_0 < L_T$ или $\Delta z_0 \geqslant L_T$ показывают, что процесс горения асимптотически (при $t \to t_f$) локализуется на фундаментальной длине и развивается в соответствии с (I6). Горение происходит на фундаментальной длине в окрестности (имеющий диаметр L_T) точки с максимальной температурой начального возмущения $T_0(z)$. Горение в других участках пространства (вне фундаментальной длины при $\Delta z_0 > L_T$) хотя и происходит, но оно характеризуется меньшими начальными амплитудами температуры и потому большими значениями t_f (см. формулу (I3), вытекающую из полученного выше решения (I6)) . Вследствие этого, горение в режиме обострения успевает развиться лишь внутри фундаментальной длины в структуре с минимальным значением t_f. На

развитой асимптотической стадии горения (при $t \to t_f$) температура в структуре становится бесконечно большой по сравнению с температурой окружающей горящей более медленно (с большим значением t_f) среды. На этой стадии процесс горения среды в структуре происходит так, как-будто ее окружающий холодный фон, т.е. в соответствии с законом (I6) и на фундаментальной длине L_T (I7).

4.2.I. Пример численного расчета задачи (I),(2) с начальными условиями (α) для случая горения среды в S-режиме при $\Delta z_0 > L_T$ (рис.5)

На рисунке 5 изображены профили температуры (Т) по пространству (z) на разные моменты времени. Начальное возмущение треугольной формы с максимальной амплитудой температуры $T_{0m} = 1$ задано на длине $\Delta z_0 = 2L_T$ вдвое превышающей фундаментальную длину $L_T \cong 5{,}44$. Параметры среды $k_0 = 1$, $\sigma = 2$, $q_0 = 1$, $\beta = 3$. Из рисунка 5 следует, что развитие структуры происходит на фундементальной длине вокруг максимального значения температуры в начальном возмущении. Момент фокусировки $t_f \cong 0.71$.

П.4.2.2. Пример численного расчета задачи с одновременным горением двух структур в S-режиме на соседних фундаментальных длинах (рис. 6)

При специальном выборе начальных данных можно осуществить одновременное горение структур на соседних фундаментальных длинах в соответствии с законом (I6). Каждая из структур имеет длину локализации L_T и один и тот же момент фокусировки t_f .

На рисунке 6 изображены профили температуры (Т) по пространству (z) на разные моменты времени при горении двух структур на соседних фундаментальных длинах в S-режиме. Параметры расчета $\beta = 3$, $\sigma = 2$, $k_0 = 1$, $q_0 = 3$. Такой процесс горения среды ини-

цирован заданием одинаковых по форме и величине начальных возмущений, максимумы которых расположены на расстоянии L_T. Возмущения заданы в соответствии с формулой (I6) на двух пространственных периодах решения. Такое задание возмущений, когда они точно соответствуют профилю автомодельного решения будем называть резонансным возбуждением горения в среде. В этом случае сразу устанавливается автомодельный режим роста структур, точно вычисляется момент фокусировки t_f. Процесс горения носит характер вспышки. Результаты расчетов приведенные на рис.6 показывают, что горение среды в структурах соответствуют закону (I6).

П.4.2.3. Горение среды в S -режиме в случае $\Delta z_0 < L_T$

Случай горения среды в S -режиме при $\Delta z_0 < L_T$ приведен на рис.3 и показывает, что горение вначале происходит медленно. На начальной стадии происходит падение температуры за счет ее распространения в среде. Позднее, когда размеры области горения совпадают с фундаментальной длиной происходит резкое ускорение скорости горения, формируется автомодельный профиль, что обуславливает его локализацию на L_T. Этот случай уже описывался на стр. (п.3.4.2)

П.4.2.4. Пример численного расчета задачи горения среды в S -режиме, когда начальное возмущение носит периодический характер, причем $\Delta z_0 = \frac{1}{3} L_T$ (рис.7)

На рисунке 7 приведен пример численного расчета задачи (I), (2) с параметрами $k_0 = 1$, $\sigma = 2$, $q_0 = 1$, $\beta = 3$ (S-режим). На трех соседних фундаментальных длинах задано девять начальных возмущений треугольной формы с $T_{0m} \cong 1$ и пространственным периодом $\Delta z_0 = \frac{1}{3} L_T$. Возмущения сливаются, в центре образуется максимум температуры и вокруг него на фундаментальной длине развивается одна структура.

Установленные особенности рождения и развития структур при горении среды в S -режиме обострения имеют место и при горении первоначально равномерно нагретого фона в задачах б) и в), т.е. наличие вокруг структур нагретой и горящей в режиме обострения среды (но с большим моментом t_f) не меняет области локализации горения и характера процессов внутри структуры.

§ 5. Гомотермическое горение среды. Исследование устойчивости этого процесса по отношению к малым возмущениям

П.5.I. Характер горения равномерно нагретой в начальный момент среды (гомотермическое горение при $\beta \leq 1$)

Рассмотрим задачу (I),(2) при задании начальных данных типа б). Пусть в момент $t=0$ в неограниченной среде задана постоянная по пространству, температура, тогда в среде начнется однородное по пространству горение. Решение задачи при гомотермическом горении имеет вид

$$T(t)=\left\{(1-\beta)q_0(t_f+t)\right\}^{\frac{1}{1-\beta}}, \qquad \beta<1 \ (0\leq t<+\infty)$$

$$T(t)=T(0)\exp\left\{q_0 t\right\}, \qquad \beta=1 \ (-\infty<t<+\infty)$$

$$T(t)=\left\{(\beta-1)q_0(t_f-t)\right\}^{-\frac{1}{\beta-1}}, \qquad \beta>1 \ (0\leq t<t_f) \tag{I8}$$

где $t_f=\dfrac{T^{1-\beta}(0)}{|\beta-1|q_0}$.

Будет ли однако такое горение устойчивым?

II.5.2. Анализ устойчивости гомотермического горения в линейном приближении

Проведем исследование устойчивости решения (I8) относительно малых возмущений.

Пусть $T(r,t)=F(t)+u(r,t)$, где $F(t)$ гомотермическое решение, а $u(r,t)$ – малое возмущение, второй и более высокими степенями которого можно пренебречь.

Подставляя T в (I) и используя $T^{\sigma}=(F+u)^{\sigma}=F^{\sigma}+\sigma u F^{\sigma-1}+\ldots$ и т.д. получим уравнение для возмущения:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=k_0 F^{\sigma}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\beta q_0 F^{\beta-1}u \qquad (I9)$$

Будем искать решение для возмущения в виде плоской волны $u=u_0(t)e^{i(\Omega t-Kr)}$, где $u_0(t)$ медленно меняющаяся амплитуда. В этом случае уравнение (I9) приобретает вид

$$i\Omega+\frac{\dot{u}_0}{u_0}=-k_0K^2F^{\sigma}+\beta q_0F^{\beta-1} \qquad (20)$$

II.5.2.I. Неустойчивость гомотермического горения в LS -режиме при $\beta>\sigma+1$

Рассмотрим случай $\beta>\sigma+1>1$. Подставляя (I8) вместо функции $F(t)$ в (20) и интегрируя полученное уравнение, найдем:

$$u(r,t)=u_0e^{-iKr}\frac{\exp\left\{\frac{(\beta-1)}{\beta-(\sigma+1)}\cdot\frac{\beta-(\sigma+1)}{\beta-1}(K\Delta r)^2\right\}}{(t_f-t)^{\frac{\beta}{\beta-1}}} \qquad (2I)$$

Здесь $\Delta z \equiv \sqrt{k_0 q_0^{-\frac{\sigma}{\beta-1}}}\,(t_f-t)^{\frac{\beta-(\sigma+1)}{2(\beta-1)}}$ и т.к. $\beta > \sigma+1 > 1$, то $\Delta z \to 0$ при $t \to t_f$. Из (21) следует, что возмущения любой длины волны $\lambda = \frac{2\pi}{\mathcal{K}}$ растут с обострением. Рост возмущений происходит по закону $(t_f-t)^{-\frac{\beta}{\beta-1}}$, т.е быстрее, чем рост гомотермического фона $(t_f-t)^{-\frac{1}{\beta-1}}$.

Таким образом, гомотермическое горение в LS-режиме (($\beta > \sigma+1 > 1$) неустойчиво для возмущений любых длин волн.

П.5.2.2. Устойчивость гомотермического горения в HS-режиме ($\beta < \sigma+1$)

Аналогичный анализ для HS-режима ($\beta < \sigma+1$) показывает, что гомотермический режим горения (18) в этом случае устойчив для возмущений всех длин волн.

П.5.2.3. Неустойчивость гомотермического горения в S-режиме ($\beta = \sigma+1$) для длин волн возмущения больших критической ($\lambda > \lambda_c$) (Совпадение $\lambda_c/2$ с критразмером в случае линейной размножающей среды ($\sigma = 0$, $\beta = 1$)).

Гомотермическое горение в S-режиме ($\beta = \sigma+1$) неустойчиво для возмущений с длиной волны выше критической, т.е. при $\lambda > \lambda_c$, где

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{\sqrt{\sigma+1}}\sqrt{\frac{k_0}{q_0}} \tag{22}$$

Причем, возмущения растут тем быстрее, чем больше длина волны: для $\sigma > 0$ по закону $(t_f-t)^{-\frac{\beta[1-(\lambda_c/\lambda)^2]}{\beta-1}}$ и для $\sigma = 0$ по закону $\exp\{[1-(\lambda_c/\lambda)^2]q_0 t\}$.

Отметим, что в случае S-режима и при $\sigma \gg 1$ отношение $\lambda_c/L_T = \sigma/\sigma+1 \approx 1$. При $\sigma = 0$ полуволна $\lambda_c/2$ (см.(22)) совпадает с критическим размером (см. в [86], стр. 466). Од-

нако при $\sigma = 0$ из (I7 следует, что $L_T = \infty$ и локализация отсутствует. Расчеты задачи (I),(2) показали, что скорость горения при расширении нагретой области до размеров фундаментальной длины увеличивается на несколько порядков, происходит своеобразная "вспышка горения" - аналог цепной реакции, но только в нелинейной среде. Она формирует на фундаментальной длине специфический "вогнутый" профиль, растущий по автомодельному закону. В отличие от условий на границе критразмера в обычной цепной реакции (при $\beta = 1$ и $\sigma = 0$) в нелинейной среде на границах фундаментальной длины тепловые потоки обращаются в нуль. Таким образом, неустойчивость гомотермического горения в S- и LS-режимах на развитой нелинейной стадии приводит к рождению в среде структур.

§ 6. Динамическая аналогия S-режима

(Спектр длин структур возникающих на нелинейной стадии развития неустойчивости гомотермического горения среды в S-режиме)

В установившемся S-режиме на развитой нелинейной стадии процесса профили температуры по пространству описывается уравнением (II). Оно приводится к виду, описывающему динамику материальной точки в потенциальном поле сил:

$$x'' = \frac{\sigma+1}{\sigma} x^{\frac{1}{\sigma+1}} - (\sigma+1)x; \qquad x' \equiv \frac{dx}{d\tau} \tag{23}$$

(Здесь $f^{\sigma+1} \equiv x$, $\xi \equiv \tau$, $\omega = -f^{\sigma}\frac{df}{d\xi} = -\frac{1}{\sigma+1}\frac{dx}{d\tau}$ - безразмерный тепловой поток)

II.6.I. Существование потенциальной ямы в поле сил при динамической аналогии S -режима (рис. 8

Для $\sigma > 0$ при малых x преобладает отталкивание, при больших x - притяжение. Их взаимодействие при определенных условиях заставляет частицу совершать колебания. В соответствии с классической теорией колебания консервативных систем (см., например, [87] стр.) устанавливается следующее. Потенциал поля сил имеет вид: $V(x)=\frac{\sigma+1}{2}x^2-\frac{(\sigma+1)^2}{\sigma(\sigma+2)}x^{\frac{\sigma+2}{\sigma+1}}$ Его минимум $V_{min}=-\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma+1}{\sigma+2}\right)\sigma^{-1-\frac{2}{\sigma}}$ (потенциальная яма) расположен в точке ($x=x_0=\sigma^{-1-1/\sigma}$ ($x=x_0$ есть гомотермическое решение). Потенциал обращается в нуль при $x=x_1=0$
и $x=x_2=\left[\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\right]^{\frac{\sigma+1}{\sigma}}$ (см. рис. 8).

II.6.2. Периодическое автомодельное решение в S -режиме как колебания с конечной амплитудой около гомотермического решения. (случай отрицательной или равной нулю полной энергии системы $E_0 \le 0$)(рис. 9)

Квадратура (23) дает период колебаний

$$\Delta\tau=2\int_{x_1}^{x_2}\frac{dx}{\sqrt{2E_0-2V(x)}}$$

где константа E_0 имеет смысл полной энергии системы ($E_0=\frac{1}{2}(x')+V(x)$). При $E_0>0$ периодических решений нет, при $E_0=0$ имеет место аналитическое периодическое решение (см.§ 4) с предельно большим периодом колебаний $\Delta\tau_г=\frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}$. При $V_{min}<E_0<0$ существуют периодические решения с $x>0$ (колебания около гомотермического фона $x=x_0$). По мере стремления E_0 к V_{min} амплитуда и период этих колебаний уменьшаются. При $E_0=V_{min}$ имеет место гармоническое периодическое движение с бесконечно малой амплитудой колебаний и периодом $\Delta\tau_г=\frac{2\pi}{\sqrt{\sigma}}$. На рис. 9 изображены три возможных вида решений, соответствующих случаям

$E_0 > 0$ (A), $E_0 = 0$ (B), $E_0 < 0$ (C). Решение типа А реализуются с поршнями, т.к. исток $\omega = -f^{\sigma} f' \neq 0$ при $f = 0$. Предельным случаем решения типа С (при $E_0 \to V_{min}$) является гармоническое.

Считая $x = x_0 + \delta x$, $|\delta x| \ll x_0$ находим гармоническое решение

$$x(\tau) = x_0 + \sqrt{\frac{2(E_0 - V_{min})}{\sigma}} \sin\left(\frac{2\pi\tau}{\Delta\tau_r} + 2\pi\theta\right)$$

и

$$f(\xi) = \left\{ f_0^{\sigma+1} + \sqrt{\frac{2(E_0 - V_{min})}{\sigma}} \sin\left(\frac{2\pi\xi}{\Delta\xi_r} + 2\pi\theta\right)\right\}^{\frac{1}{\sigma+1}}$$

где θ – постоянная интегрирования. Условие малости $|\delta x| \ll x_0$ совпадает с условием $E_0 - V_{min} \ll -V_{min}$.

II.6.3. Спектр длин структур, возникающих на развитой стадии гомотермического горения в S-режиме и его вырождение в фундаментальную длину при $t \to t_f$.

В нашей аналогии $\Delta\tau$ соответствует Δz – пространственному периоду решения, т.е. длине, на границах которой тепловые потоки обращаются в нуль $\left(x' = (\sigma+1) f^{\sigma} \frac{df}{d\xi} = 0\right)$.

Следовательно, неустойчивость гомотермического горения на развитой нелинейной стадии S-режима обуславливает непрерывный спектр длин тепловых структур горения в диапазоне:

$$L_r = \frac{2\pi}{\sqrt{\sigma}} \sqrt{\frac{k_0}{q_0}} \leq \Delta z \leq \frac{2\pi}{\sigma} \sqrt{\sigma+1} \sqrt{\frac{k_0}{q_0}} = L_T$$

Однако, как показывают численные расчеты соответствующих задач в частных производных из-за горения в режиме обострения выделения тепла в структуре происходит так быстро, что при $t \to t_f$ любой

температурный фон (даже гомотермически горящий, но с большим значением t_f) оказывается бесконечно малым по сравнению с температурой в структуре. Благодаря этому, задача (δ) сводится к задаче ([illegible]), а спектр длин структур вырождается в L_T . На разви[illegible]мптотической стадии среда в структуре горит так, как будто ее окружает холодный фон (т.е. в соответствии с аналитическим решением (16')).

6.4. Численные расчеты, иллюстрирующие устойчивость гомотермического горения в HS -режиме и неустойчивость горения в S- и LS -режимах

На рис. I0,II,I2 приведена картина развития горения в гомотермическом HS, S, LS -режимах. Параметры расчеты $\varkappa_r=1$, $q_0=1$.

На этих рисунках видно, что неустойчивость гомотремического горения в S - и LS -режимах приводит к локализации горения на фундаментальной длине и развитию тепловых структур. Во всех случаях на границах участка пространства задан гомотермический закон нарастания температуры в соответствии с (I8). Однако, в силу неустойчивости горения в S- и LS -режимах, температура в среде нарастает быстрее, чем на границе и это порождает неравномерности температуры, распространяющиеся от границ к середине участка. Вследствие этого, в случае S -режима происходит образование структуры в середине участка на фундаментальной длине $L_{тр}$. В LS -режиме возмущения от граничного режима не успевают еще распространиться до центра участка, как происходит вспышка горения и возникает структуры с сокращающейся полушириной вблизи обеих границ (рис.I2). Существенно отметить, что малые разностные ошибки (из-за несимметрии прогонки) привели к несколько иному развитию процесса у правой границы (рис. I2). Этого оказалось достаточным, чтобы на стадии обострения правая структура отстала в

развитии (благодаря малому отклонению в амплитуде начального возмущения у нее несколько больший момент фокусировки). Симметричное по самой постановке задачи развитие структур вырождается в горение одной структуры вблизи левой границы.

§ 7. Сравнение HS, - S - и LS - режимов

Продолжая изучение динамической аналогии развитой для S -режима в п.6 распространим ее на HS- и LS -режимы.

Уравнение (II) может быть преобразовано к виду:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = \frac{\sigma+1}{\beta-1} x^{\frac{1}{\sigma+1}} + \frac{\beta-(\sigma+1)}{2(\beta-1)} \tau x^{-\frac{\sigma}{\sigma+1}} \frac{dx}{d\tau} - (\sigma+1) x^{\frac{\beta}{\sigma+1}} \qquad (24)$$

Здесь $x = f^{\sigma+1}$; $\frac{1}{\sigma+1}\frac{dx}{d\tau} = -\omega = f\frac{df}{d\xi}$; $\tau = \xi$ (ω -тепловой поток). При $\beta \neq \sigma+1$ поле сил уравнения (24) не консервативно.

П.7.I. Динамическая аналогия HS -режима. Неконсервативность системы. Наличие положительной силы трения. (Выпуклость температурного профиля. Наличие теплового источника обусловленного разностью тепловых потоков на фронте волны, как причина распространения тепла по холодному фону, на котором коэффициенр теплопроводности обращается в нуль)

В случае HS -режима ($\beta < \sigma+1$) естественно считать, что $\dot{x} < 0$, т.к. всюду в пространстве потоки тепла должны быть положительными и температура должна падать по мере роста ξ. Из (24) следует, что в HS -режиме кроме сил отталкивания и притяжения нелинейно зависящих ст пространственной координаты, существует сила, зависящая от скорости и эквивалентная трению (т.к. $\frac{\beta-(\sigma+1)}{2(\beta-1)} < 0$ при $1<\beta<\sigma+1$). Коэффициент трения зависит от x и τ . Действие этой силы при $\dot{x} < 0$ и $\beta < \sigma+1$

обуславливает "выпуклый" характер траектории $x=x(\tau)$ в области $0<\tau<\tau_\varphi$. При $x\to 0$ $(f\to 0)$ сила трения, как показывают разложения вблизи $x=0, \dot{x}=0$, имеет определяющее значение. Так, при $\sigma>1$, $\beta>1$ она приводит при $\tau=\tau_\varphi$, где $x=0$ и $\dot{x}=0$, к значению $\ddot{x}=+\infty$. Это соответствует тепловому источнику бесконечной интенсивности на фронте тепловой волны движущейся по холодному фону. (Втекающий поток бесконечно велик по сравнению с вытекающим). Благодаря этому фронт тепловой волны, выделенной слабым разрывом распространяется в HS -режиме по холодному фону в соответствии с (I2). См. также работы [59÷70].

П.7.2. Динамическая аналогия LS -режима. Неконсервативность системы. Наличие отрицательного трения. ("Вогнутость" температурного профиля. Автомодельный фронт на бесконечности. "Обрезание хвоста" автомодельного решения благодаря явлению локализации тепла на фундаментальной тепловой длине LS -режима)

В LS -режиме имеем $\beta>\sigma+1$ и член, пропорциональный скорости играет роль ускоряющей силы (отрицательное трение). Его действие обуславливает при $x<0$ $(\omega>0)$ "вогнутый" характер траекторий $x=x(\tau)$.

Разложение вблизи $x=0$, $\dot{x}=0$ показывает, что траектория $x=x(\tau)$ подходит к указанной точке лишь при $\tau\to\infty$. (Существуют траектории начинающиеся при $\tau=0$ с $x=x_0$, $\dot{x}=0$ и при конечных $\tau=\tau_\varphi$ достигающие точки $x=0$, но при этом $\dot{x}\neq 0$, также как и в случае S -режима при $E_0>0$.

В работах [5,6÷II,73] показано, что профили температуры не могут распространяться в холодную среду, если на их фронте

нет источника за счет разности тепловых потоков. Такая ситуация имеет место для S- и LS граничных режимов, действующих на холодную среду с квазилинейной теплопроводностью (но без объемных источников тепла). В [5,6÷II,73] показано, что благодаря явлению локализации тепла, т.е. своеобразной тепловой инерции, автомодельный LS -режим не может быть осуществлен, если не располагать бесконечным промежутком времени для его установления. В [5] показано, что метастабильная локализация тепла (тепловая инерция) существует для всего класса граничных режимов меняющихся медленнее S -режима, в том смысле, что более медленные граничные режимы не могут привести к проникновению тепла за определенную длину в течение определенного промежутка времени. Однако при обычных "медленных" граничных режимах (например, экспоненциальных) тепловые волны не успевают дойти до границы локализации за время ее метастабильности, т.е. особенность очень быстро нарастающих во времени режимов с обострением состоит в том, что они способствуют проявлению локализации тепла (тепловой инерции). В нашем случае, когда изучаются процессы в среде с объемными источниками тепла, расчеты показывают, что метастабильная локализация тепла в LS -режиме также имеет место при конечных значениях начальной температуры. И в этом случае за конечное время не может установиться автомодельный LS -режим.

Это обстоятельство поясняется следующими рассуждениями. При $\beta > 1$ разложение вблизи нулевого фона (§ 2) показывает, что объемные источники в HS , S- , LS -режимах затухают быстрее, чем члены стоящие в левой части уравнения (II), обязанные нестационарности процесса.

Таким образом, вблизи нулевого фона подток тепла из центральных областей играет определяющую роль в нагреве среды. В этом смы-

сле задача сводится к действию эффективного граничного режима, для которого теорема о метастабильной локализации тепла в LS -режиме доказана [5,6÷II,73] . В LS -режиме горения, к тому же, область эффективного энерговыделения при $T \to \infty$ сосредотачивается во все более сокращающейся зоне вблизи центра. Эти рассуждения оправдывают попытку применения теремы сравнения для среды с объемными источниками. Ее использование позволяет сформулировать мажорантные оценки LS -процессов в среде с $\beta > \sigma+1$ через S -процессы в среде с $\beta = \sigma+1$. Поскольку в S -режиме нарастание температуры происходит быстрее, чем в LS -режиме, это позволяет указать оценку области локализации тепла в LS -режиме. Полученные соотношения проверяются прямыми численными расчетами соответствующих задач в частных производных и совпадение теоретических предсказаний с результатами расчетов подтверждает сделанные допущения.

П.7.3. Фундаментальная тепловая резонансная длина L_T^* при LS -режиме горения среды ($\beta > \sigma+1$) (Зависимость L_T^* от начального возмущения температуры. Почти резонансное возбуждение горения в среде по автомодельному закону при задании возмущения на участке $\Delta \xi_0 \gtrsim L_T^*$. Общий случай нерезонансного (далекого в начальный момент от автомодельного профиля) возбуждения горения на длине $L_T^{(LS)}$ (при $\Delta \xi_0 < L_T^*$)

П.7.3.I. Фундаментальная резонансная длина LS -режима L_T^* определяется через L_T мажорирующего S -режима по формуле:

$$L_T^* = \frac{2\pi\sqrt{\sigma+1}}{\sigma}\sqrt{\frac{k_0}{q_S}} = \pi\sqrt{\frac{2(\beta+\sigma+1)}{\sigma(\beta-1)}\frac{k_0}{\xi_0}}\,T_{my}^{-\frac{\beta-(\sigma+1)}{2}} \qquad (25)$$

Эквивалентная q_S определяется из условия равенства температур мажорирующего S -режима и реально развивающегося LS -режима в начальный момент времени. В мажорирующем S -режиме предполага-

ется также совпадение момента фокусировки t_f с t_f мажорируемого LS -режима. Вывод соотношения для q_s дан в П.7.4.

$$q_s = q_0 \, T_{my}^{\beta-(\sigma+1)} \cdot \frac{2(\sigma+1)(\beta-1)}{(\beta+\sigma+1)\,\sigma} \qquad (26)$$

Отметим, что при $\beta \to \sigma+1$ величина $L_T^* \to L_T$. В отличие от S-режима в LS-режиме фундаментальная глубина зависит не только от свойств среды (σ, κ_0, β, q_0), но и от величины максимальной температуры в момент установления автомодельного профиля вблизи центра горящей области (T_{my}). Формула (25) справедлива, если $\Delta\tau_0 \gtrsim L_T^*$, т.к. вывод не учитывал разницу между t_2 и t_f (т.е. временем установления t_1 пренебрегалось, следовательно $T_{my} = T_{om}$). Поэтому мы говорим о близком к резонансному возбуждении горения в среде (при $\Delta\tau_0 \gtrsim L_T^*$).

П.7.3.2. Фундаментальная тепловая длина LS -режима - $L_T^{(LS)}$

В общем случае выражение для L_T^* домножается еще на безразмерную функцию:

$$R\left(\frac{\Delta\tau_0}{L_T^*}\right) = \left[\frac{t_f q_0 T_{om}^{\beta-1}}{\frac{\beta+\sigma+1}{(\sigma+2)(\beta-1)}}\right]^{\frac{\beta-(\sigma+1)}{2(\beta-1)}} \qquad (25')$$

и

$$L_T^{(LS)} = L_T^* \, R\left(\frac{\Delta\tau_0}{L_T^*}\right)$$

Время фокусировки в -режиме определяется как $t_f = t_1 + t_2$, где t_1 -время выхода начального возмущения на автомодельный профиль. Из размерностных соображений t_1 имеет вид:

$$t_1 = q_0^{-1} \cdot T_{om}^{1-\beta} \cdot g\left(\frac{\Delta\tau_0}{L_T^*},\ \sigma, \beta\right)$$

Величина t_2 оценивается сверху (т.к. $f^{(LS)}(0)$ -завышено) по формуле (28), где учтено (27)(см.П.7.4.):

$$t_2 = \frac{\left[\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\right]}{T^{\sigma}(t_1,0)\cdot q_s} = \frac{\frac{\beta+\sigma+1}{(\sigma+2)(\beta-1)}}{T^{\beta-1}(t_1,0)\cdot q_0} \qquad (26')$$

Отметим, что время фокусировки в LS-режиме очень резко растет с уменьшением начальной амплитуды возмущения. Так при $\beta=6$; $t_f \sim T_{om}^{-5}$. Иоследование зависимости t_f от отношения $\mu \equiv \frac{\Delta z_0}{L_T^*}$ для S-режима приведено в таблице I.

ТАБЛИЦА I

ВРЕМЯ ФОКУСИРОВКИ ДЛЯ ЗАДАЧИ КОШИ В S-РЕЖИМЕ.

НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ: ТРЕУГОЛЬНИК С ОСНОВАНИЕМ Δz_0 И ВЫСОТОЙ T_0 .

ПАРАМЕТРЫ: β =3, σ =2, q_0 =I, K_0 =I.

$$L_T = \frac{2\pi}{\sigma}\sqrt{\sigma+1}\sqrt{K_0/q_0} = \pi\sqrt{3}$$

$$\mu \equiv \frac{\Delta z_0}{L_T} \quad ; \quad t_f = \frac{\vartheta(\mu,\sigma)}{q_0 T_0^{\sigma}}$$

Iа.

T_0	I	0,75	0,5	0,25	I	0,5
μ	I	I	I	I	2	2
t_f	0,99	I,76	3,86	I5,4	0,7I	2,82

Iб. T_0 =I.

μ	2,0	I,5	I,0	0,5	0,25	0,I	0,05
t_f	0,7I	0,80	0,99	I,79	4,64	22,8	74,9

Зависимость процесса от μ в LS-режиме дана в таблице 2

ТАБЛИЦА 2.

ВРЕМЯ ФОКУСИРОВКИ t_f И РАЗМЕР ОБЛАСТИ, ЗАНЯТОЙ ТЕПЛОМ Δr_* ДЛЯ ЗАДАЧИ КОШИ В LS-РЕЖИМЕ. НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ: ТРЕУГОЛЬНИК С ОСНОВАНИЕМ Δr_0 И ВЫСОТОЙ T_{0m}

$$L_T^* = \pi\sqrt{\frac{2(\beta+\sigma+1)}{\sigma(\beta-1)}}\sqrt{\frac{k_0}{q_0}}\,T_0^{\frac{\sigma+1-\beta}{2}};$$

$$\mu \equiv \frac{\Delta r_0}{L_T^*} \quad ; \quad t_f = \frac{\vartheta(\mu,\sigma,\beta)}{q_0 T_0^{\beta-1}}$$

ПАРАМЕТРЫ: $\sigma=2$, $\beta=5$, $k_0=1$, $q_0=1$, $L_T^* = \frac{\pi\sqrt{2}}{T_0}$

2а. $T_0=1$, $L=4{,}44$

μ	1,23	0,866	0,612	0,4	0,3	0,2
t_f	0,680	1,22	3,57	146,0	75210,0	$\approx 3\cdot 10^9$
$\Delta r_*/L_T^*$	≈ 1	0,93	0,98	2,4	11,3	$\gtrsim 50$

2б.

T_0	2	2	2	10	0,1
L_T^*	2,22	2,22	2,22	0,444	44,4
μ	1,23	0,866	0,612	0,866	0,612
t_f	0,0413	0,0715	0,222	0,000122	35200,0
$\Delta r_*/L_T^*$	≈ 1	0,98	0,9	0,93	0,95

ПАРАМЕТРЫ: $\sigma=2$, $\beta=4$, $k_0=1$, $q_0=1$, $L_T^* = \frac{\pi\sqrt{7/3}}{\sqrt{T_0}}$

2в.

T_0	L_T^*	μ	t_f	$\Delta r_*/L_T^*$
1/9	14,4	1,13	530,0	≈ 1
9	1,60.	0,80	0,00156	0,90

ПАРАМЕТРЫ: $\sigma=2$, $\beta=0$, $k_0=1$, $q_0=1$, $L_T^* = \frac{3\pi/\sqrt{5}}{T_0\sqrt{T_0}}$

2г.

T_0	9	9	9	I/9
L_T^*	0,I56	0,I56	0,I56	II4,0
μ	I,29	0,9I	0,228	I,29
t_ς	0,0000II4	0,0000267	$5,8\cdot10^{15}$	36400,0
$\Delta\tau_*/L_T^*$	I,[illegible]	I	$8\cdot10^{5}$	I,25

При стремлении T_{om} к нулю L_T^* и $L_T^{(LS)}$ стремятся к бесконечности и осуществляется автомодельное решение соответствующее (II). При конечном T_{om} до момента фокусировки всегда остается конечное время и автомодельное решение всегда искажено, благодаря наличию фундаментальной длины "вырезающей" из автомодельного решения лишь определенную часть.

П.7.3.3. Примеры численного расчета задачи горения среды в LS_i -режиме в случае периодического начального возмущения, заданного на конечном интервале. (Влияние амплитулы возмущения на $L_T^{(LS)}$. Качественно различная картина горения при амплитудах, различающихся в три раза)

Для иллюстрации особенностей LS -режима приведем примеры

расчетов, показывающих зависимость характера развития процесса горения среды в LS -режиме от амплитуды начальных возмущений.

На рисунках 13, 14 приведены профили температуры по пространству на разные моменты времени. Параметры среды в расчетах одинаковы: $q_0=1$, $k_0=1$, $\beta=5$, $\sigma=2$ $(\beta>\sigma+1)$. Начальное периодическое возмущение треугольной формы с одинаковым пространственным периодом $\Delta z_{0i}=0.4\pi\sqrt{3}$ задано на одинаковом интервале $\Delta z_0=9\cdot\Delta z_{0i}=3.6\pi\sqrt{3}$. Два варианта расчета отличаются лишь амплитудой возмущений. На рисунке 13 изображен процесс развития указанного возмущения с $T_{0m}=1$, а на рисунке 14 – аналогичного возмущения, но с $T_{0m}=3$. Из рис. 13 следует, что к моменту $t\cong 2.6$ возмущения оливаются, затем из-за слабого оттока тепла у краев образуется максимум температуры в центре и вокруг него на $L_T^*=\pi\sqrt{2}$ начинает развиваться структура с сокращающейся полушириной. Момент фокусировки $t_f=2.899$, значение $\mu=\frac{\Delta z_{0i}}{L_T^*}\simeq 0.5$. Из рис. 14 видно, что в процессе горения, благодаря условию $\Delta z_{0i}=0.4\pi\sqrt{3}\cong 1.47L_T^*\cong 1.47\frac{\pi\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ произошло резонансное возбуждение горения на каждом из интервалов Δz_{0i}. Здесь $t_f=0.00577$; $\mu=\frac{\Delta z_{0i}}{L_T^*}\cong 1.47$. Внутри фундаментальной длины автомодельное решение приближенно осуществляется, а у границы ее существенно искажено.

Численные решения задачи (1),(2) для LS -режимов удовлетворительно согласуются с оценками $L_T^{(LS)}$ по формулам (25),(25'); хотя они и носят мажорантный характер (см. таблицу 2).

Аналогичные соотношения имеют место и для LS -режимов в гомотермической задаче с начальными данными типа (в). Развитие структур на асимптотической стадии в этой задаче из-за указанных ранее особенностей режимов с обострением сводится к задаче Коши по нулевому фону (задача типа (а)). Горение в S -режиме в общем случае сопровождается эволюцией размеров структур в область боль-

ших длин и стабилизируется на фундаментальной длине L_T. В LS-режиме пространственный спектр длин структур сначала также эволюционирует в область больших длин вплоть до фундаментальной длины $L_T^{(LS)}$, а затем эффективная ширина структур сокращается из-за особенностей LS-режима.

П.7.4. Вывод выражения для константы q_s эквивалентной среды (σ, κ_0, q_s), в которой S-режим горения является мажорирующим по закону и области роста температуры при $t \to t_f$ для LS-режима в исследуемой среде $(\sigma, \beta, \kappa_0, q_0)$

Вывод (26) включает следующие предположения.

П.7.4.I. Предполагается, что в LS-режиме в момент $t = t_1$ установился автомодельный закон роста температуры в центре структуры ($\xi = 0$)

$$T(t_1, 0) = T_{my} = q_0^{-\frac{1}{\beta-1}} (t_f - t_1)^{-\frac{1}{\beta-1}} f_m^{(LS)}, \quad \text{где } f_m^{(LS)} = f^{(LS)}(0)$$

П.7.4.2. Для определения $f_m^{(LS)}(\sigma, \beta)$ используется мажорантная оценка f^* в точке $x = x_e$, для которой потенциал поля LS-режима обращается в нуль

$$f_m^{(LS)} = \left[\frac{\beta + \sigma + 1}{(\sigma + 2)(\beta - 1)} \right]^{\frac{1}{\beta-1}} \tag{27}$$

Более аккуратные оценки показывают, что реальное $f_m^{(LS)}$ всегда меньше даваемого (27). Поскольку $f_m^{(LS)}$ входит в числитель $L_T^{(LS)}$, то реальные области локализации несколько меньше, чем даваемые формулой (25).

П.7.4.3. Ищется мажорантный закон нарастания температуры, для чего подбирается такая среда, и горящая в S -режиме ($K_0, \beta=\sigma+1, q_S$), чтобы температурные зависимости в точке $T(t,0)$ для S и LS среды имели одинаковый момент фокусировки t_f и давали одинаковую температуру в момент $t=t_1$:

$$T_m^{(S)} = q_S^{-\frac{1}{\sigma}}(t_f-t_1)^{-1/\sigma}\left[\frac{2(\sigma+1)}{\sigma(\sigma+2)}\right]^{1/\sigma} = T_{my} = q_0^{-\frac{1}{\beta-1}}(t_f-t_1)^{-\frac{1}{\beta-1}}\left[\frac{\beta+\sigma+1}{(\sigma+2)(\beta-1)}\right]^{\frac{1}{\beta-1}} \quad (28)$$

Отсюда получается значение q_S для мажорирующего S -режима используемое в (25'),(25). Благодаря более быстрому росту температуры в S -режиме по сравнению с LS -режимом при $t \to t_f$ временной закон в центре S - структуры будет в течении промежутка $t_1 < t < t_f$ мажорировать сверху временной закон в центре LS - структуры.

П.7.4.4. Поскольку в LS -режиме горения эффективная область энерговыделения сокращается со временем и внутри нее в каждой точке профиль температуры LS -режима, ниже, чем мажорирующего S -режима, то можно предположить и непрерывное пространственное мажорирование профиля LS -режима S -режимом. В результате соотношение (25) и формулы (25') дают фундаментальную длину мажорирующего S -режима и указывают на наличие локализации тепла и горения в LS -режиме.

П.7.5. Мажорантная оценка фундаментальной длины $L_T^{(LS)}$, в предположении сохранения энергии начального возмущения до момента наступления стадии вспышки. (Зависимость области докализации $L_T^{(LS)}$ от энергии начального возмущения в случаях $\beta > \sigma+3$ и $\beta < \sigma+3$).

Фундаментальная длина $L_T^{(LS)}$ зависит как от свойств среды,

так и от характера начального возмущения (области его задания и его формы и амплитуды). Она может также зависеть от процесса установления автомодельного режима, т.к. за это время (оно бывает большим, если $\Delta z_0 \ll L_T^{(LS)}(T_{0m})$), успевает выделиться энергия и падает в большей или меньшей степени температуры. Если пренебречь выделением энергии за это время и считать, что энергия $E_0 \sim \sim \Delta z_0 T_{0m}$ сохраняется, то полученные при этом оценки $L_T^{(LS)}$, можно использовать, как мажоранту сверху. Это справедливо, если $L_T^{(LS)}$ растет с падением энергии. Если же зависимость от энергии другая (это соответствует случаю $\beta > \sigma + 3$), то рост энергии в процессе горения приведет к росту $L_T^{(LS)}$. В этом случае получаются мажорантный оценки $L_T^{(LS)}$ снизу.

Расчеты показывают (см. табл. 2), что при $\Delta z_0 \ll L_{TP}^{(LS)}$, где $L_{TP}^{(LS)}$ зависит от максимального значения температуры в начальном возмущении (T_{0m}) на начальной стадии процесса происходит в основном расплывание начального возмущения по среде и падению температуры в нем. Энерговыделение на этой стадии мало, т.к. профиль температуры далек от автомодельного режима. Позднее профиль температуры далек от автомодельного режима. Позднее профиль температуры на некотором пространственном масштабе становится близким к автомодельному. С этого момента возбуждается автомодельный режим горения с обострением (цепная реакция в нелинейной среде). Происходит ускорение процесса горения на несколько порядков времени. (Явление вспышки на фундаментальной длине).

Считая, что энерговыделение на начальной стадии процесса до момента вспышки не существенно, можно приближенно записать закон сохранения энергий начального возмущения в виде:

$$T_{0m}(0,0)\Delta z_0 = T_{ym}(t_1,0) L_{TP}^{(LS)} = W_0 \qquad (29)$$

Здесь $T_{0m}(0,0)$ – максимальная температура в начальном возмущении, Δz_0 – область его задания, $T_{ym}(t_1,0)$ –максимальная

температура в момент $t = t_1$, момент установления автомодельного решения (момент начала вспышки), $L_{тр}^{(LS)}(T_{ym})$ – фундаментальная тепловая резонансная длина определенная формулой (25).

Подставляя в (29) выражение для L_T^{LS} из (25), и разрешая уравнение (29) относительно T_{ym} получим:

$$T_{ym} = \left(\frac{W_0}{d}\right)^{-\frac{2}{\beta-(b+3)}} \qquad (30)$$

где $W_0 = T_{0m} \cdot \Delta \tau_0$, $\quad d = \sqrt{\frac{2(\beta+b+1)}{\beta(b-1)} \cdot \frac{K_0}{q_0}}$ (31)

Величина $d = const$ зависит только от овойств среды (b, β, K_0 q_0). Выражение(29) можно записать в виде:

$$L_T^{(LS)} \cdot W_0^{-\frac{\beta-(b+1)}{\beta-(b+3)}} = d^{\frac{\beta-(b+1)}{\beta-(b+3)}} \qquad (32)$$

где величина $L_T^{(LS)}$ дает мажорантную оценку фундаментальной длины LS -режима в общем (не обязательно резонансном) случае возбуждения горения в среде. При $\Delta \tau_0 \sim L_{тр}^{LS}$ выражение (32) переходит в обычное выражение для резонансной фундаментальной длины LS – режима (см. П.7.3.I.). В случае $\beta = b+3$ имеет место особая формула:

$$L_T^{(LS)} T_{0m}^{\frac{\beta-(b+1)}{2}} = d, \quad L_T^{(LS)} \equiv L_T^{*} \qquad (33)$$

Из (32) следует, что при $\beta < b+3$ (в LS -режиме всегда $\beta > b+1$) можно записать выражение для $L_T^{(LS)}$ в виде:

$$L_T^{(LS)} = \frac{1}{d^{\left|\frac{2}{\beta-(b+3)}\right|} \cdot W_0^{\left|\frac{\beta-(b+1)}{\beta-(b+3)}\right|}}$$

Из (34) видно, чтоп при $\beta > b+3$ фундаментальная длина LS-режима горения среды уменьшается при увеличении энергии внешнего воздействия. Таким образом, в случае $\beta < b+3$ неучет энерговыделение на стадии установления автомодельного решения приводит к

тому, что формула (34) дает мажорантную оценку фундаментальной длины сверху. Учет горения на стадии установления приведет к увеличению W_0 и уменьшению реальной фундаментальной глубины LS -режима по сравнению с значением даваемым формулой (34). В случае $\beta > \sigma+3$ можно записать (32) в виде:

$$L_T^{(LS)} = d^{\left|\frac{2}{\beta-(\sigma+3)}\right|} W_0^{\left|\frac{\beta-(\sigma+1)}{\beta-(\sigma+3)}\right|} \qquad (35)$$

В этом случае область локализации горения (фундаментальная длина структуры в LS -режиме) будет увеличиваться с увеличением энергии внешнего возмущения. В этом случае учет выделения энергии на стадии установления автомодельного решения (до момента вспышки) должен будет привести к увеличению фундаментальной длины. Поэтому формула (35) для $\beta > \sigma+3$ может дать мажорантную оценку фундаментальной длины $L_T^{(LS)}$ снизу.

Используя законы роста теплового потока со временем в соответствии с формулами (10),(12) легко показать, что в случае в центральной части структуры выделится бесконечная энергия за конечное время обострения. В "обрезаемом" фундаментальной длиной хвосте автомодельного решения (как показывает разложение автомодельного решения на бесконечности) содержится конечная энергия.

В случае $\beta > \sigma+3$ имеют место обратные утверждения. В центральной части структуры за время обострения выделяется конечная энергия, в "обрезанном" хвосте автомодельного решения содержится бесконечная энергия.

С этой точки зрения можно считать, что при $\beta > \sigma+3$ локализация тепла в структуре качественно ухудшается. Следует ожидать, что в этих случаях уже нельзя пренебрегать наличием более медленного горения в окружающей среде, поскольку в структуре заключена уже конечная энергия. Температура обращается в бесконечность толь-

ко в самом центре структуры, т.к. в LS -режимах область эффективного энерговыделения сужается со временем и стремится при $t \to t_f$ к центру структуры.

§ 8. Заключение

П.8.I. Отсутствие режимов обострения, локализации тепла и тепловых структур в средах с $\beta < 1$.

Отметим, что при $\beta < 1$ режимы горения с ростом температуры возможны лишь при $0 < t < \infty$. В этом случае всегда осуществляется HS -режим, т.к. при $\sigma > 0, \beta < 1$ имеем $\beta < \sigma + 1$, из (8) следует, что радиус (r_φ) фронта растет со временем.

П.8.2. Смена LS -режима на HS -режим при конечных значениях температуры в реальных средах.

Ц Учет ряда физических факторов (выгорание среды, изменение скорости горения с температурой и других) приводит к переходу LS -режимов в HS -режимы при конечных температурах, уменьшая время локализации горения и существования тепловых структур с сокращающейся полушириной.

П.8.3. Влияние газодинамических процессов на локализацию тепла и горения

Учет газодинамических процессов также не уничтожает явление локализации тепла, т.к. на асимптотической стадии газодинамические процессы, благодаря своей инерционности "замораживаются" по сравнению с процессом роста температуры. Такое "замораживание" проявляется, например, при нагреве среды, сопровождающейся разлетом в вакуум. В сжимаемой движущейся среде аналогом фундаментальной длины является фундаментальная масса [31÷36]. При этом гра-

ничные режимы могут обеспечивать рость газодинамических процессов также в режиме обострения. Примером является сжатие среды поршнем, на котором тепловой поток и давление меняются в режиме обострения [6÷II, 3I÷36].

II.8.4. Отсутствие локализации горения и тепловых структур в средах с постоянными коэффициентами переноса (случай $\sigma = 0$)

Отметим, что для возникновения явления локализации тепла и горения необходимо как существование режима с обострением, так и квазилинейность уравнений переноса тепла. О первом говорит случай $\beta < 1$, а о втором формулы для L_7 и $L_7^{(LS)}$, которые обращаются в бесконечность при $\sigma \to 0$.

Реализация таких сверхбыстрых процессов путем численного расчета соответствующих задач в частных производных на ЭВМ требует специального алгоритма выбора шага по времени. Для расчета стадии вспышки потребовалось в ряде случаев уменьшать шаг по времени в процессе счета на 5-6 порядков вблизи момента фокусировки. В условиях учета факторов, способствующих переходу от LS к HS-режимам при конечных температурах, стадия вспышки и существование структур с сокращающейся полушириной при раочете их грубым шагом по пространству и времени может вообще остаться невыявленной.

ЛИТЕРАТУРА

I. Н.Н. Семенов. Цепные реакции. Л., ОНТИ, 1934.
2. Д.А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., "Наука", 1965.
3. Я.Б. Зельдович, О.И. Лейпунский, В.Б. Либрович. Теория нестационарного горения порохов. М., "Наука", 1975.
4. Ф.А. Вильямс. Теория горения. М., "Наука", 1971, стр. 488.
5. А.А. Самарский, Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов.

Эффект метастабильной локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью. ДАН, т.223, № 6, 1344 (1975).

6. А.А. Самарский. Численный эксперимент в физике плазмы. Сб. докладов II-й Международной конференции по теории плазмы (Киев, 1974), Киев "Наукова думка", 1976.

7. С.П. Курдюмов. Нелинейные процессы в плотной плазме. Сб. докладов II-й Международной конференции по теории плазмы (Киев) 1974, Киев, "Наукова думка", 1976. Препринт ИПМ № 18, М., 1975.

8. А.А. Самарский, Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов. Тепловые структуры и фундаментальная длина в среде с нелинейной теплопроводностью и объемными источниками тепла. ДАН, т. 227, № 2, 321 (1976).

9. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Нелинейные процессы в плотной плазме. Доклад на УШ Международной конференции по ЛУТС (Рига, 1975, Польша). Аннотации докладов, стр. 20-21.

10. С.П. Курдюмов. Лекции в международном центре им. Банаха (Польша), Варшава, 1975.

11. С.П. Курдюмов. Локализация тепла в нелинейных средах. Доклад на расширенной сессии Совета по проблеме "Физика плазмы" АН СССР и конференции по физике высокотемпературной плазмы и УТС, Звенигород, 1976, Препринт ИПМ № 39, М., 1976.

12. Б.Б. Кадомцев. Гидромагнитная устойчивость плазмы. Сб. вопросы теории плазмы. вып. 2, Атомиздат, 1963, стр. 132.

13. Ю.В. Саночкин. О диссипативной неустойчивости в магнитной гидродинамике. Магнитная гидродинамика, т.3, 61 (1965).

14. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, Л.А. Заклязминский, П.П. Волосевич, Л.М. Дегтярев, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, В.С. Соколов, А.П. Фаворский. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. ДАН, т.173, № 4, 808 (1967).

15. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, Л.А. Заклязминский, П.П. Волосевич, Д.А. Гольдина, Л.М. Дегтярев, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, В.Н. Равинская, В.С. Соколов, А.П. Фаворский. Эффект Т-слоя в магнитной гидродинамике. Изд. ИПМ АН СССР, М., 1969.

16. Л.М. Дегтярев, Л.А. Заклязминский, С.П. Курдюмов, А.А. Самарский, В.С. Соколов, А.П. Фаворский. Развитие конечных локальных возмущений электропроводности в потоке слабопроводящего газа в присутствии магнитного поля. ТВТ, т.7, № 3, 471 (1969).

17. А.К. Захаров, В.В. Клавдиев, Б.Д. Письменный, Л. Рохарт, В.Б. Саенко, А.Н. Старостин, Г.Ян. Экспериментальное наблюдение Т-слоев в движущейся плазме, взаимодействующей с магнитным полем. ДАН, т.212, № 5, 1092 (1973).

18. Ю.А. Керкис, В.С. Соколов, Н.А. Трынкина, В.Л. Фомичев. Некоторые результаты экспериментального исследования эффекта токового слоя, ДАН, т.211, № 1, 69,(1973).

19. И.М. Раевский. Экспериментальное обнаружение возникновения Т-слоя при расширении плазмы в магнитном поле. Доклад на I-м Объединенном семинаре по вычислительной физике. Сухуми, 1972.

20. А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, Ю.Н. Куликов, Л.В. Лесков. Ю.П. Попов, В.В. Савичев, С.С. Филиппов. Магнитогидродинамическая модель нестационарного ускорения плазмы. ДАН, т.206, № 2, 307 (1972).

21. А.А. Самарский, В.А. Дородницын, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов. Образование Т-слоев в процессе торможения плазмы магнитным полем. ДАН, т.216, № 6, 1254 (1974).

22. Г.В. Данилова, В.А. Дородницын, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, А.А. Самарский, Л.С. Царева. Взаимодействие сгустка плазмы с магнитным полем в канале рельсотрона. Препринт ИПМ № 62, М., 1973.

23. С.А. Беляев, Д.А. Гольдина, Л.В. Лесков, Ю.Н. Куликов, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, В.В. Савичев, А.А. Самарский, С.С. Филиппов. Расчет нестационарного ускорения плазмы в одномерном МГД приближении. Часть I. Нелинейный механизм последовательного образования Т-слоев в движущейся среде. Препринт ИПМ, М., 1969. Депонирован в ВИНИТИ № 1790-70 Деп.

24. В.Я. Гольдин, Д.А. Гольдина, Г.В. Данилова, Н.Н. Калиткин, Л.В. Кузьмина, С.П. Курдюмов, А.Ф. Никифоров, Ю.П. Попов, [illegible] Рогов, В.Б. Розанов, А.А. Самарский, В.Б. Уваров, Л.С. Царева, Е.Н. Четверушкин. Исследование задач магнитной радиационной газодинамики численными методами на ЭВМ. Препринт ИПМ № 36, М., 1971, Депонирован в ВИНИТИ, № 1050-74, Деп.

25. Л.Н. Бусурина, П.П. Волосевич, Д.Г. Гордезиани, А.А. Иванов, Г.В. Меладзе, Е.И. Леванов, С.П. Курдюмов, Ш.С. Николайшвили, Ю.П. Попов, А.А. Самарский. Образование и роль Т-слоя в процессе МГД-преобразования энергии при взаимодействии литиевой плазмы с магнитным полем. Препринт ИПМ № 31, М., 1974.

26. В.С. Соколов. Перегревная неустойчивость потока электропроводного газа в поле при и возможное объяснение

природы хромосферных вспышек на Солнце. Известия СО АН СССР, сер.техн.наук, № 13, вып. 3, 86 (1973).

27. С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, А.А. Самарский. Нелинейные эффекты образования структур в радиационной магнитной гидродинамике. Сб. Тепло- и массоперенос, т. УШ, Минск, 1972, стр. II.

28. J.Nuckolls, L.Wood, A.Thiessen, G.Zimmerman. Laser Compression of Matter to Super-High Densities: Thermonuclear (CTR) Applications. Nature, v.239, no.5368, 139 (1972).

29. Сб. Проблемы лазерного управляемого синтеза. Под редакцией А.А. Филюкова. М., "Атомиздат", 1976.

30. П.П. Волосевич, Л.М. Дегтярев, Е.И. Леванов, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, А.А. Самарский, А.П. Фаворский. Процесс сверхвысокого сжатия вещества и инициирование термоядерной реакции мощным импульсом лазерного излучения. Физика плазмы, 1976 (в печати).

31. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов. Автомодельный режим сжатия плазмы поршнем. Сб. Тепло- и массоперенос, т.УШ, Минск, 1972, стр. 432.

32. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов. Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы. Препринт ИПМ № 16, М., 1973; ДАН, т.218, № 6, 1306 (1974).

33. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов. Возникновение структур при автомодельном режиме сжатия плазмы. ДАН,т.219, № 3, 578 (1974).

34. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов. Режимы сжатия плазмы без ударных волн в задачах Z и θ - пинча и Изучение развитой нелинейной стадии перегревных неустойчивостей. Доклады на II-й Международной конференции по теории плазмы. Киев, 1974, Сб. аннотаций, стр. 150.

35. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов. Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы в задачах Z и θ - пинча. Препринт ИПМ № 19, М., 1974, Депонирован в ВИНИТИ № 3398-75 Деп.

36. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов. N и S - режимы автомодельного сжатия сжатия конечной массы плазмы. Препринт ИПМ № 9, М., 1976.

37. И.Ф. Кварцхава, Ю.В. Матвеев, И.Я. Бутов, А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов. Роль самоорганизации пинчевых разрядов в нагреве и удержании плазмы. Сб. докладов УШ Конференции МАГАТЭ по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу

(Токио, 1974), т. Ш, 149, Vienna, IAEA, 1, 1975;
Nuclear Fusion, Supplement, p.175, (1975).

38. R.E.Kidder. Theory of Homogenues Isentropic Compression and Its Application to Laser Fusion. Nuclear Fusion, v.14, no.1, 53 (1974)

39. И.В. Немчинов. Разлет плоского слоя газа при постепенном выделении энергии. ПМТФ, № 1, 17, (1961).

40. И.В. Немчинов. О движении плоского слоя нагреваемого газа и его асимптотиках. Сб. Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа, М., "Наука", 1972, стр. 337.

41. В.Е. Неуважаев. Истечение газа в вакуум при степенном законе температуры на границе. ПММ, т.30, 1015 (1966).

42. П.П. Волосевич, В.С. Соколов. Автомодельная задача о разлете электропроводного газа в среду с заданным осевым магнитным полем. Магнитная гидродинамика, т.1, 43 (1967).

43. П.П. Волосевич, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, А.А. Самарский. Автомодельная задача о сильноточном разряде в плазме. ЖВММФ, т.10, № 6, 1447 (1970).

44. С.П. Курдюмов. О физике плазмы с перегревной неустойчивостью. Материалы объединенного семинара по вычислительной физике. (Сухуми, 1973), Ротапринт ТГУ, Тбилиси, 1976, стр. 165.

45. Г.Г. Виленская, И.В. Немчинов. Явление вспышки при поглощении излучения ОКГ и связанные с ним газодинамические эффекты. ДАН, т. 186, № 5, 1048 (1969).

46. А.А. Самарский, П.П. Волосевич, М.И. Волчинская, С.П. Курдюмов. Метод конечных разностей для решения одномерных нестационарных задач магнитной гидродинамики. ЖВММФ, т.8, № 5, 1025 (1968).

47. А.А. Самарский, Ю.П. Попов. Разностные схемы газовой динамики. М., "Наука", 1975.

48. В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник. К магнитогидродинамической теории пинч-эффекта в высокотемпературной плотной плазме. Сб. Вопросы теории плазмы, вып. 5, М., Атомиздат, 1967, стр. 394.

49. Г. Буркхардт, Н. Рахс. Уменьшение размеров индукционных МГД генераторов за счет нагревания рабочего газа скин-эффектом. МГД генераторы. Труды международного симпозиума по производству электроэнергии с помощью МГД-генераторов. Зальцбург, Австрия, 4-8 июля, т.П, М., ВИНИТИ, 1969, стр. 451.

50. М.И. Виселев, К.П. Станюкович. К теории нелинейного скин-эффекта, ТВТ, т.4, № 1, 86 (1966).

51. П.П. Волосевич, В.Я. Гольдин, Н.Н. Калиткин, С.П. Курдюмов, Ю.П. Попов, В.Б. Розанов, А.А. Самарский, Б.Н. Четверушкин.

Некоторые стадии сильноточного разряда в плазме. Препринт ИПМ № 40, М., 1971, Депонирован в ВИНИТИ № 1049-74 Деп.

52. И.Ф. Кварцхава, К.Н. Кервалидзе, Ю.С. Гваладзе, Г.Г. Зукакишвили. Пространственно-периодические структуры плазмы, возникающие в быстрых сильноточных разрядах. Ядерный синтез, т.5, № 5, 181 181 (1965).

53. И.Ф. Кварцхава, Р.Д. Меладзе, К.В. Суладзе. Опыты по электродинамическому ускорению плазмы. ЖТФ, т.30, № 3, 289 (1960).

54. Н.Н. Комаров. Топология стационарных плазменных конфигураций в поперечных самосогласованных полях. Пространственно-периодические структуры: I. Ядерный синтез, т.3, 174, (1963).

55 Н.Н. Комаров, И.Ф. Кварцхава, В.М. Фадеев. Топология стационарных плазменных конфигураций в поперечных самосогласованных полях. Пространственно-периодические структуры: II. Ядерный синтез, т.5, № 5, 192 (1965).

56. I.F.Kvartskhava, Ju.V.Matveev, E.Ju.Khautiev. Plasma Losses in High-Current Plasma Configuration, Due to the "Invers Skin Effect". Nuclear Fusion, v.II, no.4, 349 (1971).

57. I.F.Kvartskhava, Ju.V.Matveev. Role of Reccuring Discharge Ignition in a Dynamic Z-Pinch. Nuclear Fusion, v.II, no.4, 385 (1971).

58. С.П. Курдюмов. Численный эксперимент в радиационной магнитной гидродинамике. Препринт ИПМ № 26, М., 1972.

59. Л.С. Лейбензон. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.-Л., ГИТТЛ, 1947.

60. Я.Б. Зельдович, А.С. Компанеец. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры. Сб. посвященный 70-летию акад. А.Ф. Иоффе, М., Изд. АН СССР, 1950, стр.61.

61. Г.И. Баренблатт. О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде. ПММ, т.16, вып. 1,67 (1952).

62. Г.И. Баренблатт, И.М. Вишик. О конечной скорости распространения в задачах нестационарной фильтрации жидкости и газа. ПММ, т. 20, вып. 3, 411 (1956).

63. А.А. Самарский, И.М. Соболь. Примеры численного расчета температурных волн. ЖВММФ, т.3, № 4, 702 (1963).

64. R.Marshak. An Influence of the Radiation on the Behavior of Shock Waves. Phys. of Fluids, no.1,24 (1958)

24, (1958)

65. П.П. Волосевич, С.П. Курдюмов, Л.Н. Бусурина, В.П. Крус. Решение одномерной плоской задачи о движении поршня в идеальном теплопроводном газе. ЖВММФ, т.3, № I, I59 (I963).

66. А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, П.П. Волосевич. Бегущие волны в среде с нелинейной теплопроводностью. ЖВММФ, т.5, № 2, I99 (I965).

67. С.П. Курдюмов. Бегущие температурно-гидродинамические волны, движущиеся по фону с постоянным давлением. Препринт ИПМ № 45, М., I97I, Депонирован в ВИНИТИ № 337-74 Деп.

68. С.П. Курдюмов. Изучение взаимодействия гидродинамических и нелинейных тепловых процессов с помощью бегущих волн. Случай бегущих волн, распространяющихся со скоростью, большей адиабатической скорости звука. Препринт ИПМ №56, М., I97I, Депонирован в ВИНИТИ, №338-74 Деп.

69. С.П. Курдюмов. Изучение взаимодействия гидродинамических и нелинейных тепловых процессов с помощью бегущих волн. Случай бегущих волн, удовлетворяющих условию и волн с отрицательным потоком энергии. Препринт ИПМ № 55, М., I97I. Депонирован в ВИНИТИ № 339-74 Деп.

70. П.П. Волосевич, С.П. Курдюмов, Е.И. Леванов. Различные режимы теплового нагрева при взаимодействии мощных потоков излучения с веществом. ПМТФ, № 5, 4I (I972).

7I. Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., "Наука", I966.

72. B.Becker. Stosswelle und Detonation. Zeitschr. für Phys., Bd.8, 32I (I922)

73. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов, А.А. Самарский. Особенности нелинейного скина. Доклад на II-й Международной конференции по теории плазмы, Киев, I974, Сб. аннотаций, стр. I48.

74. А.А. Самарский. Вычислительный эксперимент в проблеме УТС, Доклад на расширенной сессии Совета по проблеме"Физика плазмы" АН СССР и конференции по физике высокотемпературной плазмы и УТС. Звенигород, I976.

75. Л.К. Мартинсон, К.Б. Павлов. К вопросу о пространственной локализации тепловых возмущений в теории нелинейной теплопроводности. ЖВММФ, т.I2, № 4, I048 (I972).

76. А.С. Калашников. О характере распространения возмущений в задачах нелинейной теплопроводности с поглощением. ЖВММФ, т.14, № 4, 891 (1974).

77. О.А. Олейник, А.С. Калашников, Чжоу-Юй-линь. Задача Коши и краевые задачи для уравнений типа нестационарной фильтрации. Изв. АН СССР, сер. матем. Т.22, № 5, 667 (1958).

78. С.Г. Алиханов, И.К. Конкашбаев. Равновесные распределения температуры и давления в стационарном разряде с излучением. ПМТФ, № 4, 133 (1971).

79. В.Я. Гольдин, Б.Н. Четверушкин. О численном моделировании задач радиационной газовой динамики. Препринт ИПМ, № 17, М., 1973.

80. В.А. Дородницын, Ю.П. Попов. О стационарных режимах излучающего сильноточного самосжатого разряда в плазме. ЖВММФ, т.13, № 1, 247 (1973).

81. Е.Н. Пелиновский, В.Е. Фридман. Взрывная неустойчивость нелинейных волн в средах с отрицательной вязкостью. ПММ, т.38, вып. 6, 911 (1974).

82. О.Б. Буднева, В.Е. Захаров, В.С. Сынах. О некоторых моделях волновых коллапсов. Физика плазмы, т.1, вып. 4, 606 (1975).

83. G.Guderley. Starke Kugelige und Zilindrische Verdichtungsstosse in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderasche. Luftfahrtforschung, Bd.19, N9, 302 (1942).

84. К.П. Станюкович. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., "Наука", 1971.

85. Л.И. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М., "Наука", 1965.

86. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. М., "Наука", 1972.

87. В.В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений. М., ГИТТЛ, 1953.

88. Л.М. Дегтярев, В.Е. Захаров. Динамика лэнгмюровского коллапса. Препринт ИПМ № 106, 1974.

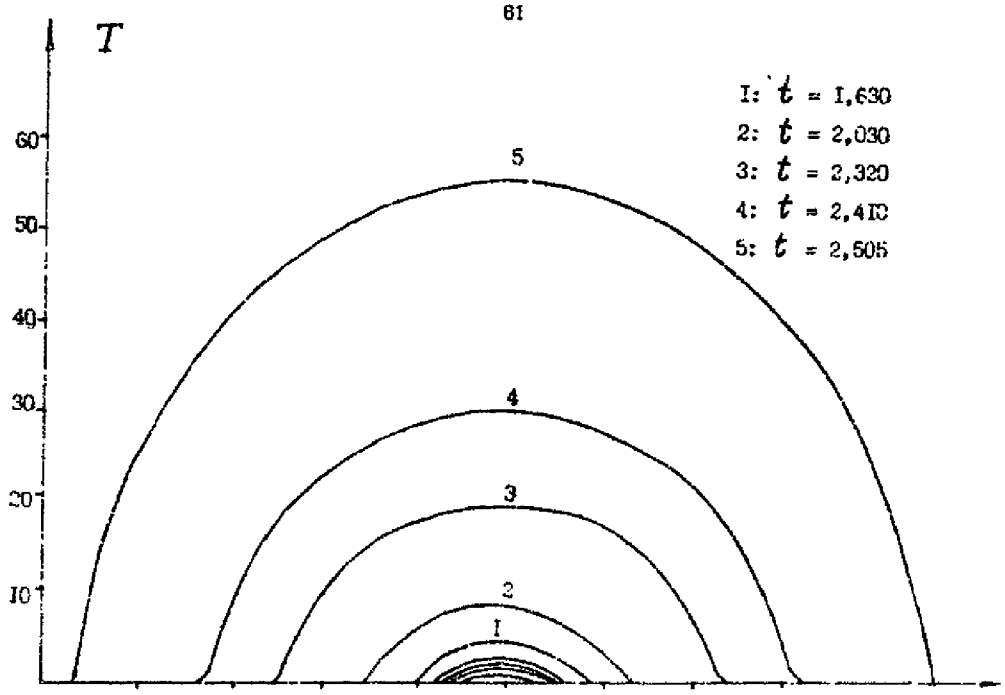
T
60
50
40
30
20
10
1: t = 1,630
2: t = 2,030
3: t = 2,320
4: t = 2,410
5: t = 2,505
5
4
3
2
1

Рис. 1.

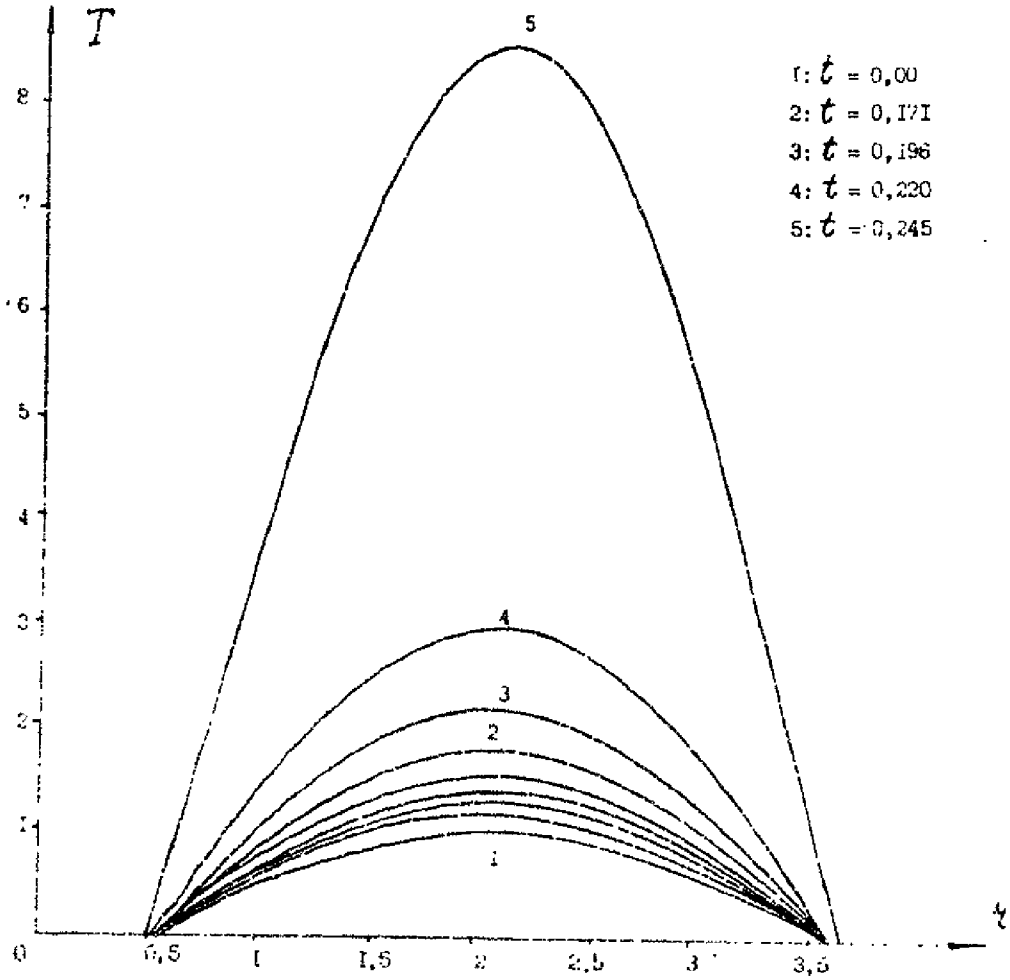
T
8
7
6
5
4
3
2
1
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
3,5
η
1: t = 0,00
2: t = 0,171
3: t = 0,196
4: t = 0,220
5: t = 0,245
5
4
3
2
1

Рис. 2.

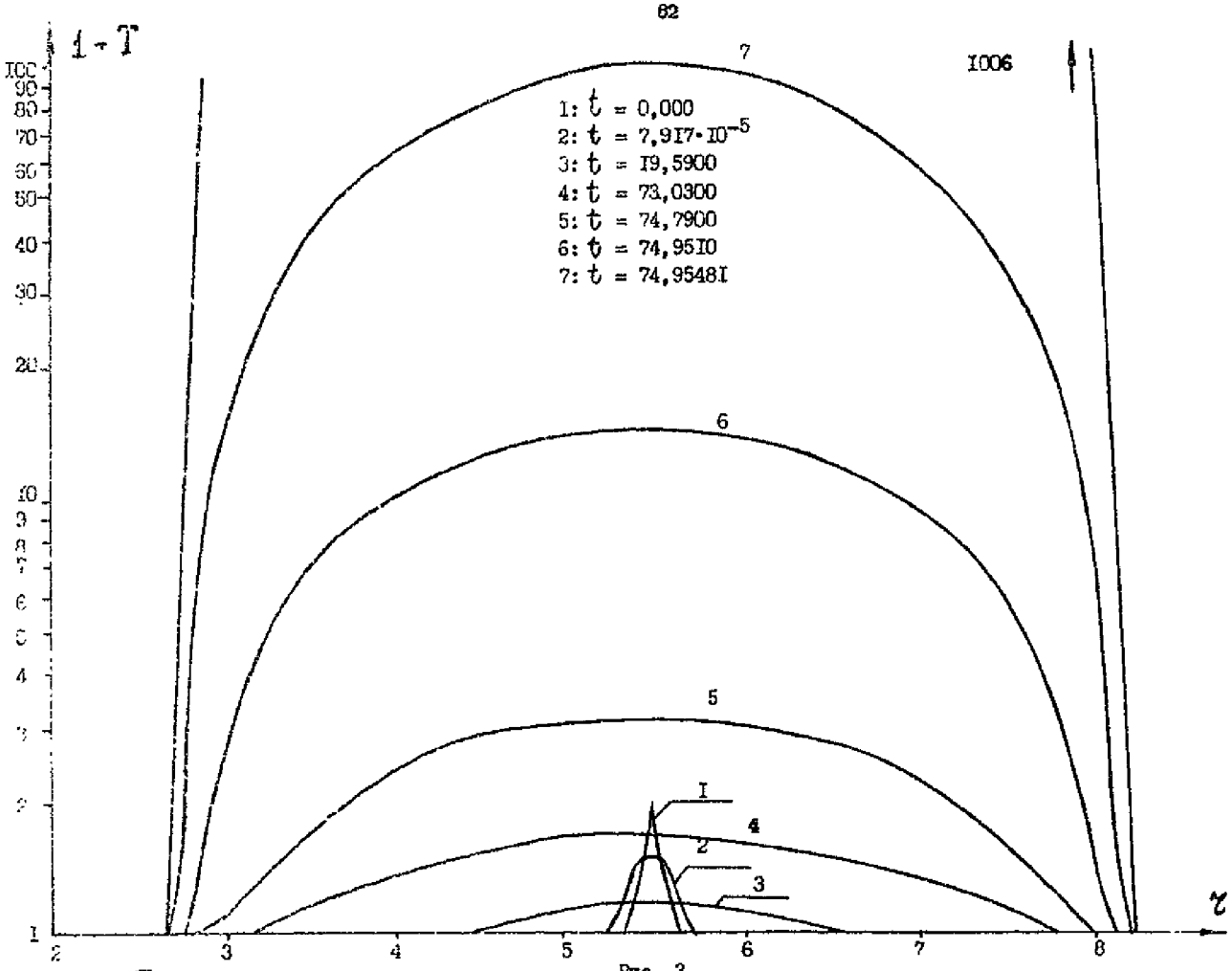
i + T
1006
1: t = 0,000
2: t = 7,917·10⁻⁵
3: t = 19,5900
4: t = 73,0300
5: t = 74,7900
6: t = 74,9510
7: t = 74,95481
τ

Рис. 3.

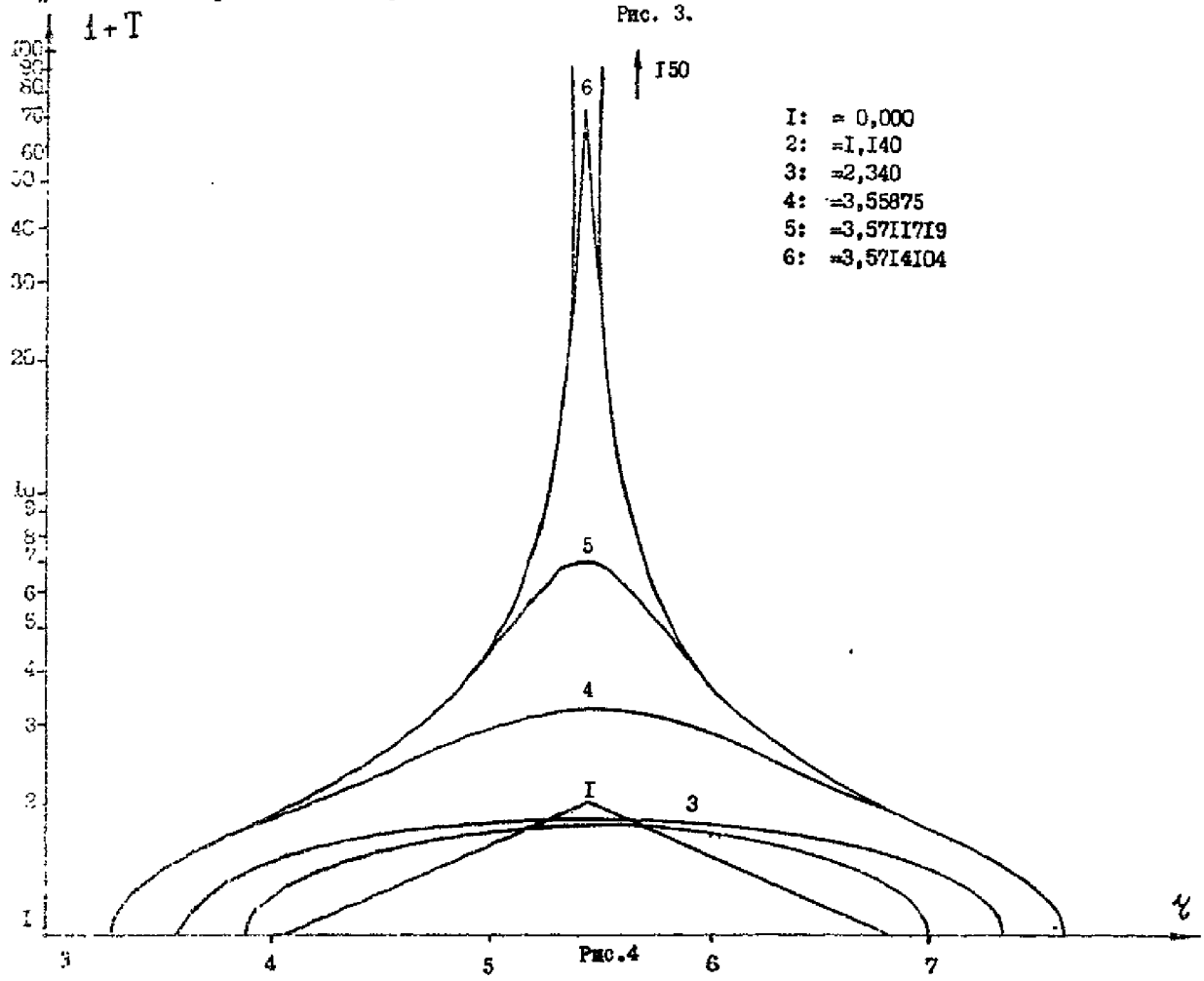
i + T
150
1: = 0,000
2: =1,140
3: =2,340
4: =3,55875
5: =3,57117 19
6: =3,57141 04
τ

Рис.4

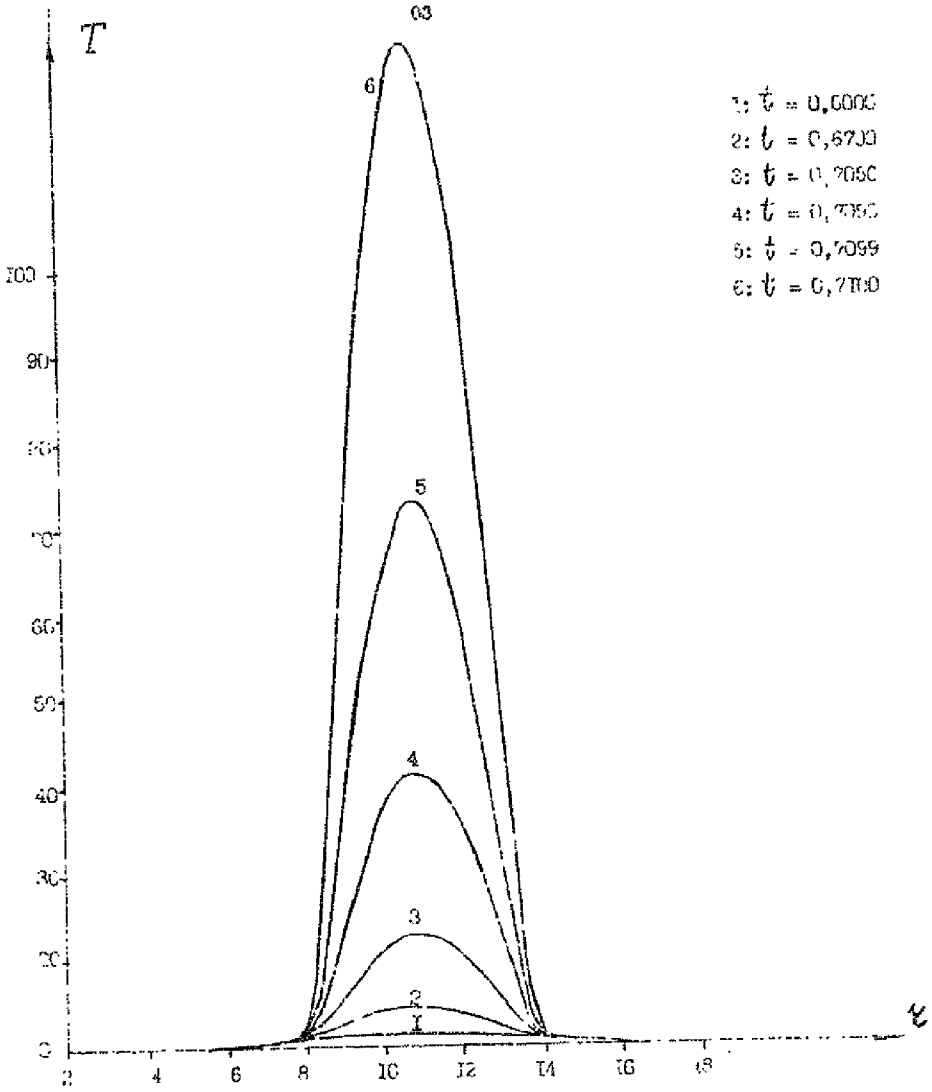
T
1: t = 0,6000
2: t = 0,6700
3: t = 0,7050
4: t = 0,7350
5: t = 0,7099
6: t = 0,7100
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
ξ

Рис. 5.

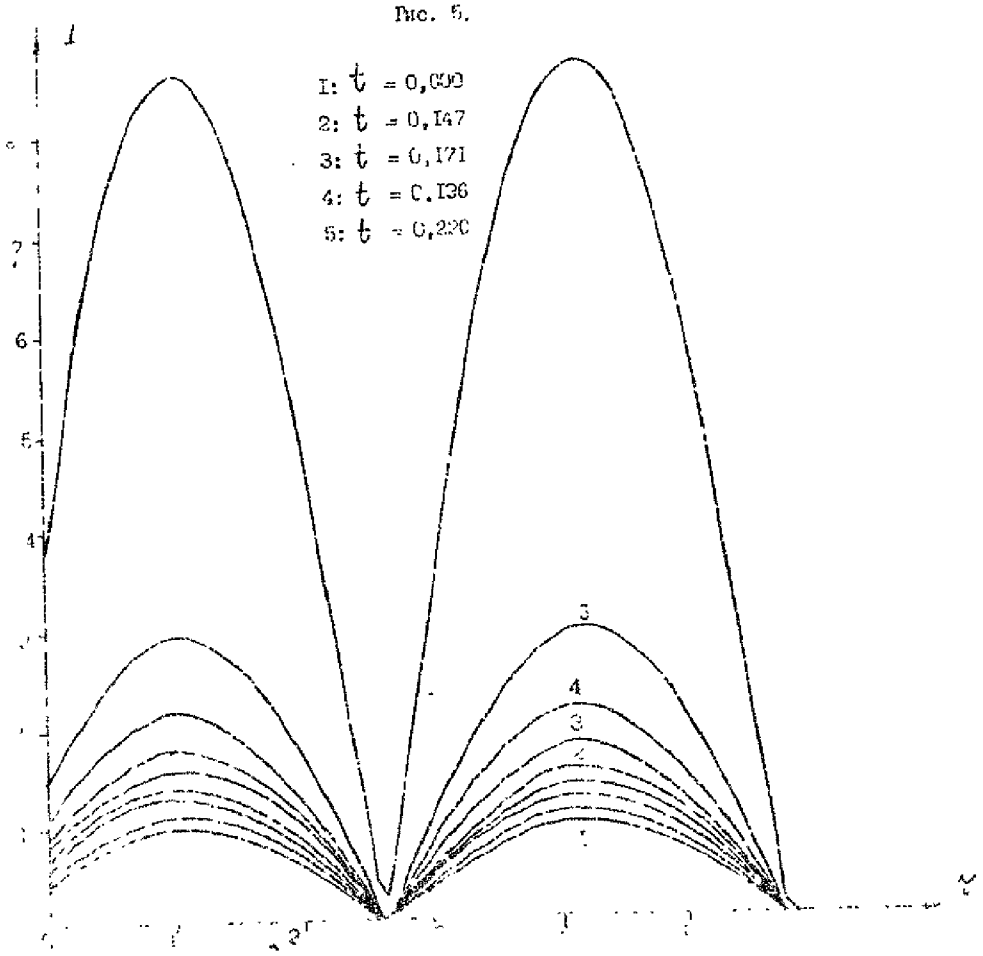
I
1: t = 0,090
2: t = 0,147
3: t = 0,171
4: t = 0,136
5: t = 0,220
7
6
5
4
3
4
3
2
1
ξ

Рис. 6

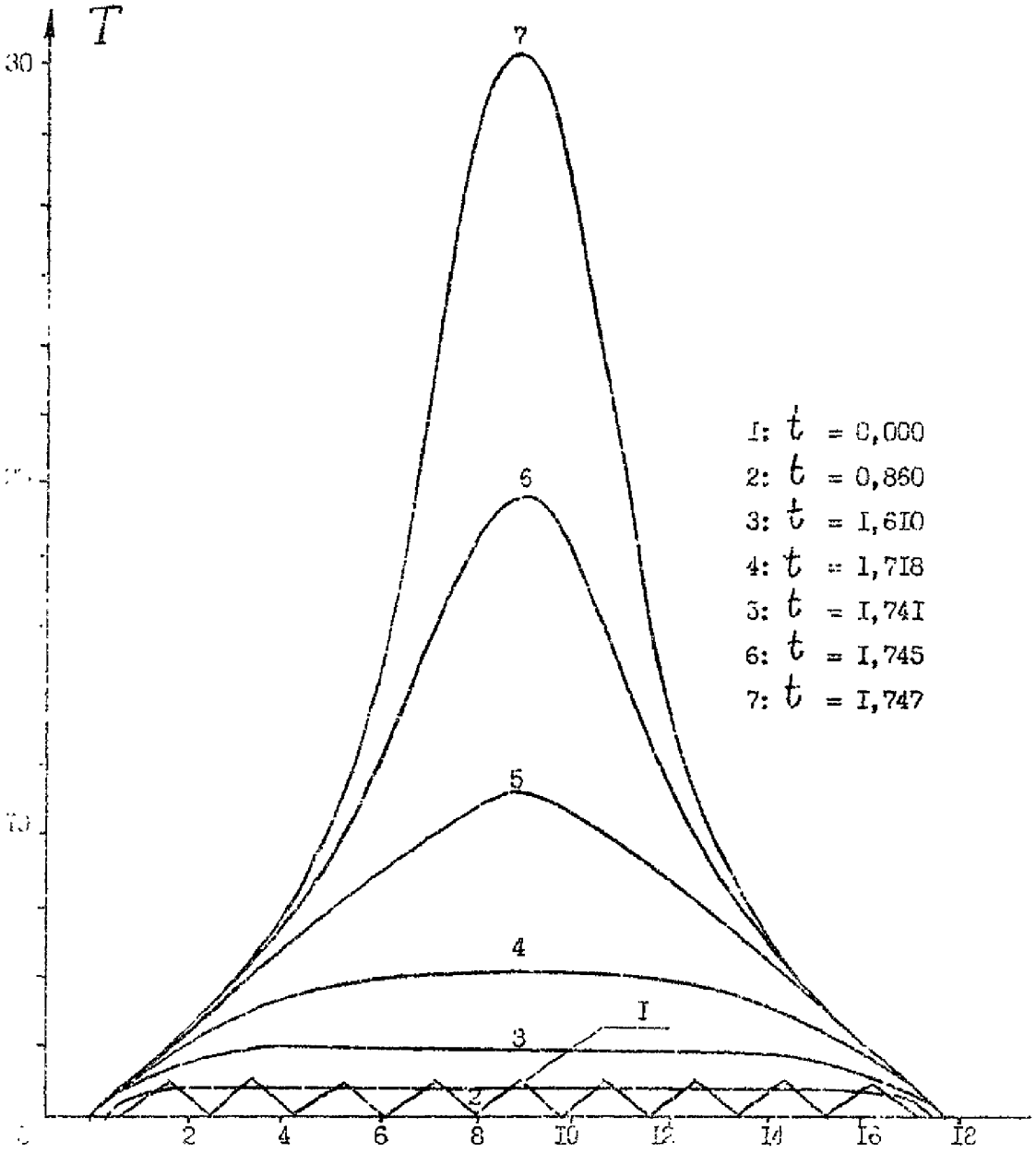
T
30
7
6
5
4
3
2
I
1: t = 0,000
2: t = 0,860
3: t = I,6I0
4: t = 1,7I8
5: t = I,74I
6: t = I,745
7: t = I,747
2
4
6
8
I0
I2
I4
I6
I8

Рис. 7

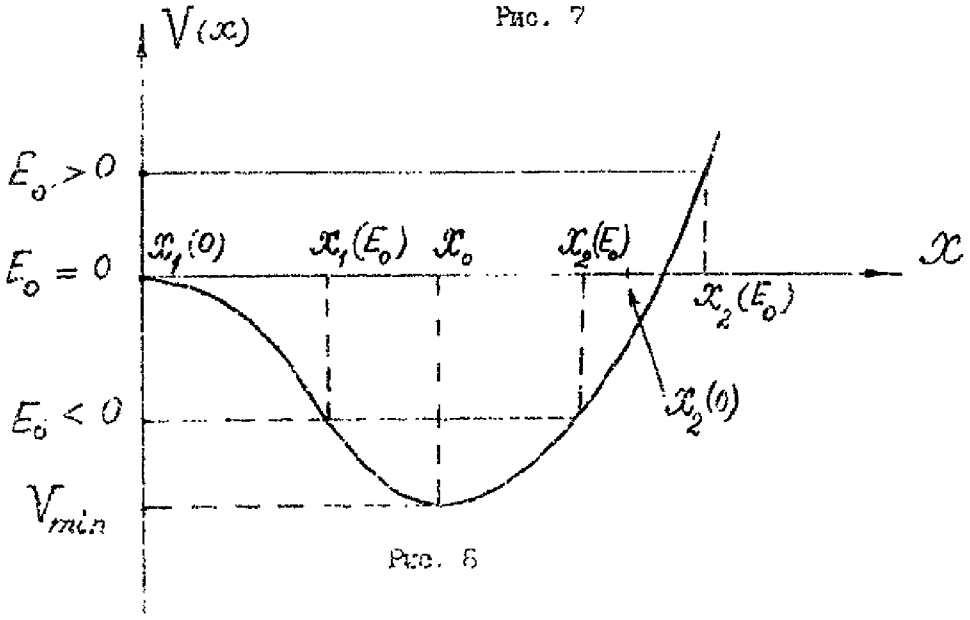
V(x)
E₀ > 0
E₀ = 0
E₀ < 0
V_min
x₁(0)
x₁(E₀)
x₀
x₂(E₀)
x
x₂(E₀)
x₂(0)

Рис. 8

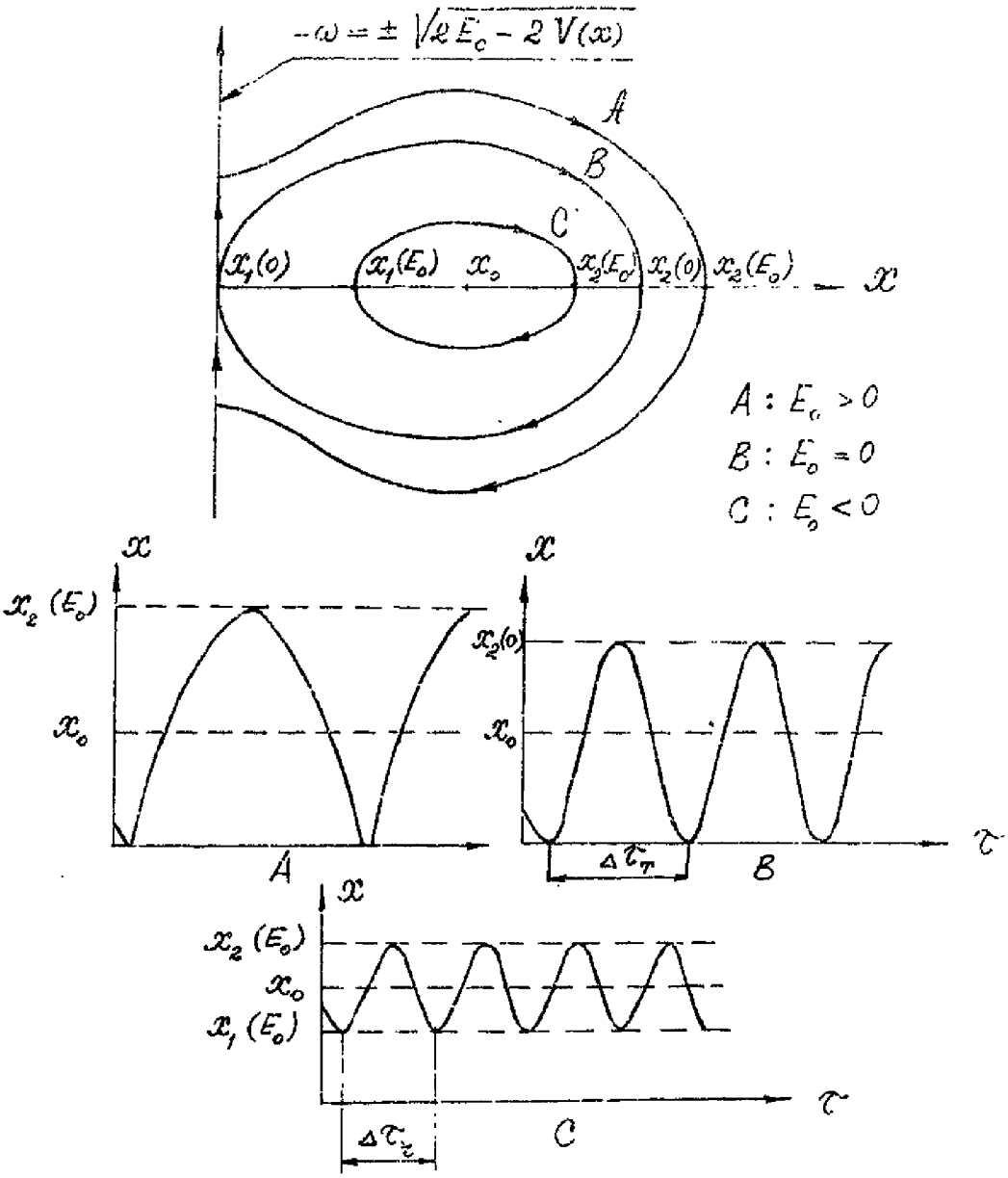
$-\omega = \pm\sqrt{2E_0 - 2V(x)}$
A
B
C
$x_1(0)$
$x_1(E_0)$
x_0
$x_2(E_0)$
$x_2(0)$
$x_2(E_0)$
x
$A: E_0 > 0$
$B: E_0 = 0$
$C: E_0 < 0$
$x_2(E_0)$
x_0
$x_2(0)$
τ
$\Delta\tau_T$
$x_1(E_0)$
$\Delta\tau_2$

Рис. 9

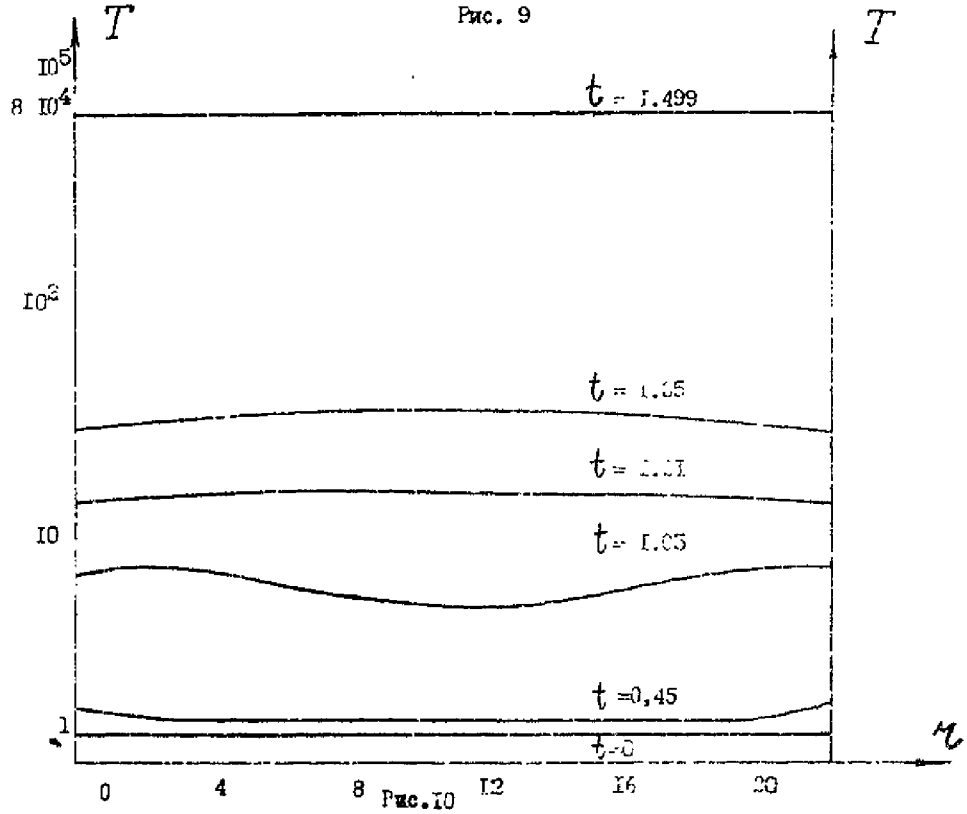
T
10^5
$8\ 10^4$
10^3
10
1
t = 1.499
t = 1.05
t = 1.01
t = 1.05
t =0,45
t=0
τ
0
4
8
12
16
20

Рис.10

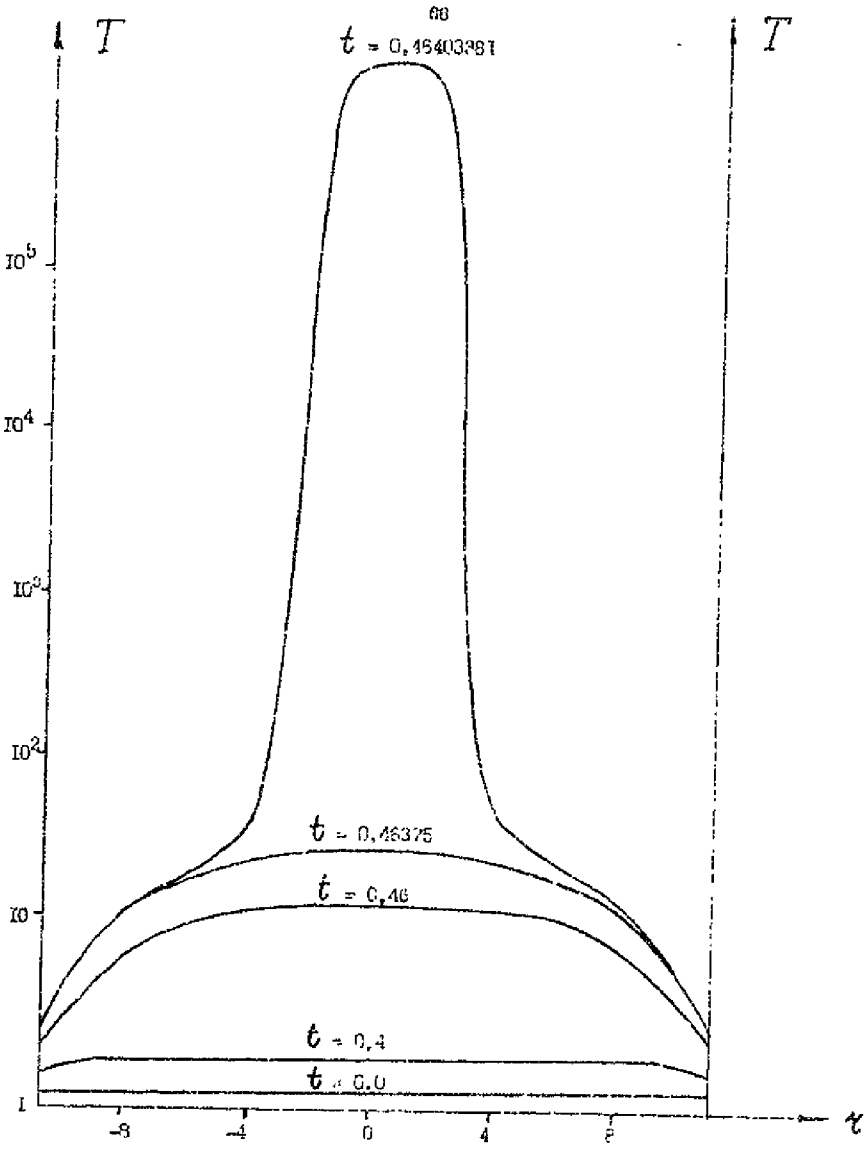
T
T
t = 0,46403381
t = 0,46375
t = 0,46
t = 0,4
t = 0,0
10^5
10^4
10^3
10^2
10
1
-8
-4
0
4
8
τ

Рис. II

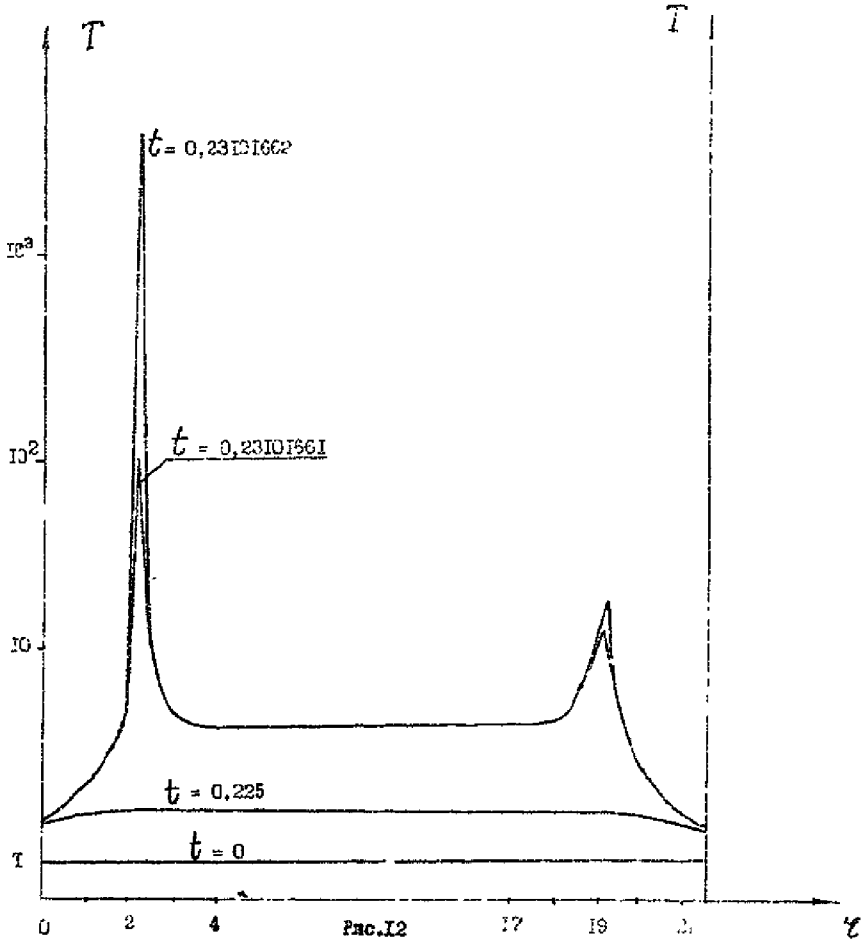
T
T
t = 0,23101662
t = 0,23101661
t = 0,225
t = 0
10^3
10^2
10
1
0
2
4
17
19
τ

Рис.I2

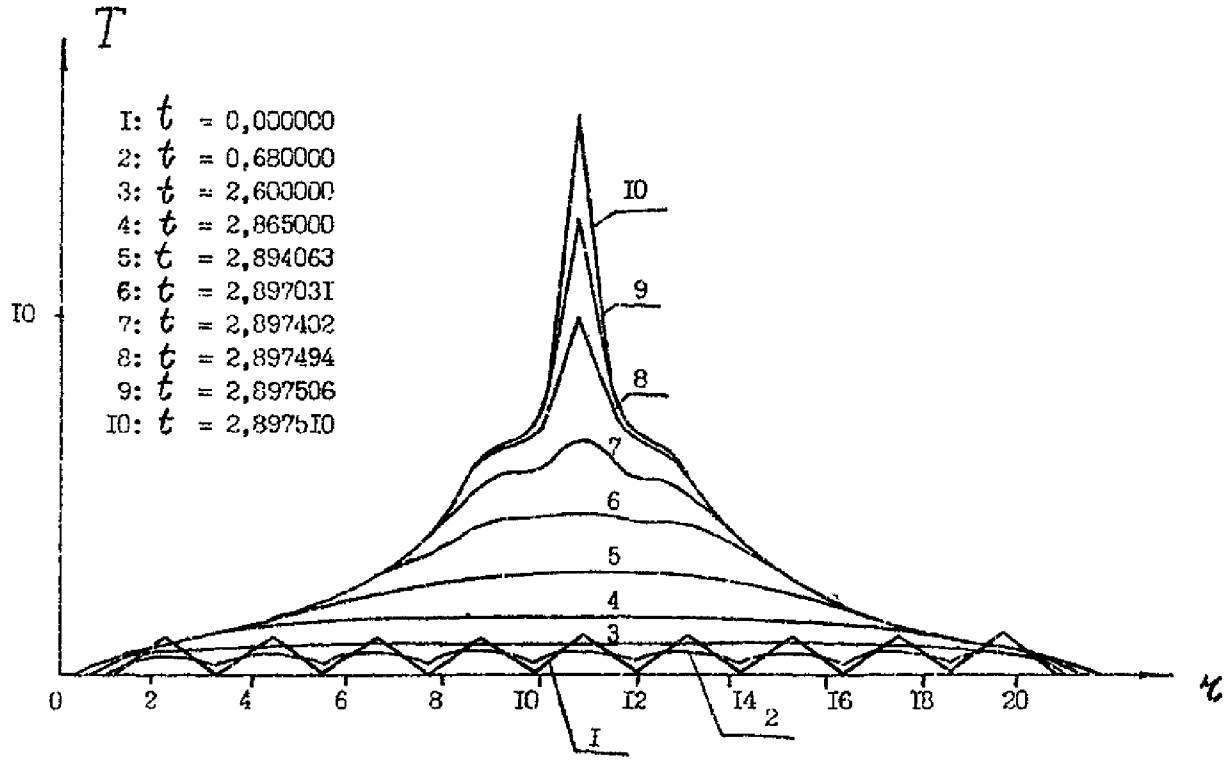
T
I: t = 0,000000
2: t = 0,680000
3: t = 2,600000
4: t = 2,865000
5: t = 2,894063
6: t = 2,897031
7: t = 2,897402
8: t = 2,897494
9: t = 2,897506
I0: t = 2,897510
I0
0
2
4
6
8
I0
I2
I4
I6
I8
20
I
2
3
4
5
6
7
8
9
I0
η

Рис.I3

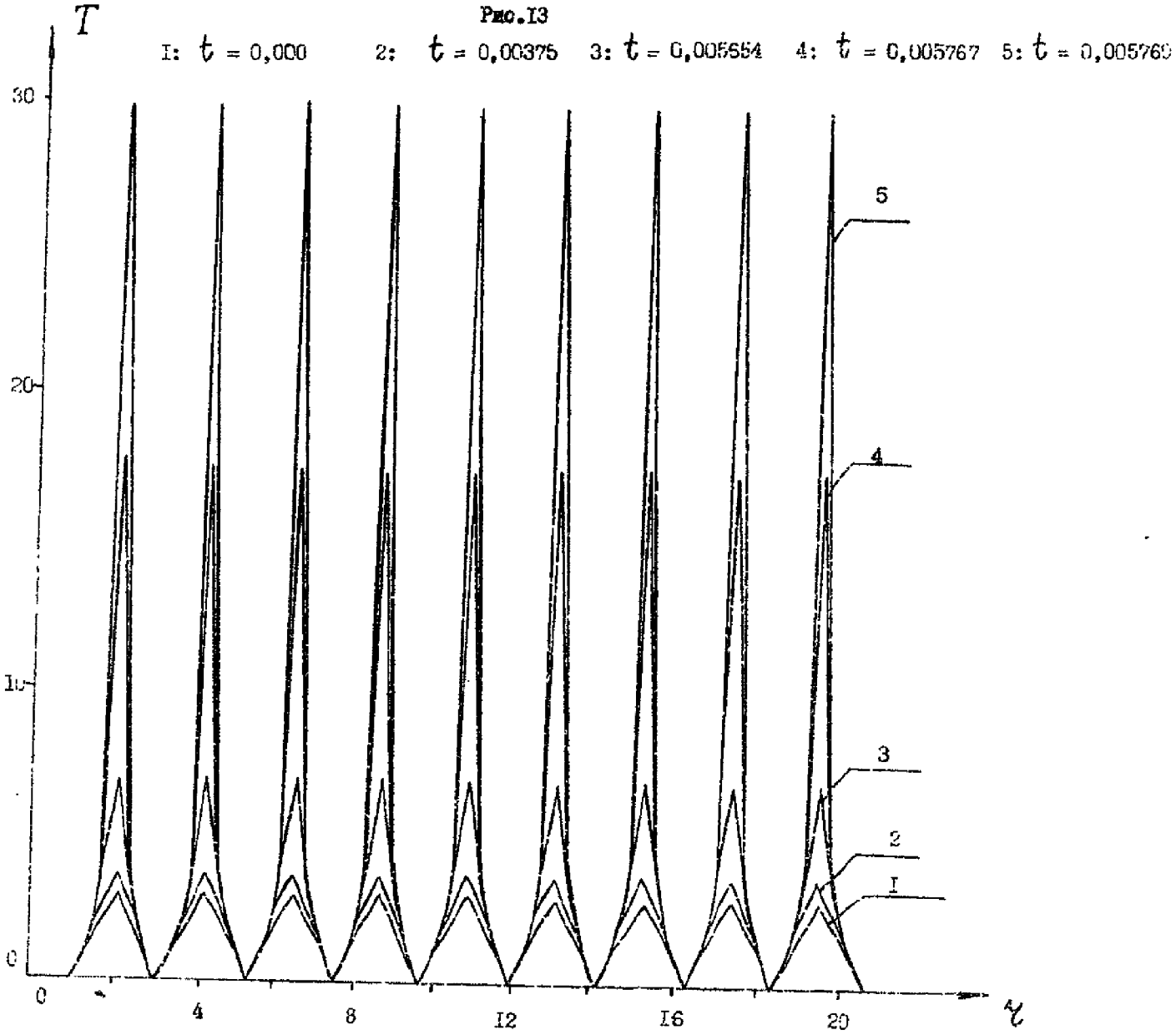
T
I: t = 0,000
2: t = 0,00375
3: t = 0,005654
4: t = 0,005767
5: t = 0,005769
30
20
10
0
0
4
8
I2
I6
20
η
I
2
3
4
5

Рис.I4