

ЛЮДИ СОВЕТСКОЙ НАУКИ**АНДРЕЙ НИКОЛАЕВИЧ ТИХОНОВ***(К 70-летию со дня рождения)*

30 октября 1976 года исполняется 70 лет со дня рождения одного из крупнейших математиков нашего времени Героя Социалистического Труда, лауреата Ленинской и Государственной премий, академика Андрея Николаевича Тихонова.

А. Н. Тихонову принадлежат фундаментальные результаты по многим разделам современной математики и ее приложений: по теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, по топологии и функциональному анализу, по вычислительной математике и математической физике, по математическим вопросам геофизики и электродинамики.

Научное творчество А. Н. Тихонова представляет собой яркий образец сочетания великолепных достижений в самых абстрактных областях «чистой» математики с глубокими исследованиями математических проблем, непосредственно связанных с нуждами практики.

Родиной Андрея Николаевича является город Гжатск (ныне город Гагарин) Смоленской области. А. Н. Тихонов окончил экстерном среднюю школу и в 1922 году поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. В 1927 году после окончания университета Андрей Николаевич поступает в аспирантуру Института математики МГУ.

С 1936 года А. Н. Тихонов является профессором Московского университета.

В 1939 году Андрея Николаевича избирают членом-корреспондентом Академии наук СССР.

В 1953 году за выдающиеся работы по математической физике А. Н. Тихонову было присвоено почетное звание Героя Социалистического Труда и присуждена Государственная премия первой степени.

В 1966 году за выдающиеся работы, посвященные решению некорректно поставленных задач, А. Н. Тихонову была присуждена Ленинская премия. В том же году он был избран действительным членом (академиком) Академии наук СССР.

В настоящее время А. Н. Тихонов является заместителем директора Института прикладной математики АН СССР, деканом факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ и возглавляет на этом



факультете крупнейшую кафедру — кафедру вычислительной математики.

Дадим краткую характеристику самых главных научных достижений Андрея Николаевича.

Первый и самый ранний период его научного творчества был посвящен топологии и функциональному анализу. Восемнадцатилетним юношей А. Н. Тихонов получил свой первый топологический результат, заключающийся в доказательстве того, что всякое регулярное топологическое пространство со счетной базой является нормальным (и, стало быть, метризуемым). Через два года после этого появились результаты, принесшие А. Н. Тихонову мировую известность. Прежде всего он нашел определение топологического произведения любого множества бикомпактных пространств. В математике зачастую нахождение правильного определения играет решающую роль во всей теории. Используя найденное определение, А. Н. Тихонов доказал замечательную теорему о том, что произведение (в его смысле) любого множества бикомпактных топологических пространств всегда является бикомпактным топологическим пространством. «Тихоновская топология», лежащая в основе указанного определения, прочно вошла в арсенал основных понятий современной математики. Работы А. Н. Тихонова по теории бикомпактных расширений топологических пространств позволяют считать их автора одним из выдающихся топологов нашего времени.

Топологические результаты А. Н. Тихонова являются основополагающими для всей современной топологии, для теории топологических групп, для ряда важных разделов функционального анализа, а также для важной области прикладной математики — динамического программирования.

Второй период научного творчества А. Н. Тихонова посвящен изучению общих вопросов дифференциальных уравнений и исследованию ряда актуальных задач геофизики и электродинамики.

Первые исследования Андрея Николаевича по теории уравнений в частных производных относятся к исследованию задачи Коши для уравнения теплопроводности. А. Н. Тихонов нашел в определенном смысле окончательное условие, обеспечивающее единственность решения $u(x, t)$ задачи Коши для уравнения теплопроводности в бесконечной области:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x, t) e^{-cx^2} = 0.$$

В это же время А. Н. Тихонов поставил и исследовал обратную задачу теплопроводности. Он доказал замечательную теорему о том, что решение $u(x, t)$ уравнения теплопроводности в области $x > 0$, $-\infty < t < t_0$, определяется однозначно по заданному значению $u(x, t_0) = \varphi(x)$, если хотя бы одна производная решения по координате равномерно ограничена. Появление этих исследований было стимулировано фундаментальной геофизической задачей об определении геологического климата земли.

Идеи, заложенные в работах А. Н. Тихонова, посвященных задаче Коши для уравнения теплопроводности, нашли развитие в исследованиях ряда математиков (Видер, О. А. Ладыженская, О. А. Олейник, И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов и др.).

Дальнейшие исследования А. Н. Тихонова в области уравнений с частными производными были посвящены сравнению областей, для которых разрешимы (в классическом смысле) первая краевая задача для уравнения теплопроводности и задачи Дирихле для уравнений Лапласа и Гельмгольца.

Определив фундаментальную область как такую, для которой разрешима (в классическом смысле) соответствующая задача, А. Н. Тихонов доказал следующие утверждения: 1) всякая ограниченная область, фундаментальная для уравнения теплопроводности, является также фундаментальной областью и для уравнения Лапласа; 2) всякая фундаментальная область для уравнения $\Delta u - \bar{\lambda}u = 0$ при некотором $\bar{\lambda} \geq 0$ является также фундаментальной областью для уравнения $\Delta u - \lambda u = 0$ при любом $\lambda \geq 0$; 3) всякая область, фундаментальная для уравнения $\Delta u - \lambda u = 0$ при любом λ , превосходящем некоторое λ_0 , является фундаментальной для уравнения теплопроводности.

Указанные исследования А. Н. Тихонова были продолжены другими математиками: в 1949 году О. А. Олейник и Г. Таутц доказали, что область, фундаментальная для уравнения Лапласа, является фундаментальной и для общего эллиптического уравнения второго порядка с достаточно гладкими коэффициентами; в 1959 году В. А. Ильин доказал, что цилиндрическая область является фундаментальной для самосопряженного гиперболического или параболического уравнения второго порядка всякий раз, когда сечение этой области является фундаментальной областью для уравнения Лапласа.

Завершением указанных исследований А. Н. Тихонова послужила его докторская диссертация, защищенная им в 1936 году. В ней было введено понятие функционального уравнения типа Вольтерра и изучены условия применимости для решения этого уравнения метода последовательных приближений Пикара и метода полигональных приближений Коши—Липшица.

В качестве приложений был рассмотрен ряд задач для уравнения теплопроводности и, в частности, задача об остывании тела при лучевом излучении с поверхности, следующем закону Стефана—Больцмана. Эти результаты А. Н. Тихонова были использованы В. Г. Фесенковым при исследовании свойств поверхности луны.

К этому же периоду творчества А. Н. Тихонова примыкают его исследования, посвященные вопросам геофизики и электродинамики.

А. Н. Тихонов построил строгую математическую теорию термопары, изучил влияние радиоактивного распада на температуру земной коры, решил многие задачи, связанные с развитием теории и методики использования электромагнитных полей для изучения внутреннего строения земной коры (и, в частности, для разведки полезных ископаемых).

Следует подчеркнуть, что при изучении указанных задач принципиальную роль играет рассмотренная А. Н. Тихоновым проблема устойчивости обратных задач. Для доказательства единственности указанных обратных задач А. Н. Тихонов изучил вопрос о возможности определения коэффициента $\alpha(z)$ в уравнении $u'' + \lambda\alpha(z)u = 0$ ($u(\infty) = 0$) по заданной функции

$$f(\lambda) = \frac{u'(0, \lambda)}{u(0, \lambda)}.$$

А. Н. Тихонов решил этот вопрос для комплексных значений параметра λ при условии кусочной аналитичности $\alpha(z)$.

Особо следует отметить, что в этом цикле работ А. Н. Тихонова впервые были получены фундаментальные математические результаты, относящиеся к задаче о восстановлении линейного дифференциального оператора по свойствам его спектра. Указанные результаты А. Н. Тихонова предшествовали известным работам И. М. Гельфанда, М. Г. Крейна, Б. М. Левитана и В. А. Марченко.

К несколько более позднему времени относится цикл работ А. Н. Тихонова по электродинамике, выполненных им в соавторстве с А. А. Самарским. Важнейшими в этом цикле являются работы по возбуждению электромагнитных колебаний в радиоволноводах, в которых обоснован общий метод построения функции Грина для системы уравнений Максвелла в цилиндрической области с произвольным сечением, и особенно работы, посвященные принципу предельной амплитуды, согласно которому при определенных условиях единственное решение уравнения Гельмгольца в неограниченной области может быть определено как предел при $t \rightarrow \infty$ решения соответствующей задачи Коши для волнового уравнения. Эти последние исследования были продолжены А. Г. Свешниковым, О. А. Ладыженской, В. П. Михайловым и другими математиками.

Большой заслугой А. Н. Тихонова является то, что он первым еще в 1948 году начал изучать вопрос о поведении решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Им были изучены системы вида

$$\begin{aligned} \frac{dy_i}{dt} &= f_i(t, y, z) \quad (i=1, 2, \dots, n); \\ \mu_j \frac{dz_j}{dt} &= F_j(t, y, z) \quad (j=1, 2, \dots, m), \end{aligned}$$

где μ_j — малые параметры, удовлетворяющие условию $\mu_{j+1} \leq \mu_j$, и такие, что при $\mu \rightarrow 0$ существует предел отношения $\mu_{j+1}(\mu)/\mu_j(\mu)$. Для таких систем А. Н. Тихонов дал общую постановку задачи Коши и установил критерии, при выполнении которых решения исходной системы стремятся к решению вырожденной системы при стремлении параметров к нулю.

Эти фундаментальные исследования А. Н. Тихонова были продолжены его учениками, среди которых в первую очередь следует отметить А. Б. Васильеву, построившую асимптотику решения по малому параметру, и В. М. Волосова, получившего ряд результатов по теории нелинейных колебаний.

А. Н. Тихонов является выдающимся специалистом по вычислительной математике и математической физике. Под руководством А. Н. Тихонова создано и теоретически исследовано большое число алгоритмов решения различных задач геофизики, электродинамики, физики плазмы, газовой динамики, динамики сорбции и др. Коллективом, возглавляемым А. Н. Тихоновым и А. А. Самарским, методами математического моделирования с использованием ЭВМ в результате численного исследования процесса расширения плазменного столба в магнитном поле было открыто новое физическое явление образования высокотемпературного слоя плазмы, получившего название «эффект Т-слоя».

К большим заслугам в области вычислительной математики следует отнести разработанную А. Н. Тихоновым совместно с А. А. Самарским теорию однородных разностных схем. Эта теория нашла важные и многочисленные практические приложения.

Одним из наиболее ярких достижений всей современной математики является разработанный А. Н. Тихоновым метод решения некорректно поставленных задач. В огромном цикле работ, опубликованном в 1963—1976 годах, А. Н. Тихоновым выделен фундаментальный класс регулируемых некорректно поставленных задач и обоснован эффективный метод решения таких задач, названный им методом регуляризации.

Андрей Николаевич применил свой метод регуляризации для решения большого количества как фундаментальных общематематических,

так и актуальных прикладных задач. В частности, тихоновским методом регуляризации были решены задача об отыскании решения интегрального и операторного уравнения первого рода, обратные задачи теории потенциала и теплопроводности, задача об аналитическом продолжении функции, задача о приближенном вычислении функции и ее производных до некоторого порядка по возмущенным в l_2 значениям ее коэффициентов Фурье, некорректные задачи линейной алгебры, ряд задач математической экономики и теории оптимального регулирования, актуальные задачи оптической и нейтронной спектроскопии и многие другие.

Разработанные А. Н. Тихоновым методы решения задач математической физики и вычислительной математики (и, в частности, методы регуляризации некорректно поставленных задач) весьма эффективны для реализации на электронных вычислительных машинах.

Краткий обзор основных научных достижений Андрея Николаевича Тихонова дает представление о широте и глубине его научных интересов.

Андрей Николаевич является не только выдающимся ученым, но и блестящим педагогом, создателем большой научной школы, представляющей многие направления современной математической науки. Многие ученики Андрея Николаевича уже сами стали известными учеными, членами союзной и республиканских академий наук, профессорами и докторами наук.

Академик А. И. Тихонов является примером ученого, получающего первоклассные математические результаты на протяжении более пятидесяти лет. Он полон энергии, новых творческих замыслов, обладает завидной работоспособностью.

Те, кому посчастливилось быть учениками Андрея Николаевича, через всю жизнь пронесут чувство глубокой благодарности к справедливому и бескомпромиссно строгому учителю, научившему их доказывать не просто новые математические теоремы, а стремиться к получению окончательных, завершающих исследование результатов, к установлению принципиально новых математических фактов, имеющих не только общематематическое значение, но и прокладывающих новые пути в применении математических методов к исследованию фундаментальных проблем естествознания.

Пожелаем Андрею Николаевичу доброго здоровья, новых блестящих успехов и счастья.

*А. В. БИЦАДЗЕ, В. А. ИЛЬИН,
А. А. САМАРСКИЙ, А. Г. СВЕШНИКОВ*