

31



ПРЕПР.

0-23

ОРДЕНА ЛЕНИНА  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
АКАДЕМИИ НАУК СССР

Л.Н.Бусурина, П.П.Волоосевич, Д.Г.Гордзаниани,  
А.А.Иванов, Г.В.Меладзе, Е.И.Леванов, С.Н.Курдюмов,  
Ш.С.Николайшвили, Ю.П.Попов, А.А.Самарский

**ОБРАЗОВАНИЕ И РОЛЬ Т-СЛОЯ  
В ПРОЦЕССЕ МГК-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ  
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЛИТИЕВОЙ ПЛАЗМЫ С  
МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

Препринт № 31      за 1974г

Москва

## Оглавление

	стр.
§ 1. Введение . . . . .	4
§ 2. Постановка задачи. Метод решения . . . . .	7
§ 3. Общее описание динамики процесса . . . . .	12
§ 4. Условие образования и развитие $T$ -олюя . . . . .	16
§ 5. Интегральные характеристики процесса . . . . .	19
§ 6. Некоторые данные по сравнению результатов расчетов с экспериментом . . . . .	21
§ 7. Основные выводы . . . . .	24

### Аннотация

Работа посвящена исследованию численными методами процесса расширения цилиндрического столба плазмы в магнитном поле из некоторого начального состояния. Результаты сравниваются с соответствующим экспериментом, проведенным в сухумском физико-техническом институте. Анализ результатов позволяет сделать вывод, что как в расчетах, так и в эксперименте наблюдается Т-слой — высокотемпературный самоподдерживающийся электропроводный слой газа. Возникновение Т-слоя увеличивает эффективность взаимодействия плазмы с магнитным полем и повышает к.п.д. МГД-преобразования энергии.

Расчеты и анализ результатов проводились совместно сотрудниками 3 отдела ИПМ АН СССР и ИПМ Тбилисского Государственного Университета.

## § I. Введение.

В настоящей работе численными методами исследуется процесс расширения цилиндрического столба электропроводного газа (плазмы) в магнитном поле из некоторого начального состояния. Выбор задачи обусловлен экспериментом, проведенным в сухумском физико-техническом институте М.И.Раевским. Постановка эксперимента и его результаты подробно описаны в работе [19].

Основные результаты эксперимента состоят в следующем.

1). Плазма с температурой порядка 10 эв и плотностью  $n \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$  создается в результате действия на титановую мишень, помещенную в вакууме, лазерного импульса с энергией в импульсе  $\sim 1$  дж и временем действия лазера  $10^{-9}$  сек. Образовавшаяся Титановая плазма начинает расширяться в вакуум и взаимодействовать с магнитным полем, причем характерное время процесса ( $10^{-6}$  сек) значительно больше времени действия лазерного импульса.

2). На начальной стадии процесса высокотемпературная плазма имеет большую электропроводность и вытесняет магнитное поле. С течением времени плазма охлаждается и магнитное поле свободно проникает в плазму. Эта стадия на СФР-граммах, полученных в эксперименте, характеризуется возникновением затемненной области вместо первоначальной ярко светящейся области.

3). На следующей стадии процесса на СФР-граммах наблюдается появление в слоях газа, ближайших к его внешней границе, двух светящихся областей разделенных темным промежутком. (см. ниже фиг. 24, на которой изображена  $\eta, t$  - диаграмма, срисованная с соответствующей СФР-граммы). Появление темной полосы автором [19] трактуется как  $T$ -слой - высокотемпературное образование, возникающее при определенных условиях при взаимодействии

электропроводного газа с магнитным полем. Темная полоса соответствует области с высокой температурой и низкой плотностью. Излучение из этой области имеет жесткий спектр частот. Светлые края соответствуют большим плотностям и более низким температурам: в них плазма излучает видимый свет.

4). С течением времени в силу наличия  $\mathcal{T}$ -слоя взаимодействие плазмы с магнитным полем усиливается. С некоторого момента начинается торможение плазмы. При этом, область  $\mathcal{T}$ -слоя тормозится сильнее: на СФР-грамах расстояние между затемненной полосой и внешней границей плазмы увеличивается.

Расчеты, описанные в настоящей работе, начинаются с того момента, когда образовавшаяся плазма заметно охлаждается благодаря разлету в вакуум, заполненный магнитным полем. Задача рассматривается в условиях осевой симметрии: силовые линии магнитного поля параллельны оси цилиндра.

Начальные значения массы плазмы  $M$ , полной энергии  $E_0$ , вложенной в систему, а также построенное начальное значение плотности  $\rho_0$  выбраны в соответствии с характерными значениями соответствующих величин из эксперимента [19]: температура порядка  $10^8$  <sup>циклонов частоты</sup>  $\sqrt{\text{порядка } 10^{19} \text{ см}^{-3}}$ , энергия порядка 1 дж, скорость разлета "цилиндрического факела" вдоль оси цилиндра  $v_z \sim 5 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$ , характерное время процесса  $t \sim 0,5 \cdot 10^{-6}$  сек. При этом, вместо титановой рассматривается литиевая плазма, свойства которой хорошо изучены. (см. [3] и ниже § 2). Расчеты проводились при различных значениях напряженности магнитного поля, заданной в вакууме при следующих начальных данных:  $M = 1,2 \cdot 10^{-7}$  г,  $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^2$ ,  $E_0 = 0,874 \cdot 10^{-1}$  дж, где масса  $M$  и энергия  $E_0$  рассчитаны на 1 радиан. Начальное распределение температуры и скорости задано характерным для разлетающей и охлаждающей

щейся плазмы: температура монотонно убывает по радиусу от оси симметрии к внешней границе плазмы  $r=r_N$  ( $T(0,0) = 10$  эв,  $T(r_N,0) = 0,2$  эв), а скорость нарастает ( $v(0,0) = 0$ ,  $v(r_N,0) = 17,5$  км/сек. см. ниже фиг.1). Некоторый произвол в начальном распределении функций  $T(r,0)$  и  $v(r,0)$  оправдан тем, что с течением времени характер процесса резко перестраивается. Ход процесса со временем не зависит от выбора начального распределения, что проверено соответствующими численными расчетами.

Постановка задачи и краткое описание метода расчета дается в § 2. §§ 3, 4 посвящены описанию динамики процесса на различных стадиях по времени. В § 5 даются интегральные характеристики процесса, из которых следует, что коэффициент полезного действия МГД-преобразования энергии при взаимодействии плазмы с магнитным полем достигает 50%. Сравнительно высокий к.п.д. обусловлен наличием высокотемпературного  $T$ -слоя, с помощью которого осуществляется интенсивное взаимодействие среды с магнитным полем даже при низких температурах в ней. В § 6 приводятся некоторые данные по сравнению с результатами расчетов с экспериментом [19]. Сравнение позволяет сделать вывод об экспериментальном подтверждении существования  $T$ -слоя. (см. также [16-18]). Основные выводы приводятся в § 7 настоящей работы.

Авторы благодарны М.И.Раевскому за постоянное и полезное обсуждение результатов, а также И.И.Галигуэвой и В.М.Марченко за обработку результатов.

## § 2. Постановка задачи. Метод решения.

I. Пусть в начальный момент времени  $t = 0$  плазма занимает бесконечно-длинный цилиндр радиуса  $r = r_0$ . Вне плазмы (в вакууме) и на ее границе задано магнитное поле, силовые линии которого параллельны оси цилиндра. При  $t > 0$  начинается процесс расширения электропроводного газа в вакуум и его взаимодействие с магнитным полем.

Задача о расширении электропроводной среды в осевом магнитном поле рассматривалась в работах [1, 2]. Ее теоретический анализ и решение численными методами на ЭВМ впервые привело к обнаружению явления  $T$ -слоя в магнитной гидродинамике — высокотемпературного, самоподдерживающегося слоя газа, связанного с фиксированными частицами среды. В работах [1, 2] соответствующая задача рассматривалась в идеализированной постановке. Предполагалось, что справедливо уравнение состояния идеального газа; удельная теплоемкость среды постоянна; электропроводность газа рассматривалась в виде, характерном для полностью ионизированной плазмы ( $\sigma \sim T^{3/2} \rho^{-1}$ ). Процесс теплопереноса учитывался условно в приближении нелинейной теплопроводности (с коэффициентом теплопроводности  $\kappa \sim T^3 \rho^{-1}$ ).

В настоящей работе учитываются "реальные" свойства плотной плазмы с температурой порядка нескольких электронвольт и ряд дополнительных физических процессов, возникающих при движении плазмы в магнитном поле: различная степень ионизации плазмы, электронная теплопроводность, возможное тепловое излучение. Предполагается, что в общем случае излучение может иметь сложный спектр энергий и не находится в равновесии с веществом. Основными процессами взаимодействия излучения с веществом являются фотоэффект и тор-

возное поглощение.

При сформулированных предположениях система уравнений магнитной гидродинамики с учетом конечной проводимости и теплопроводности должна решаться совместно со спектральным уравнением переноса излучения. Такая система – система уравнений радиационной магнитной гидродинамики (МРГД) – для случая осевой симметрии в лагранжевых массовых переменных имеет вид [3] :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = v \quad (1)$$

$$\rho z dz = dm \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -z \frac{\partial p}{\partial m} + \frac{1}{\rho} F \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\rho \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) - \frac{\partial}{\partial m} (W + W_{\text{и}}) + \frac{q}{\rho} \quad (4)$$

где  $t$  – время,  $\rho$  – плотность,  $v$  – скорость,  
 $z$  – пространственная эйлерова и  $m$  – лагранжева массовая координаты,  $p$  – давление,  $\varepsilon$  – внутренняя энергия единицы массы.

Поток энергии  $W$ , обусловленный электронной теплопроводностью равен:

$$W = -\kappa \rho z^2 \frac{\partial T}{\partial m} \quad (5)$$

где  $T$  – температура и  $\kappa = \kappa(T, \rho)$  – коэффициент теплопроводности.

В уравнение движения (3) и уравнение энергии (4) входят лоренцова сила  $F$  и джоулево тепло  $q$ , отнесенные к единице объема. Функции  $F$  и  $q$  имеют вид:

$$F = G E_{\varphi} \cdot H_z \quad (6)$$

$$Q = \sigma' E_{\varphi}^2 \quad (7)$$

где  $\sigma' = \sigma(T, \rho)$  - электрспроводность вещества,  $E_{\varphi}$  и  $H_z$  соответственно азимутальная и осевая компоненты напряженности электрического и магнитного поля.

Компоненты  $E_{\varphi}$  и  $H_z$ , измеренные в связанной с веществом системе координат, удовлетворяют уравнениям электромагнитного поля:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{H_z}{\rho} \right) = - \frac{\partial}{\partial m} (z E_{\varphi}) \quad (8)$$

$$E_{\varphi} = - \frac{z \rho}{4\pi \sigma'} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial m} \quad (9)$$

Функция  $W_{\Omega}$ , входящая в уравнение (4), представляет собой результирующий поток энергии излучения, который выражается через спектральную плотность потока в виде интеграла по телесному углу  $\Omega$ , характеризующему направление полета фотонов, и частоте  $\nu$ :

$$W_{\Omega} = z \int_0^{\infty} \int_{(4\pi)} (\bar{\Omega} \cdot \frac{\bar{z}}{z}) I(\bar{z}, \bar{\Omega}, \nu) d\Omega d\nu \quad (10)$$

Спектральная интенсивность излучения  $I$  удовлетворяет уравнению переноса фотонов. В предположении квазистационарности поля излучения и локально-термодинамического равновесия вещества в многогрупповом приближении уравнение переноса излучения имеет вид:

$$\bar{\Omega} \nabla I_k + \alpha_k I_k = \frac{\alpha_k}{\pi} G_k T^4, \quad G_k = \int_{\nu_k}^{\nu_{k+1}} I_p(\nu) \frac{d\nu}{T^4} \quad (11)$$

где  $k$  - индекс группы,  $\alpha_k$  - средний коэффициент поглощения для группы с учетом переизлучения,  $I_p(\nu)$  - спектральная интенсивность равновесного излучения. Рассеянием света,

а также плотностью энергии и давлением излучения пренебрегается.

2. Краевые условия для системы уравнений (I) - (9) при  $z=0$  следуют из условия симметрии задачи:

$$v(0,t) = 0, \quad \left. \frac{\partial H_z}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad W(0,t) = 0 \quad (I2)$$

На внешней границе плазмы  $z=z_N(t)$  задаются условия вакуума, а магнитное поле поддерживается постоянным во все время процесса:

$$P(z_N, t) = 0, \quad H_z(z_N, t) = H_{z_0} = \text{const}, \quad W(z_N, t) = 0 \quad (I3)$$

Граничные условия для системы уравнений переноса (II) - поток излучения из вакуума равен нулю:

$$W_{H(-)} = 0 \quad (I4)$$

Начальные значения температуры и скорости при  $t=0$  предполагаются распределенными по массе плазмы в соответствии с оооо-ражениями, изложенными в § I. Начальная плотность среды постоянна, магнитное поле внутри плазмы при  $t=0$  отсутствует:

$$v(m, 0) = v_0(m), \quad T(m, 0) = T_0(m), \quad \rho(m, 0) = \rho_0 = \text{const}, \quad H_z(m, 0) = 0 \quad (I5)$$

3. Задача (I) - (I5) решается численно методом конечностей разностей. Для уравнений газодинамики и электромагнитного поля в основу разностных схем положены полностью консервативные схемы [4], [5], обеспечивающие выполнение баланса полной энергии и детального баланса между отдельными видами энергии (внутренней, кинетической, магнитной). При этом, рассматриваются чисто неявные разностные схемы, которые решаются итерационным методом последовательных прогонок [6] в сочетании с совместным решением уравнения энергии (4) и уравнения переноса (II) методом, изложенным в

[7-9] . (см. также [3] ). При решении разностных аналогов уравнений (4), (8) и (9) используется потоковый вариант прогонки [10] . Уравнения состояния ( $\rho = \rho(\rho, T)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$ ), электропроводность ( $\sigma = \sigma(\rho, T)$ ), коэффициент электронной теплопроводности ( $\kappa = \kappa(\rho, T)$ ), а также коэффициенты поглощения ( $\alpha_x = \alpha_x(\rho, T)$ ) определяются путем интерполяции по таблицам, полученным на основе квантово-механических расчетов, учитывающих выше перечисленные свойства плазмы. [11-13] . Расчеты свойств плотной низкотемпературной плазмы наиболее подробно были проведены для лития и использовались ранее при решении задач о сильноточном излучающем разряде [3, 14] . Литиевая плазма рассматривается и в настоящей работе.

### § 3. Общее описание динамики процесса.

I. В начальный момент  $t = 0$  температура и скорость плазмы распределены по пространству как указано на фиг. I. Начальная плотность постоянна  $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ , внешний радиус  $z_N = 0,035 \text{ см}$ . Рассматривались несколько вариантов задачи, отличающихся друг от друга различными значениями напряженности магнитного поля на внешней границе плазмы  $z = z_N$ . Во всех рассмотренных вариантах задачи аналогично [1, 2], процесс расширения электропроводного газа в магнитном поле разделяется на две качественно отличные друг от друга стадии. Последовательные стадии развития процесса во времени представлены на фиг. 2 - 16. На фиг. 2 - 7 даны распределения по массе профилей функций температуры  $T(m, t)$ , плотности  $\rho(m, t)$ , скорости  $v(m, t)$ , напряженности магнитного поля  $H_z(m, t)$ , плотности тока и электропроводности  $\sigma(m, t)$  для  $H_{z_0} = 2 \text{ кэ}$ . На фиг. 8 приведено аналогичное распределение функций  $T(z, t)$  (сплошная линия) и  $\rho(z, t)$  (штрих-пунктирная линия) по радиусу для того же значения  $H_{z_0}$ . На фиг. 9 - 14 представлено распределение функций  $T(m, t)$ ,  $\rho(m, t)$  и  $v(m, t)$  по массе для различных моментов времени соответственно для граничных значений поля  $H_{z_0} = 5 \text{ кэ}$  и  $H_{z_0} = 10 \text{ кэ}$ . На фиг. 15 для  $H_{z_0} = 2 \text{ кэ}$  и на фиг. 16 для  $H_{z_0} = 10 \text{ кэ}$  дано распределение по массовой координате локального джоулева нагрева  $\frac{q}{\rho}$  (сплошная линия) и абсолютной величины работы разрежения газа  $B = -\rho \frac{q}{\sigma t} \left( \frac{1}{\rho} \right)$  (штрих-пунктирная линия) рассчитанные на единицу массы. На всех графиках фиг. 2 - 16 различные моменты времени указаны цифрами, где время измеряется в  $10^{-5}$  сек.

Анализ показывает, что для всех рассмотренных граничных значений переменности магнитного поля  $H_z(z_N, t) = H_{z_0}$  качественная

картина развития процесса одинакова.

На начальной стадии внешняя граница цилиндрического столба плазмы, не испытывая сопротивления, ускоряется ( $\nabla \cdot \vec{H} = 0$ ,  $P = 0$ ). Прилегающие к внешней границе слои газа расширяются и охлаждаются, магнитное поле постепенно проникает в плазму.

Движение газа приводит к появлению в нем индуцированных токов. Вначале процесса работа расширения преобладает над джоулевым нагревом, потери на излучение и электронная теплопроводность невелики. Разлет газа в вакуум на первой стадии близок к адиабатическому.

С течением времени в частицах газа (близких к внешней границе) возникает наиболее интенсивное выделение джоулева тепла, которое становится на порядок больше работы расширения (см. фиг. 15 и 16). Это приводит к перестройке процесса. В некоторый момент времени (различный для различных значений  $H_{z_0}$ ) возникает локальный рост температуры, т.е. появляется  $T$ -слой. При этом, в зоне "пика" температуры имеется "провал" плотностей: по краям "пика" плотность значительно выше, чем в области повышенной температуры (см. фиг. 8). По мере расширения газа наступает такой момент, когда лоренцова сила  $F$  превосходит силу, обусловленную градиентом давления газа. Вследствие этого внешние слои газа начинают тормозиться и разогреваться благодаря интенсивному выделению джоулева тепла. На фиг. 17 - 19 представлены  $z, t$ -диаграммы, где даны законы движения со временем внешней границы плазмы ( $z = z_N(t)$ ) и границы  $T$ -слоя, за которую условно выбрана точка максимума температуры в  $T$ -слое для различных значений  $H_{z_0}$ . Торможение газа приводит к появлению волны сжатия, распространяющейся к оси цилиндра. С течением времени интенсивность роста температуры в  $T$ -слое уменьшается: температура стремится к некоторому постоянному значению. На фиг. 20 представлены графики изме-

нения максимального значения температуры в  $T$ -слое со временем для различных граничных значений напряженности магнитного поля  $H_{z_0}$ .

Анализ расчетов показывает, что электронная теплопроводность пренебрежимо мала во все время процесса. Определяющую роль в ограничении роста температуры в  $T$ -слое играет излучение. На фиг. 2I для случая  $H_{z_0} = 5 \text{ кэ}$  приведены графики изменения со временем максимума температуры в  $T$ -слое (сплошная линия) и абсолютной величины максимума локального энерговыделения

$q_{\text{ч}} = -\frac{1}{\rho} \text{div } \vec{W}_{\text{ч}}$  в единицу массы (штрих-пунктирная линия), обусловленного тепловым излучением. Из фиг. 2I видно, что в начальные моменты времени после образования  $T$ -слоя пока излучение мало наблюдается резкий рост температуры в слое. В дальнейшем с повышением температуры возрастает абсолютная величина  $q_{\text{ч}}$ , которая приводит к установлению максимума температуры в  $T$ -слое.

Количественная характеристика процесса в зависимости от различных граничных значений магнитного поля  $H_z(z_N, t) = H_{z_0}$  дается графиками на фиг. 2 - 4, 9 - II, 12 - 20, а также таблицей I. В таблице I приведены моменты времени образования и начала торможения  $T$ -слоя, радиус начального положения  $T$ -слоя и максимальные значения радиуса положения  $T$ -слоя и внешней границы плазмы, а также время прихода волны сжатия (ударной волны) в центр для различных значений  $H_{z_0}$ .

С ростом значений  $H_{z_0}$  взаимодействие плазмы с магнитным полем усиливается. С образованием  $T$ -слоя эффективность такого взаимодействия увеличивается вследствие высокой электропроводности слоя. При этом, чем больше значение  $H_{z_0}$ , тем раньше образуется  $T$ -слой, больше эффективность взаимодействия и раньше наступает торможение внешних слоев газа.

$H_{z_0}$ (в кэ )	Среднее время начала возникновения Т - слоя ( в $10^{-6}$ сек)	Время начала торможения плазмы ( в $10^{-6}$ сек)	Радиус начального положения Т - слоя ( в см.)	Максимальный радиус положения Т - слоя ( в см )	Максимальный радиус внешней гр. плазмы ( в см )	Время движения волны скатя до центра ( в $10^{-6}$ сек)
2	0,41	1,2	1,9	3,8	4,5	0,9
5	0,21	0,48	0,95	1,7	2,2	0,28
10	0,13	0,28	0,6	0,9	1,32	0,12

Таблица I

#### § 4. Условия образования и развития $T$ -слоя.

I. Как уже отмечалось ранее  $T$ -слой образуется в тех слоях газа, где Джоулев нагрев начинает значительно превышать работу расширения газа. В работе [2] показано, что условия образования  $T$ -слоя характеризуются магнитногидродинамическими безразмерными параметрами подобия — магнитным числом Рейнольдса

$$Re_m = 4\pi\sigma v z \quad (16)$$

числом магнитного давления

$$R_H = \frac{H^2}{8\pi \cdot \rho v^2} \quad (17)$$

и параметром магнитогидродинамического взаимодействия

$$R_M = Re_m \cdot R_H \quad (18)$$

В формулах (16), (17)  $\sigma$ ,  $v$ ,  $z$ ,  $H$  и  $\rho$  есть соответственно характерные значения электропроводности скорости, радиуса, напряженности магнитного поля и плотности в точке, где появляется локальное повышение температуры.

$T$ -слой образуется в том месте среды, где параметр магнитогидродинамического взаимодействия по порядку величины становится большим или равным единице

$$R_M \approx 1 \quad (19)$$

В таблице 2 приведены значения магнитогидродинамических параметров  $Re_m$ ,  $R_H$  и  $R_M$  на моменты времени, между которыми образуется локальное повышение температуры. Первоначальное малое возмущение температурного фона обусловлено перегривной неустойчивостью [15].

Выше уже отмечалось, что с течением времени максимум темпе-

$H_{z_0}$ ( в кэ )	Границы времени образования Т - слоя ( в $10^{-6}$ сек)	$R_{em}$	$R_H$	$R_M$
2	0,408	2,4	0,17	0,41
	0,416	4,1	0,3	1,3
5	0,208	1,5	0,38	0,6
	0,216	3,5	0,46	1,6
10	0,128	1,2	0,5	0,56
	0,144	4,5	1,2	5,1

Таблица 2

ратуры в  $T$ -слое выходит на некоторое постоянное значение.

Прекращение роста температуры в  $T$ -слое обусловлено интенсивным локальным излучением из области повышенной температуры. При этом, максимальное значение абсолютной величины  $q_u = -\frac{1}{\rho} \operatorname{div} \bar{W}_u$  находится в точке максимума температуры в  $T$ -слое.

### § 5. Интегральные характеристики процесса.

Энергетический баланс расширяющегося цилиндрического столба плазмы массы  $M$  на текущий момент времени  $t$  выражается соотношением

$$E_0 = E_t - Q_{гж} - Q_u - \int_0^t \int_0^M \frac{1}{\rho} F \cdot v \, dm \, dt, \quad (22)$$

где

$$E_t = \int_0^M \left( \mathcal{E} + \frac{v^2}{2} \right) dm \quad (23)$$

сумма внутренней и кинетической энергии всей массы газа  $M$  на момент времени  $t$ ,  $\mathcal{E}$  - значение энергии  $E_t$  в начальный момент  $t=0$ ,

$$Q_{гж} = \int_0^t \int_0^M \frac{q}{\rho} \, dm \, dt \quad (24)$$

джоулево тепло, выделенное по всей массе  $M$  за время  $t$ ,

$$Q_u = \int_0^t \int_0^M q_u \, dm \, dt \quad (25)$$

потери энергии плазмой на излучение к моменту времени  $t$ ,  
 $F$  - лоренцова сила.

Разность  $E_0 - E_t$  представляет собой полезную работу, совершаемую в процессе расширения электропроводного газа в магнитном поле. Из (22) следует, что при  $E_0 - E_t > 0$  энергию отдает газ, а при  $E_0 - E_t < 0$  газ получает энергию от магнитного поля.

Для характеристики процесса с точки зрения преобразования энергии обычно вводятся безразмерные параметры - полный коэффици-

ент полезного действия.

$$\zeta = \frac{E_0 - E_t}{E_0} \quad (26)$$

и т.н. электрический коэффициент полезного действия

$$\zeta_{эл} = \frac{E_0 - E_t}{E_0 - E_t + Q_{дж} + Q_{и}} \quad (27)$$

Значение  $\zeta$  характеризует величину энергии, отданной внешнему магнитному полю. Электрический к.п.д.  $\zeta_{эл}$  характеризует степень изэнтропичности процесса. Более выгодным с точки зрения МГД-преобразования энергии является такой процесс, в котором доля  $Q_{дж}$  и доля потери энергии на излучение  $Q_{и}$  малы по отношению к изменению  $E_0 - E_t$ .

На фиг. 22 и 23 для различных значений  $H_{z_0}$  приведены соответственно графики изменения полного ( $\zeta$ ) и электрического ( $\zeta_{эл}$ ) коэффициентов полезного действия со временем. Графики показывают, что во всех вариантах задачи высокое значение электропроводности в  $T$ -слое и его сравнительно небольшая толщина приводят к относительному уменьшению выделения джоулева тепла и увеличению к.п.д. процесса  $\zeta$  и  $\zeta_{эл}$ , которые имеют при  $H_{z_0} = 2 \text{ кэ}$  максимальные значения  $\zeta \approx 0,55$ ,  $\zeta_{эл} \approx 0,6$ , при  $H_{z_0} = 5 \text{ кэ}$  максимальные значения  $\zeta \approx 0,5$ ,  $\zeta_{эл} = 0,58$  и при  $H_{z_0} = 10 \text{ кэ}$  максимальные значения  $\zeta \approx 0,42$ ,  $\zeta_{эл} \approx 0,48$ , т.е. в среднем к.п.д. составляет 50%. Расчеты показывают, что потери на излучение в общем энергетическом балансе невелики: максимальное значение отношения  $|Q_{и}| / Q_{дж}$  составляет не более 0,03 - 0,05 во всех вариантах задачи.

§ 6. Некоторые данные по сравнению результатов расчетов с экспериментом.

Экспериментальные доказательства существования  $T$ -слоя приведены в работах [16-18].

В настоящей работе можно говорить в основном о качественном совпадении результатов расчетов с результатами эксперимента [19]. Это в первую очередь объясняется различными свойствами вещества, рассматриваемого в эксперименте (титан) и в соответствующих расчетах (литий).

1. На качественное совпадение характера процессов указывает сравнение  $\zeta, z$ -диаграмм, представленных на фиг.17 - 19 по результатам расчетов и помещенной ниже на фиг.24  $\zeta, z$ -диаграммы срисованной с СФР-диаграммы, приведенной в [19]. Из фиг.24 видно торможение со временем внешней границы плазменного столба и закон движения  $T$ -слоя. Заметим, что из результатов эксперимента следует, что "пик" температуры приходится на затемненную область, расположенную между двумя светящимися линиями, которые соответствуют значениям высокой плотности (ср. с фиг.8). Из расчетов же следует, что наибольшее значение абсолютной величины

$q_u$  находится в точках, где максимальна температура. Последнее объясняется тем, что видимый свет излучается на границах

$T$ -слоя, где высока плотность и сравнительно низка температура. Зона высокой температуры и малой плотности соответствует жесткому спектру излучения.

2. На фиг.25 для различных значений  $H_{z_0}$  представлены графики зависимости величины  $e_{17}(\zeta_{Nmax} - \zeta_N)$  от времени, где

$\zeta_{Nmax}$  - максимальный радиус внешней границы,  $\zeta_N$  - текущий радиус внешней границы до момента торможения плазмы. Из

фиг.25 следует, что при любом  $H_{z_0}$  каждая из соответствующих кривых хорошо аппроксимируется двумя прямыми с различным наклоном: прямая с меньшим наклоном аппроксимирует часть кривой до момента начала интенсивного роста температуры в  $T$ -слое (эти моменты для различных  $H_{z_0}$  отмечены штрих-пунктирной линией на фиг.25), а прямая с большим наклоном – часть кривой в последующие моменты времени. Аналогичные результаты получены в эксперименте [19].

3. В таблице 3 приведена некоторая количественная характеристика процессов, составленная по результатам расчетов на ЭВМ и эксперимента для различных значений магнитного поля на границе  $H_{z_0}$ .

Из таблицы 3 следует, что значения времени торможения плазмы  $t_{\text{торм}}$  и максимальный радиус ее внешней границы  $r_{N\text{max}}$ , полученные в расчетах, по порядку величины близки к экспериментальным. Отметим, что в эксперименте при граничных значениях напряженности магнитного поля  $0,75 \text{ кэ} \leq H_{z_0} \leq 3 \text{ кэ}$  комбинация  $r_{N\text{max}}^3 \cdot H_{z_0}^2$  примерно постоянна. Численное значение соответствующей комбинации, полученное в расчетах для  $H_{z_0} = 2 \text{ кэ}$  близко к экспериментальному. При больших значениях  $H_{z_0}$  комбинация  $r_{N\text{max}}^3 \cdot H_{z_0}^2$  также имеет примерно постоянное значение, но отличное от случая меньших полей. Комбинация вида  $r_{T.C.}^3 \cdot H_{z_0}^2$  оказывается близкой к постоянной при всех рассмотренных значениях  $H_{z_0}$ . В целом, приведенные выше некоторые количественные результаты расчета согласуются с результатами эксперимента [19].

	$H_{Z_0}$ ( в кэ )	Максимальный радиус внешней границы $Z_{Nmax}$ ( в см )	Время торможе- ния $t_{торм.}$ ( в $10^{-6}$ сек )	$Z_{Nmax}^3 H_{Z_0}^2$	Радиус начального положения Г - слоя ( в см )	$Z_{Т.с.}^3 H_{Z_0}^2$
расчет на ЭВМ	2	4,5	1,2	365	1,9	27,5
	5	2,2	0,48	266	0,95	21,5
	10	1,32	0,28	230	0,6	21,6
эксперимент	0,75	2,6	0,87	367	-	-
	1,5	1,6	0,53	342	-	-
	3	1,02	0,34	351	-	-

Таблица 3

## § 7. Основные выводы.

1. Анализ и расчеты задачи о разлете цилиндрического столба электропроводного газа в осевом магнитном поле с учетом "реальных" свойств газа (литиевой плазмы) вновь подтвердили существование при определенных условиях и определенном месте среды высокотемпературного  $T$ -слоя.

2. В рассматриваемом случае  $T$ -слой развивается из первоначально малого возмущения температурного фона, обусловленного перегретой неустойчивостью. При этом, малое возмущение развивается в  $T$ -слой при выполнении условия

$$R_M = Re_m \cdot R_H \approx 1$$

Расчеты, проведенные в настоящей работе лишний раз подтвердили надежность условия  $R_M \approx 1$ , как критерия возникновения  $T$ -слоя.

3. Диссипативные процессы, также как теплопроводность и тепловое излучение не уничтожают  $T$ -слой как явление, а снижают интенсивность роста температуры в нем. Со временем максимум температуры в  $T$ -слое стремится к некоторому постоянному значению.

4.  $T$ -слой усиливает эффективность взаимодействия разлетающейся плазмы с магнитным полем и увеличивает к.п.д. МГД-преобразования энергии.

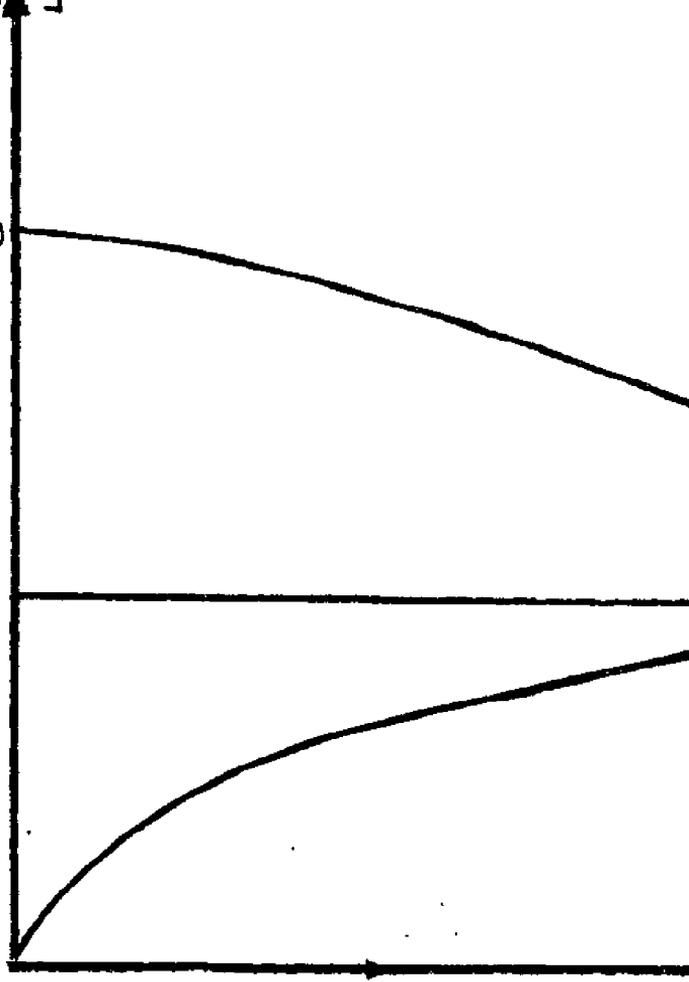
5. Имеется качественное совпадение и удовлетворительное совпадение по ряду количественных характеристик результатов расчетов с экспериментом. Более четкое сравнение результатов может быть получено после экспериментальных исследований с литиевой плазмой.

$\rho$   $T$   $\nu$   
[10<sup>-4</sup> g/cm<sup>3</sup>] [°D] [K<sup>2</sup>/K]

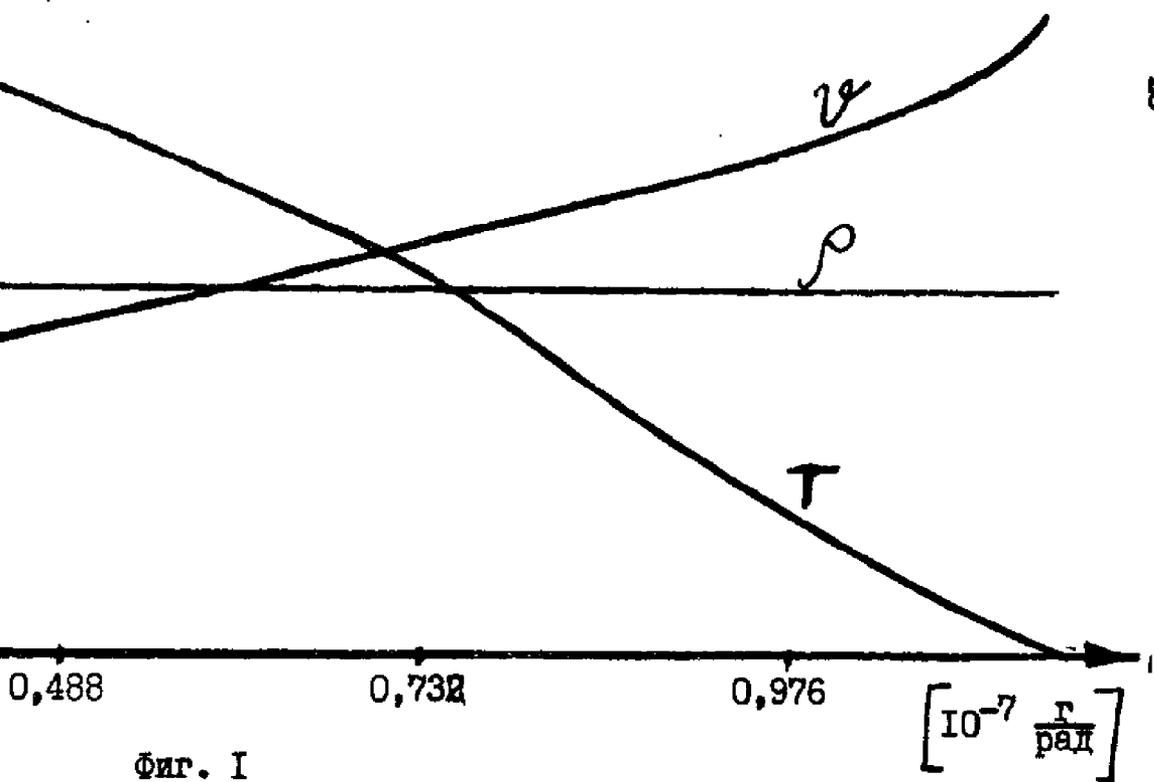
4 10 20

2 5 10

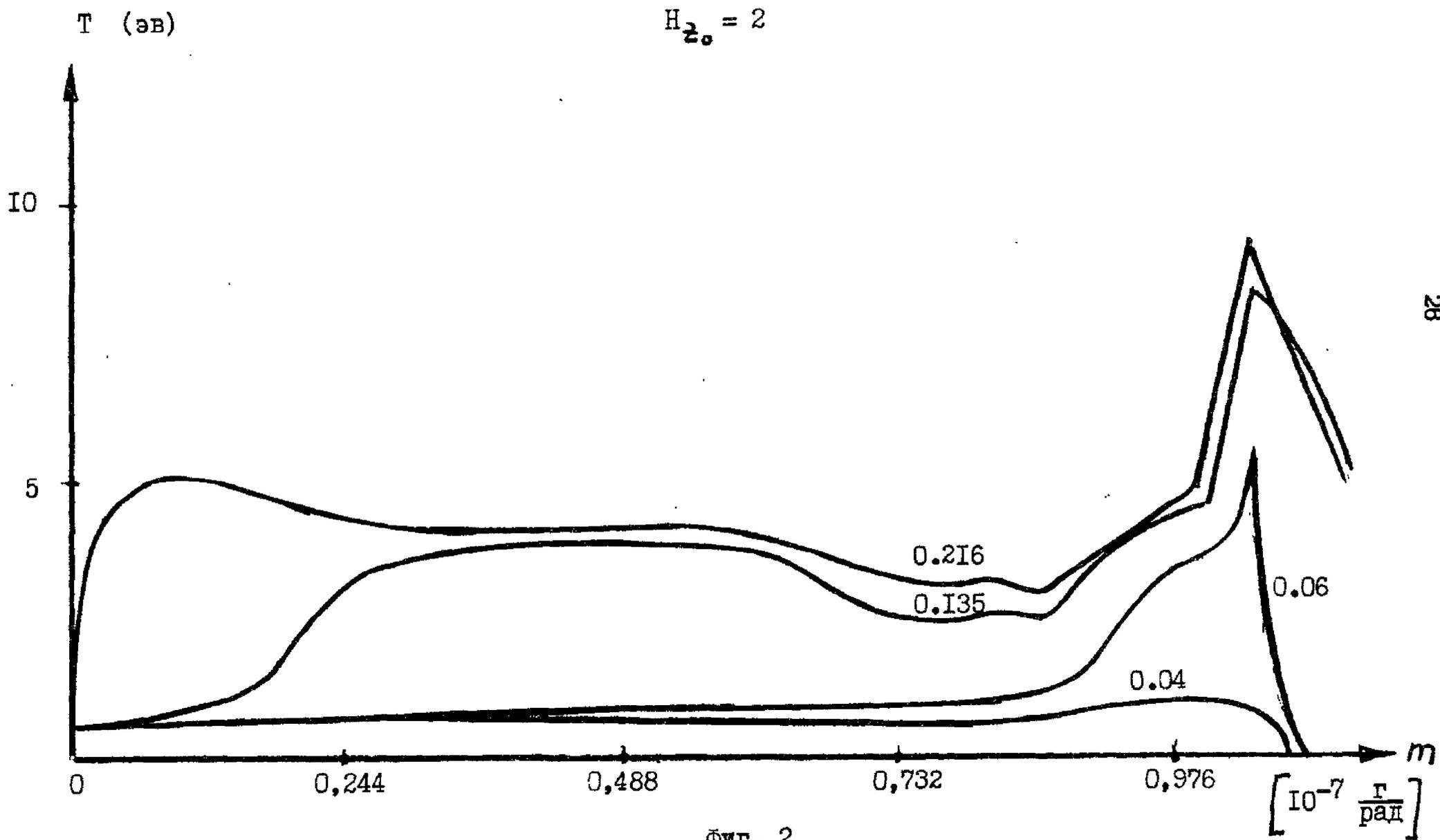
0,244



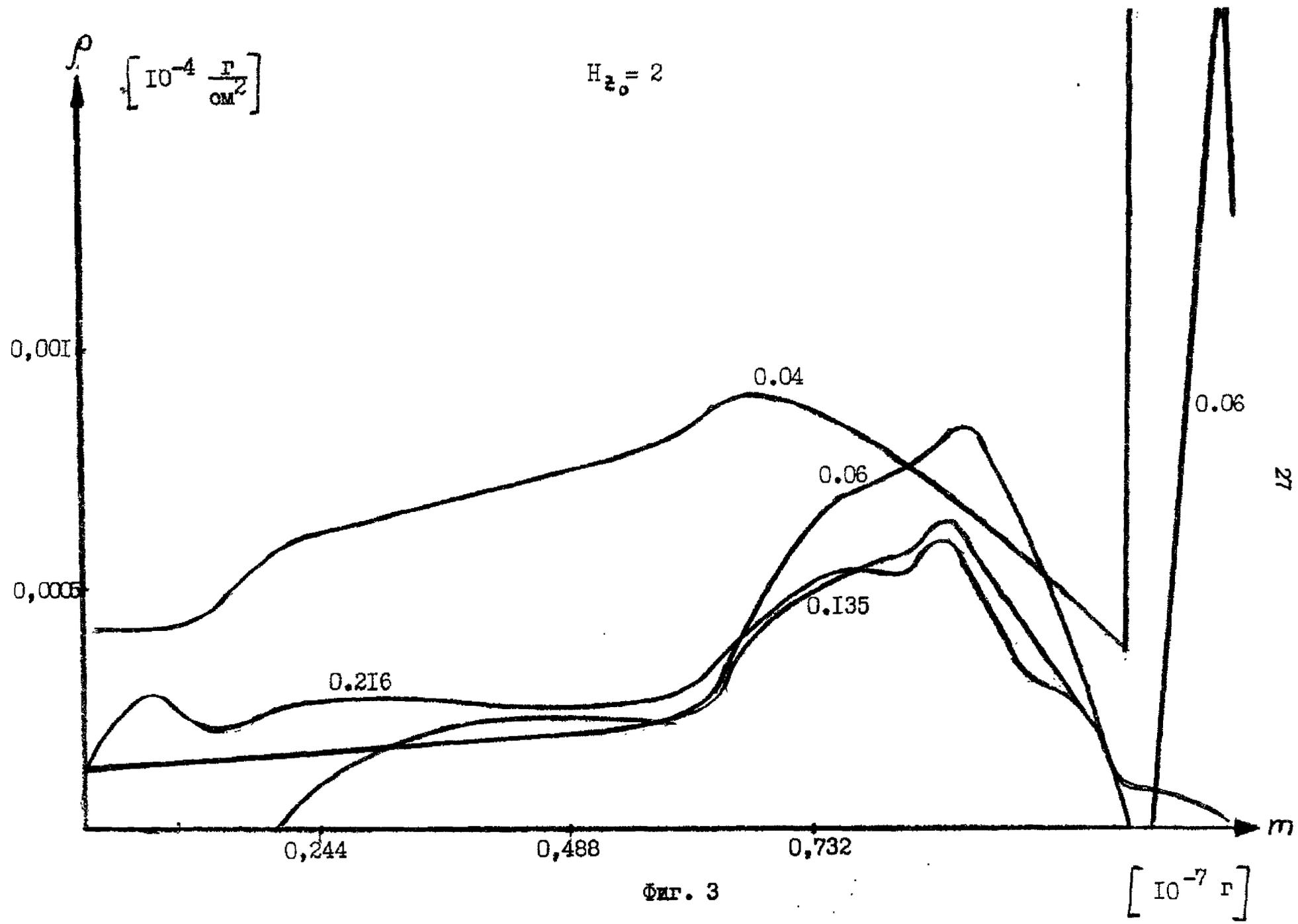
$t = 0$



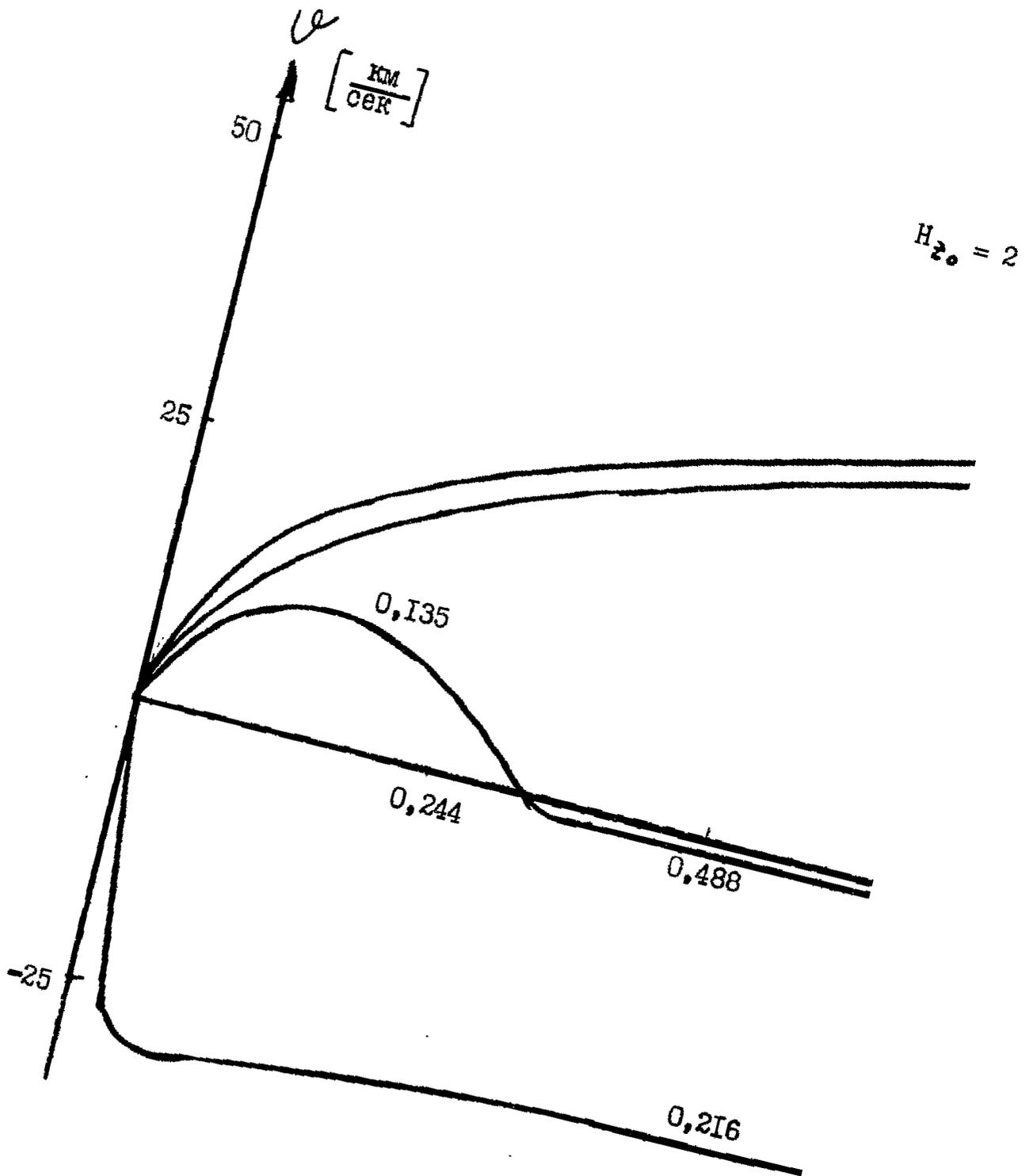
Фиг. I



Фиг. 2

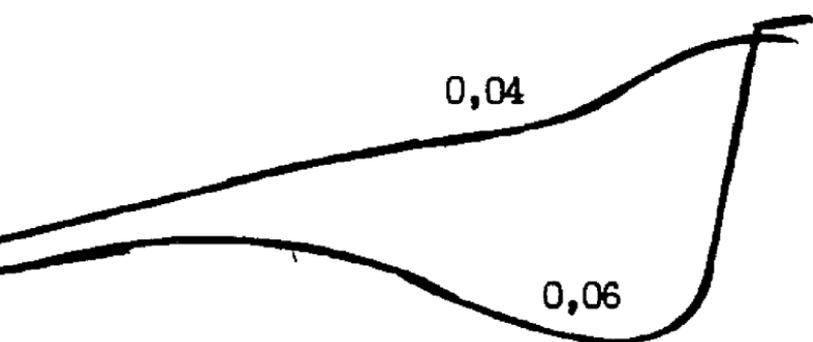


Фиг. 3

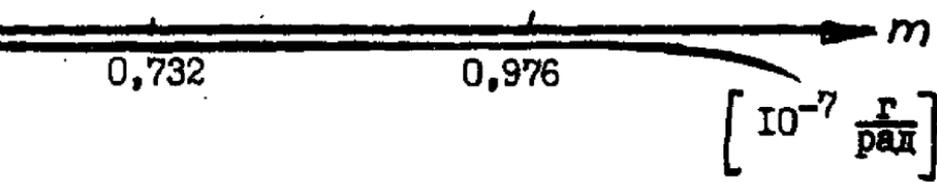


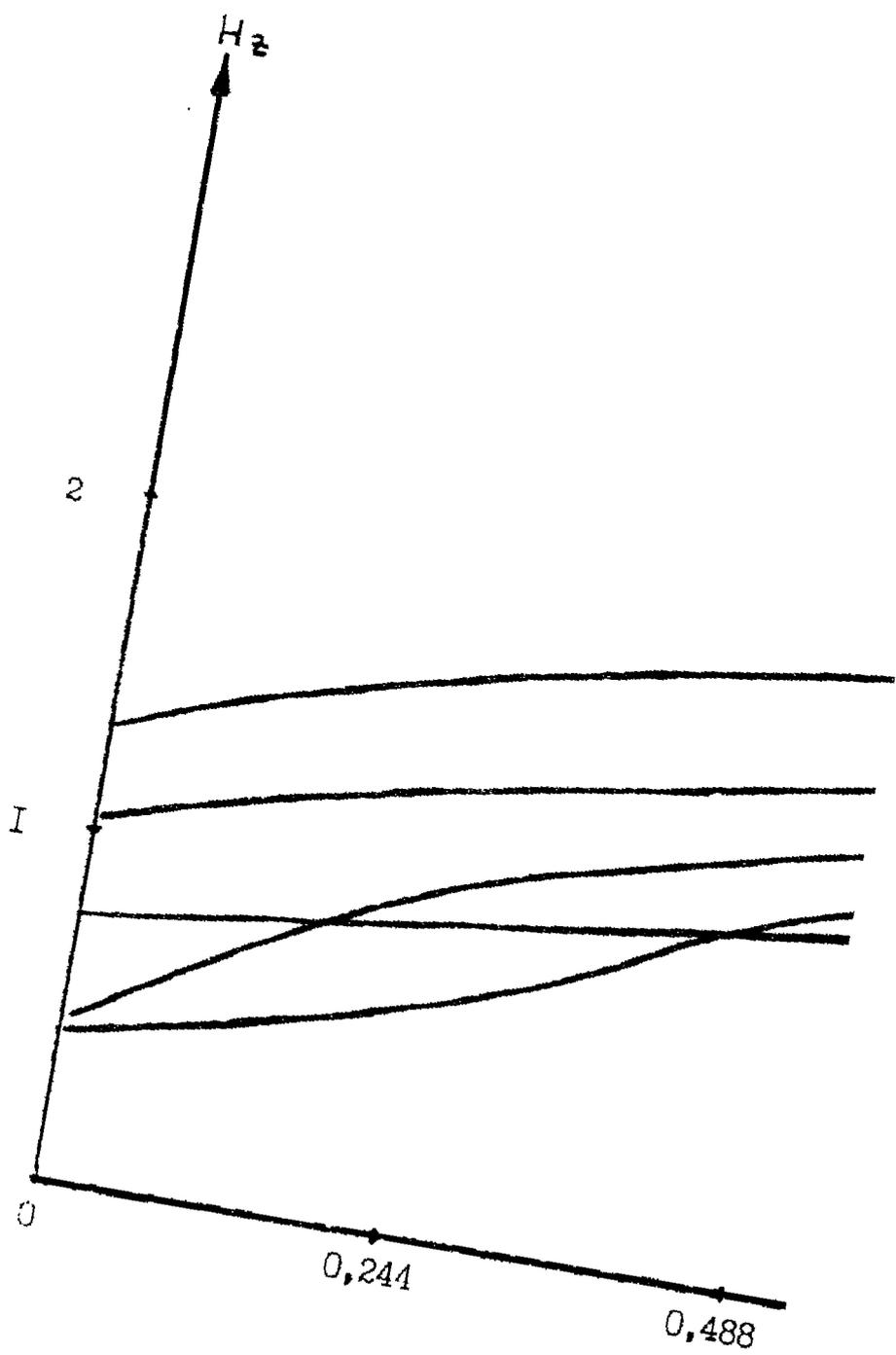
$H_{20} = 2$

Фиг. 4

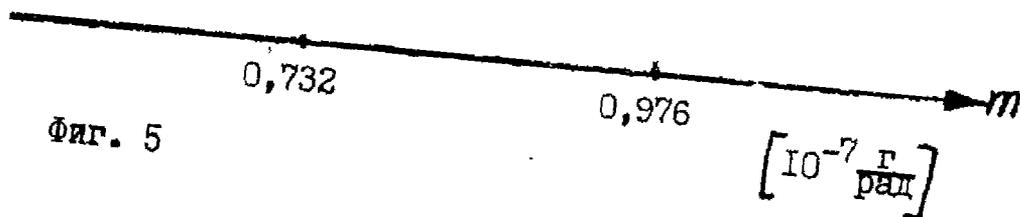
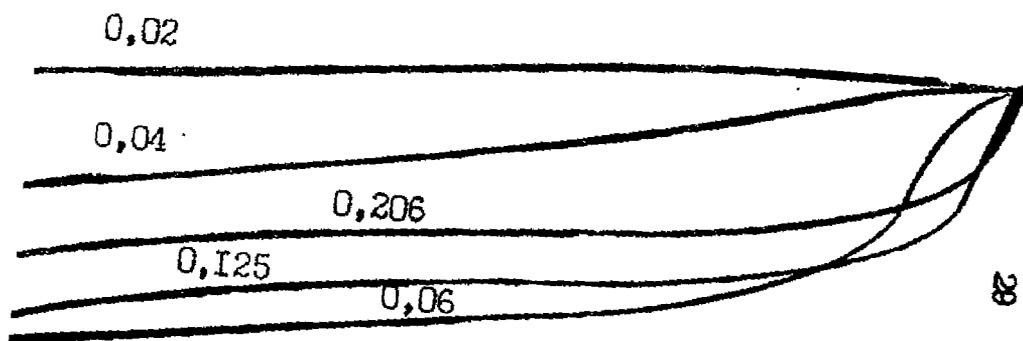


28

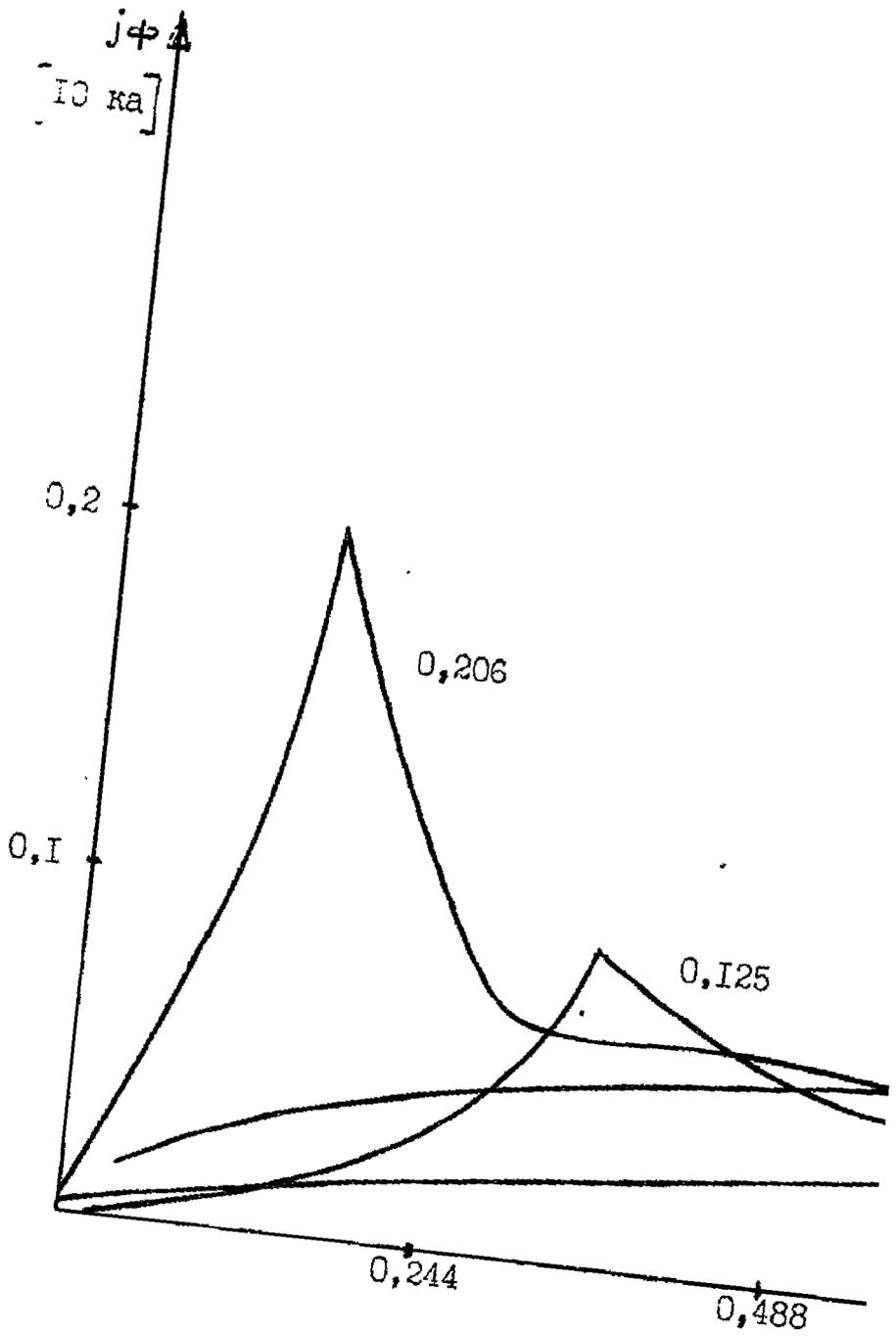




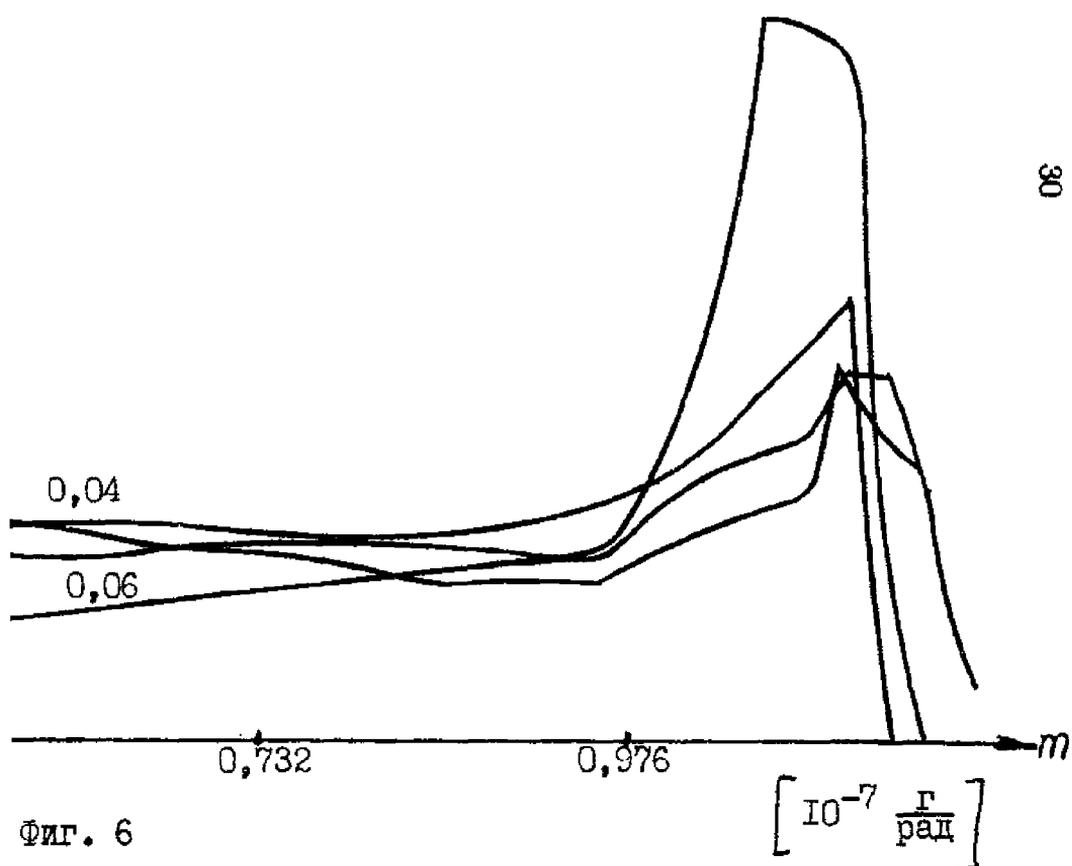
$$H_{z_0} = 2$$



Фиг. 5



$$H_{z_0} = 2$$



Фиг. 6

H<sub>2</sub>O

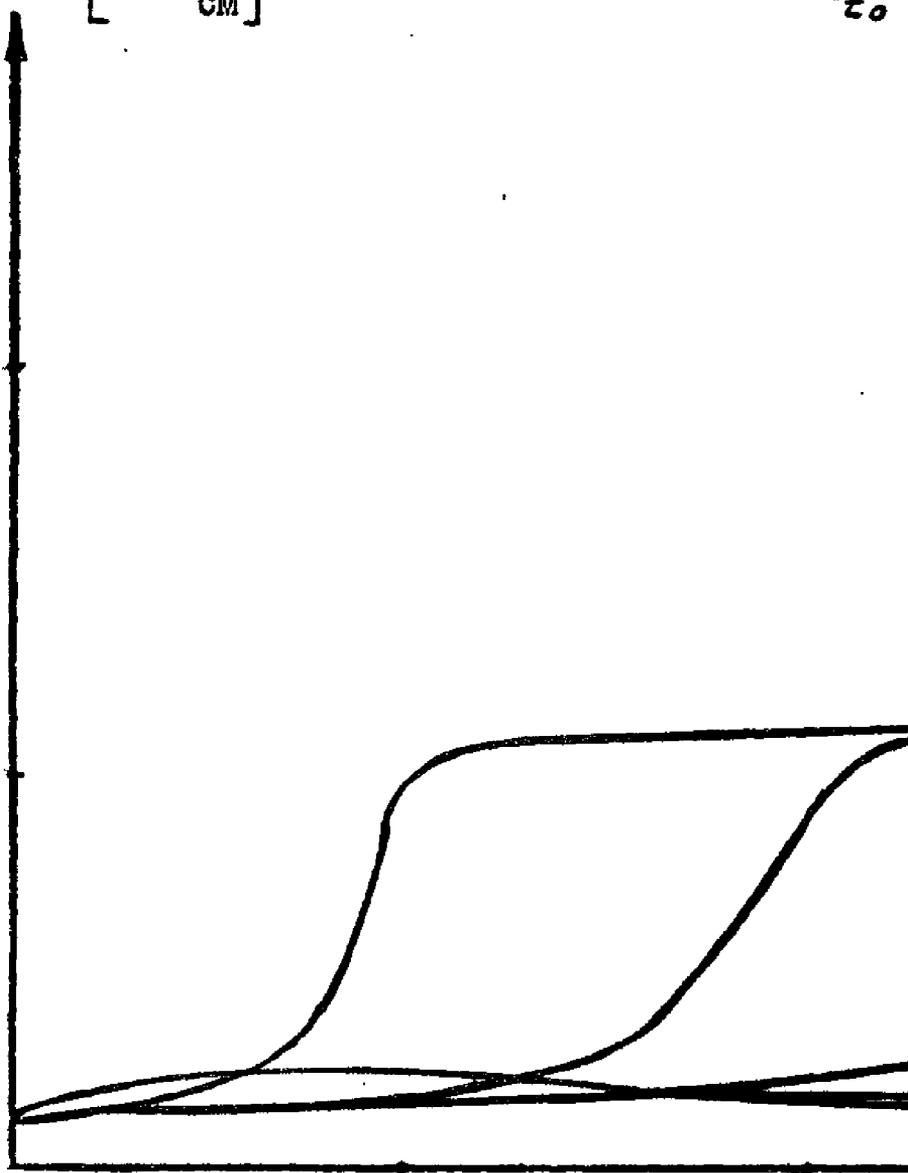
$\sigma$  [10<sup>4</sup>  $\frac{MO}{CM}$ ]

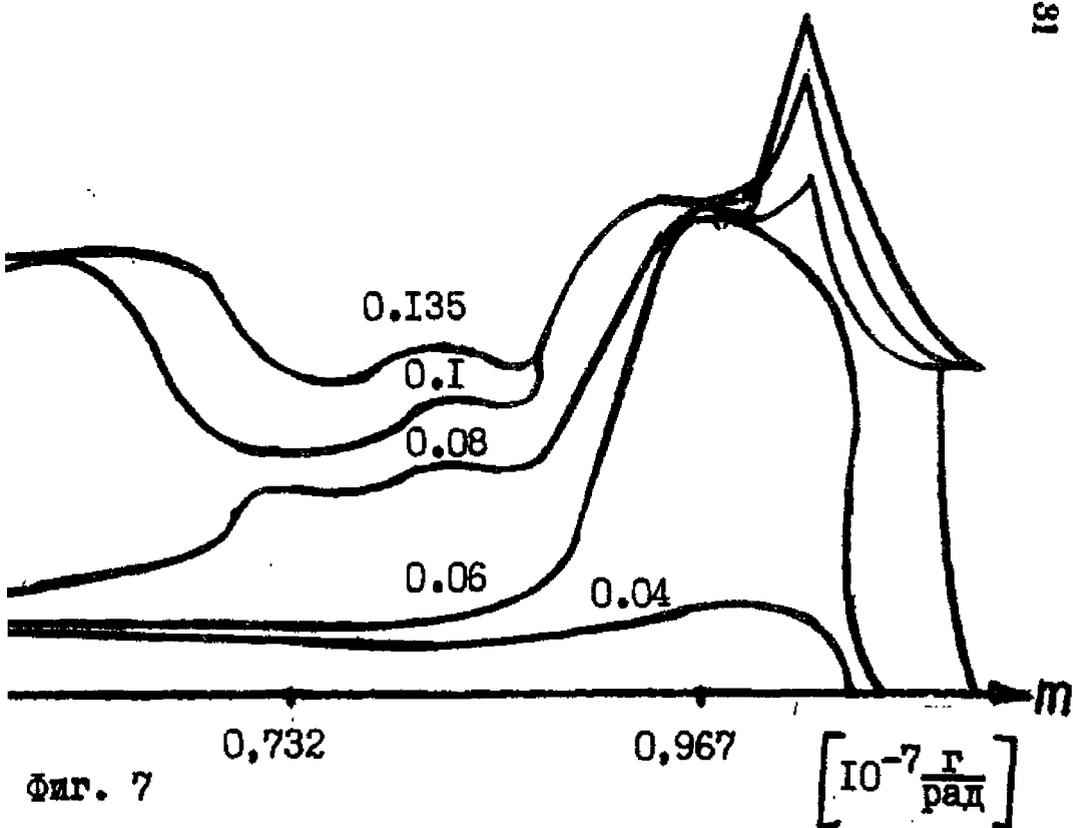
0,02

0,01

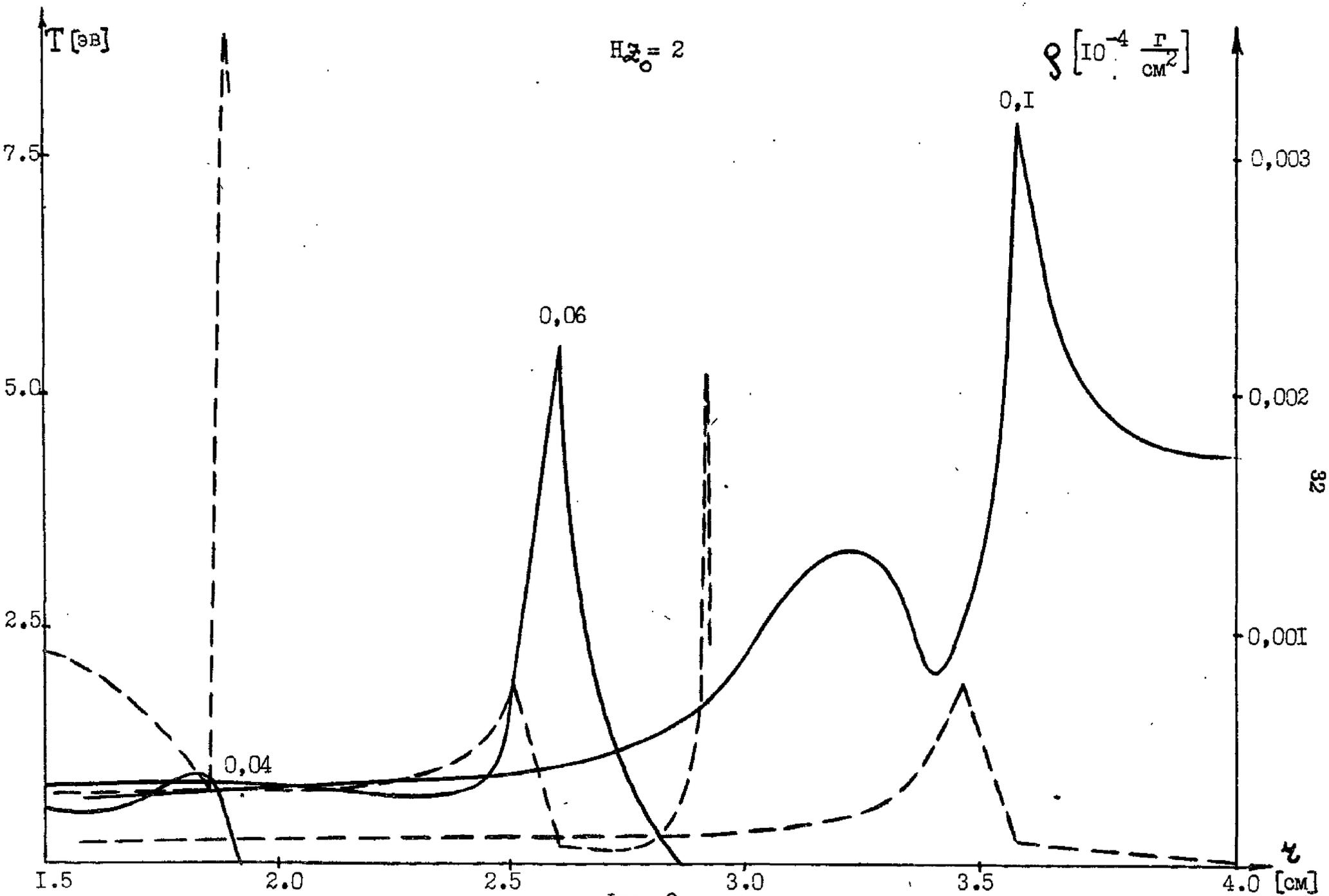
0,244

0,488

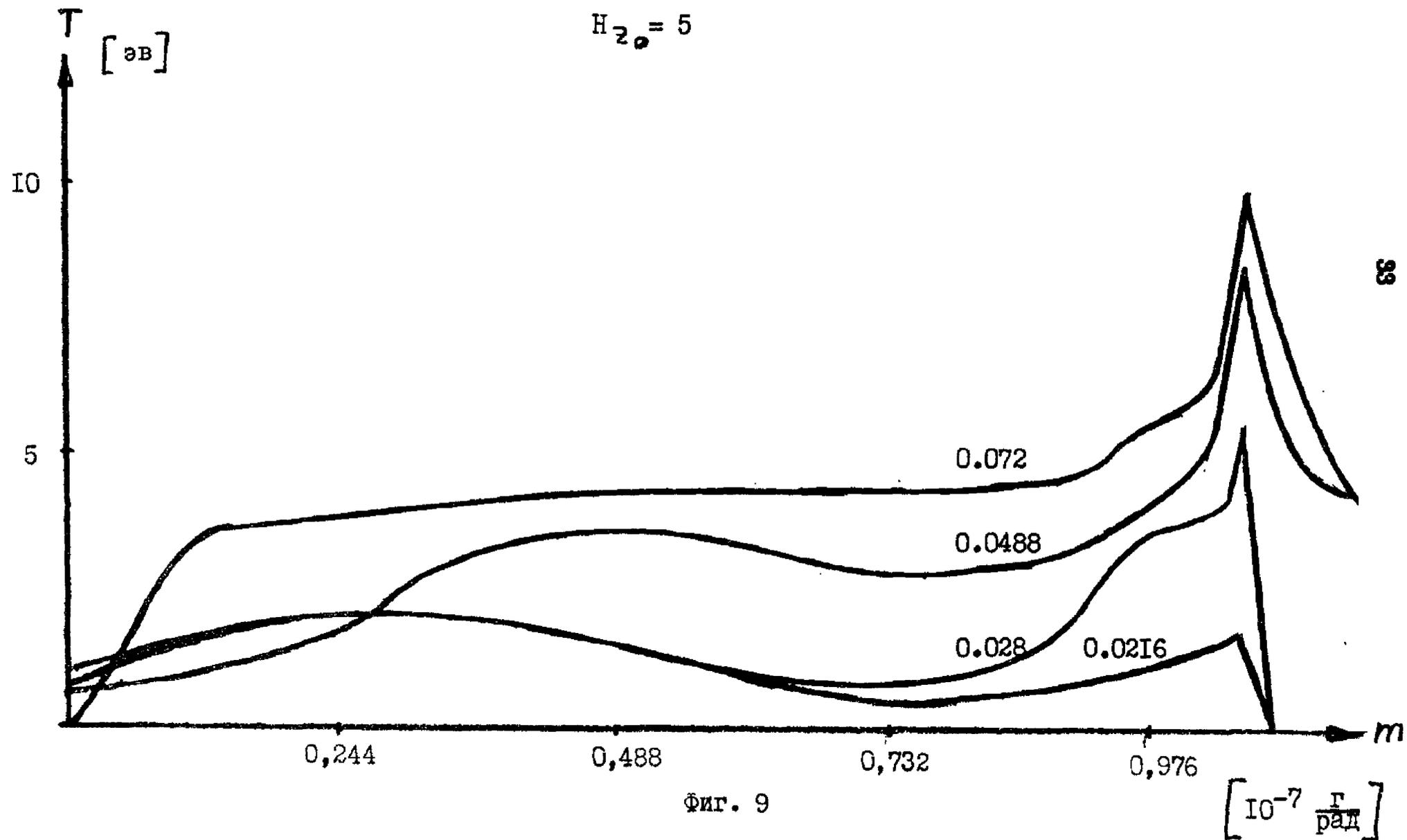




Фиг. 7

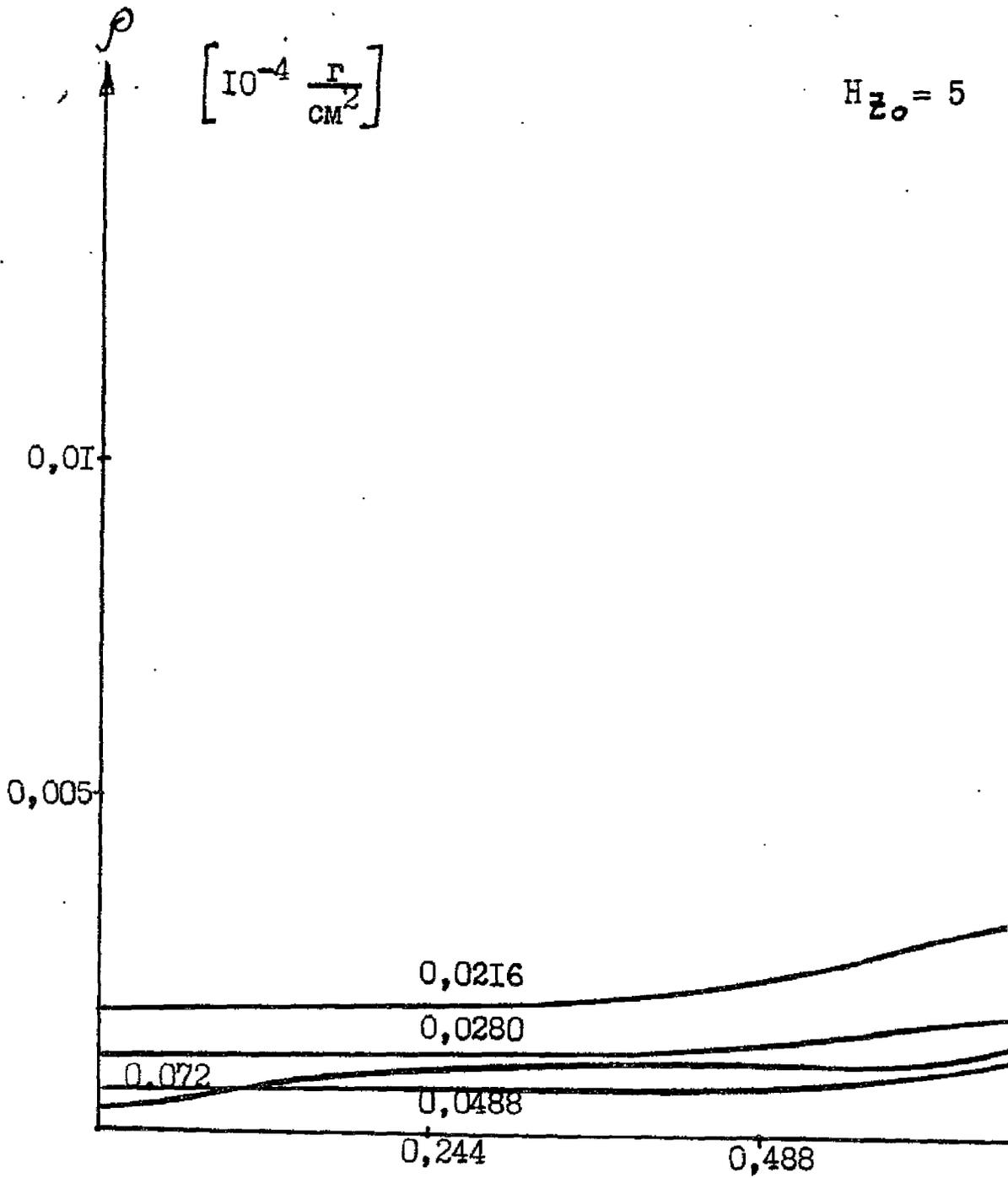


Фиг. 8

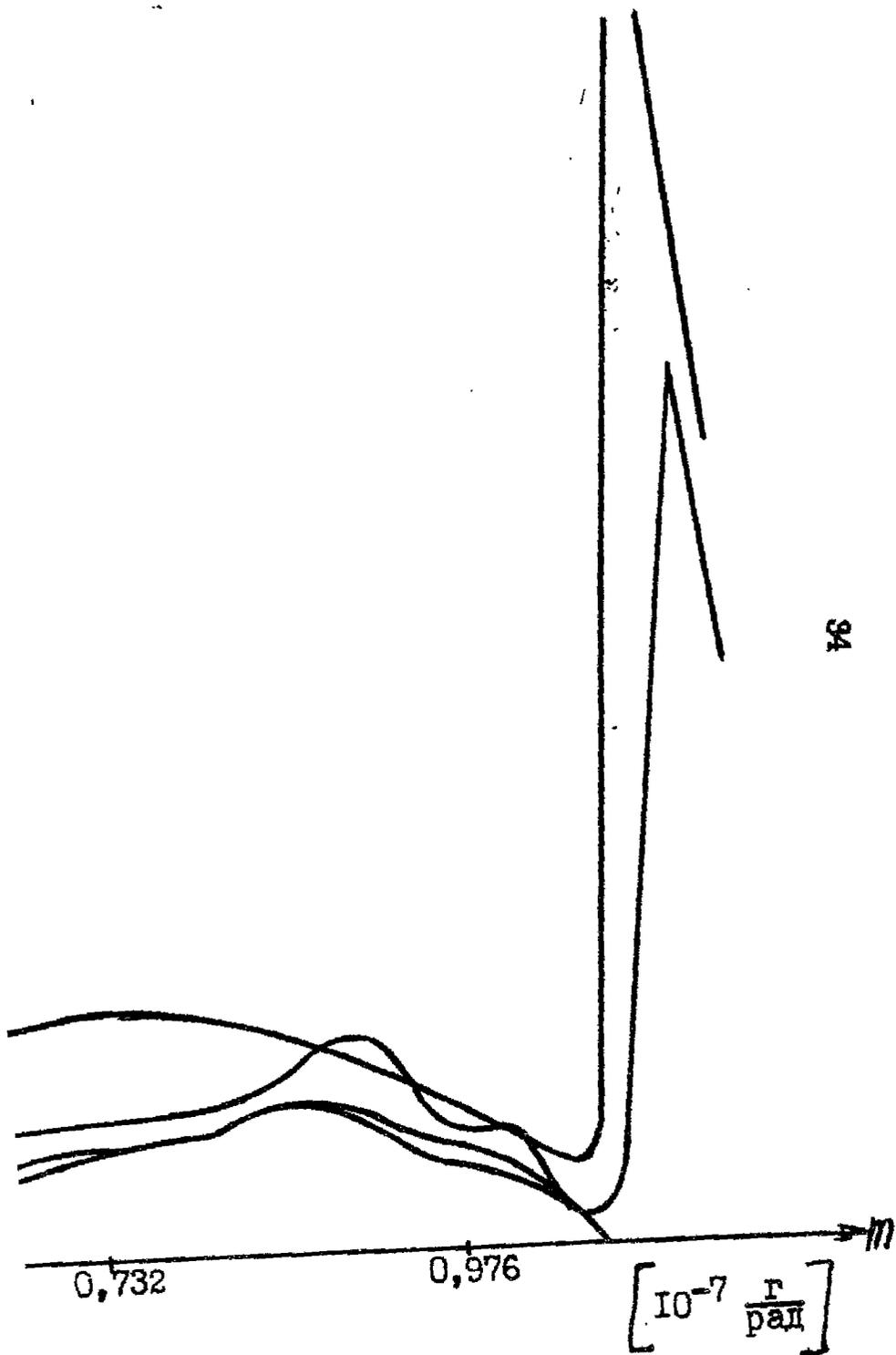


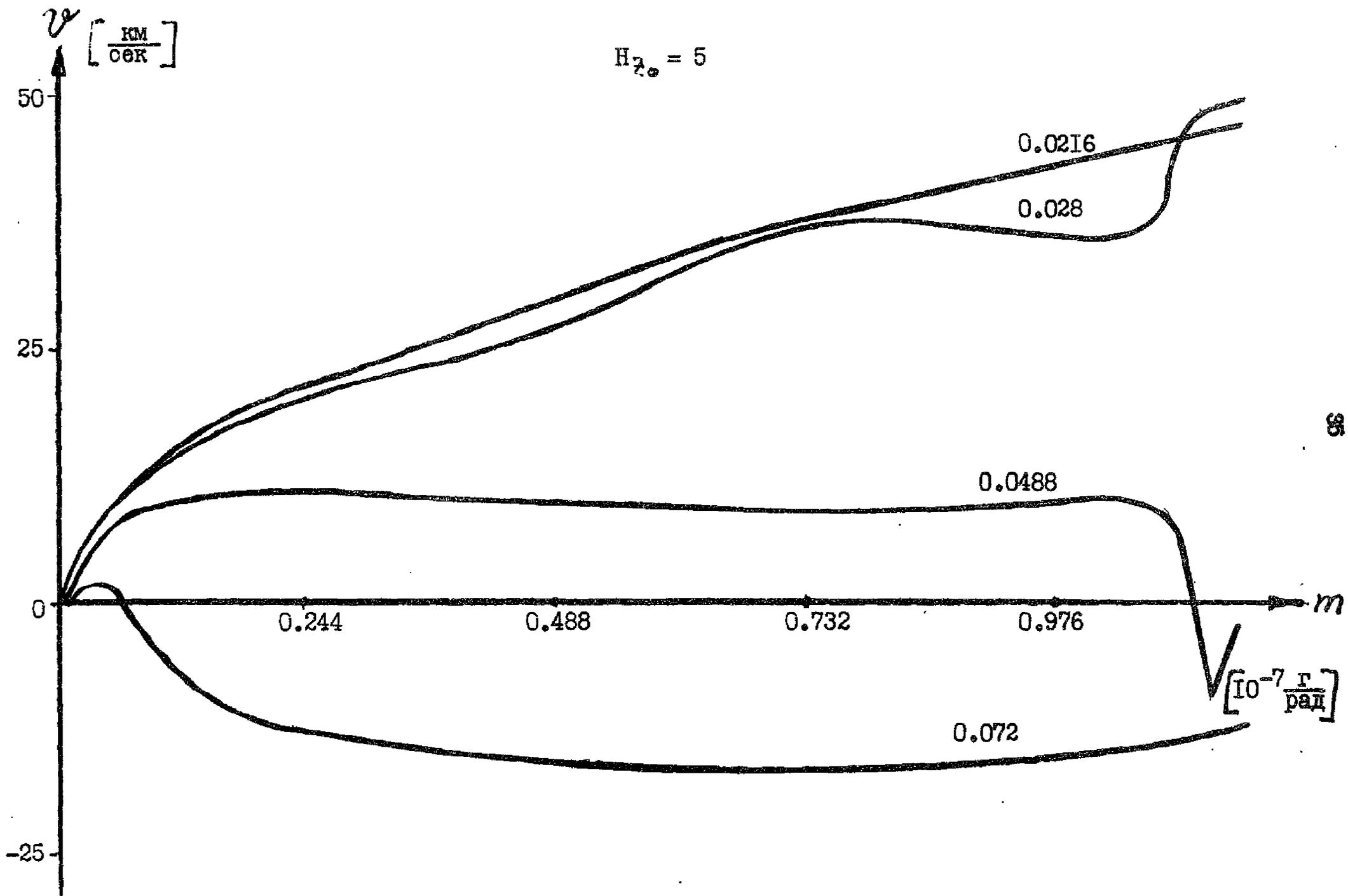
$$\left[ 10^{-4} \frac{\text{r}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$H_{z_0} = 5$$



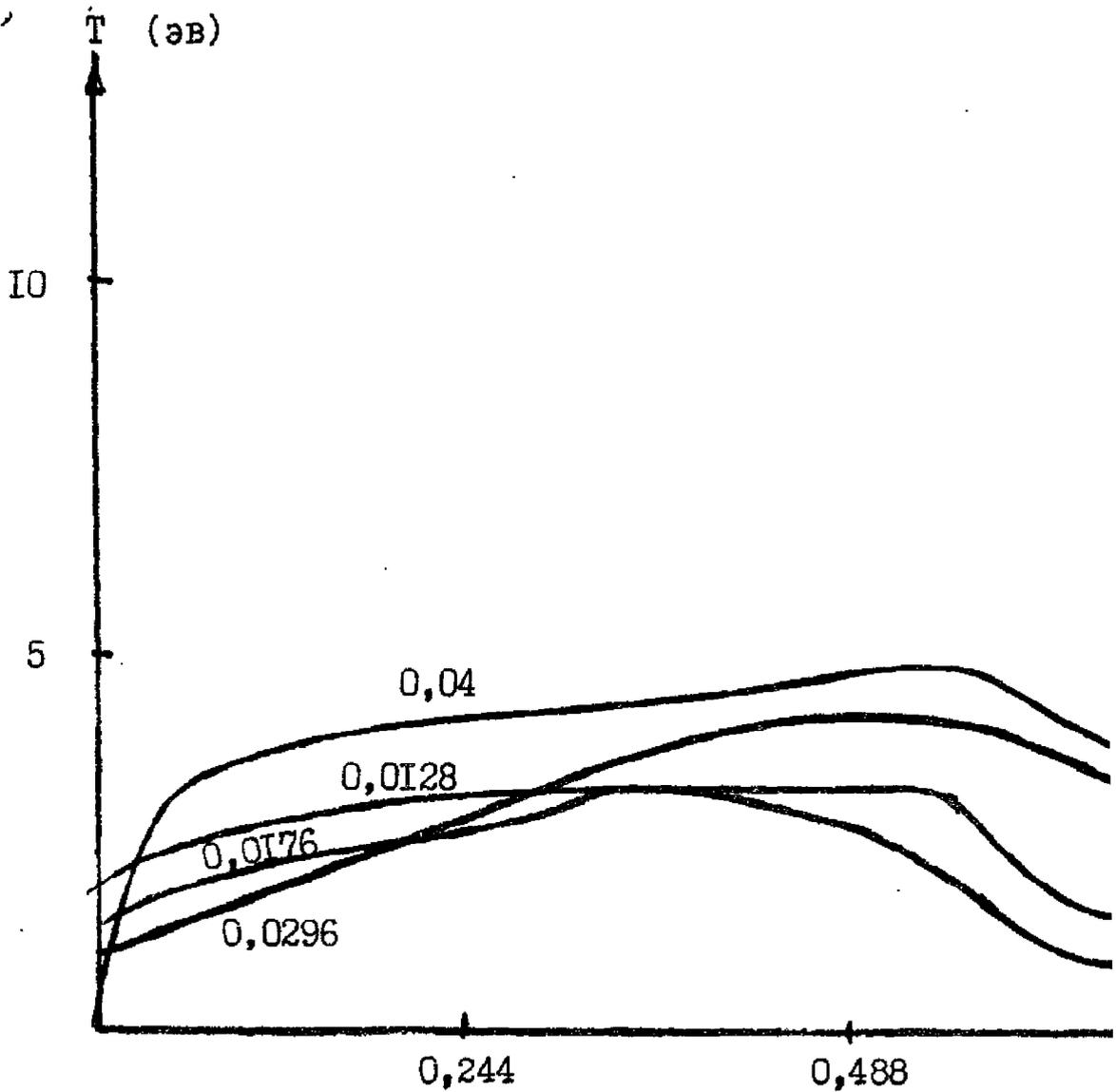
Фиг. 10



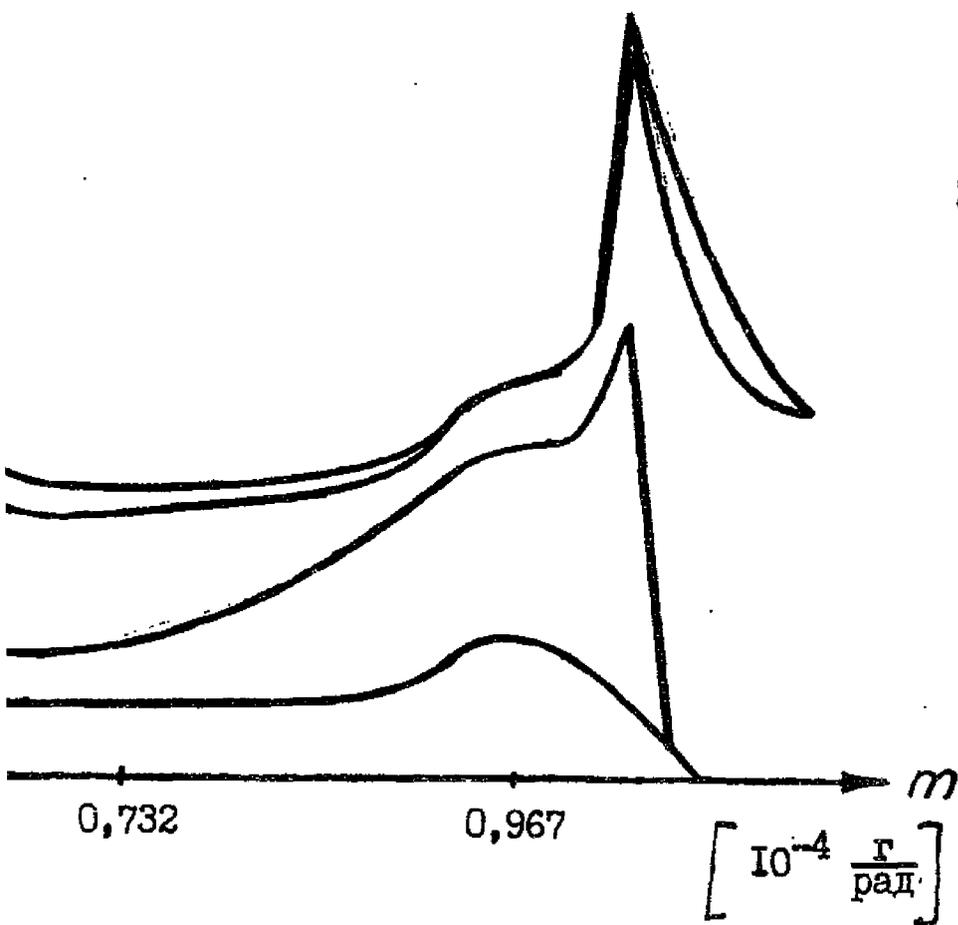


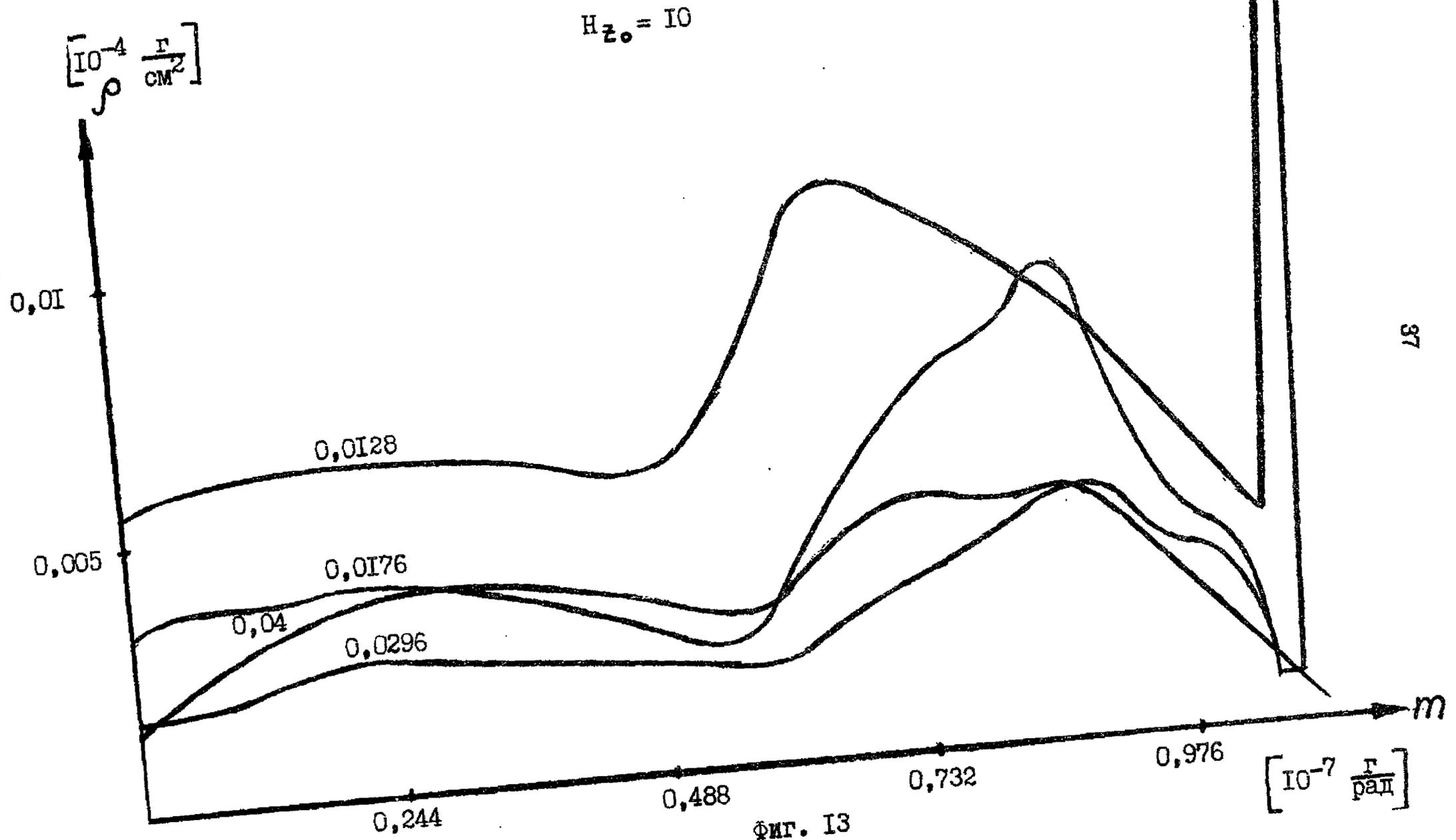
Фиг. II

$$H_{z_0} = 10$$

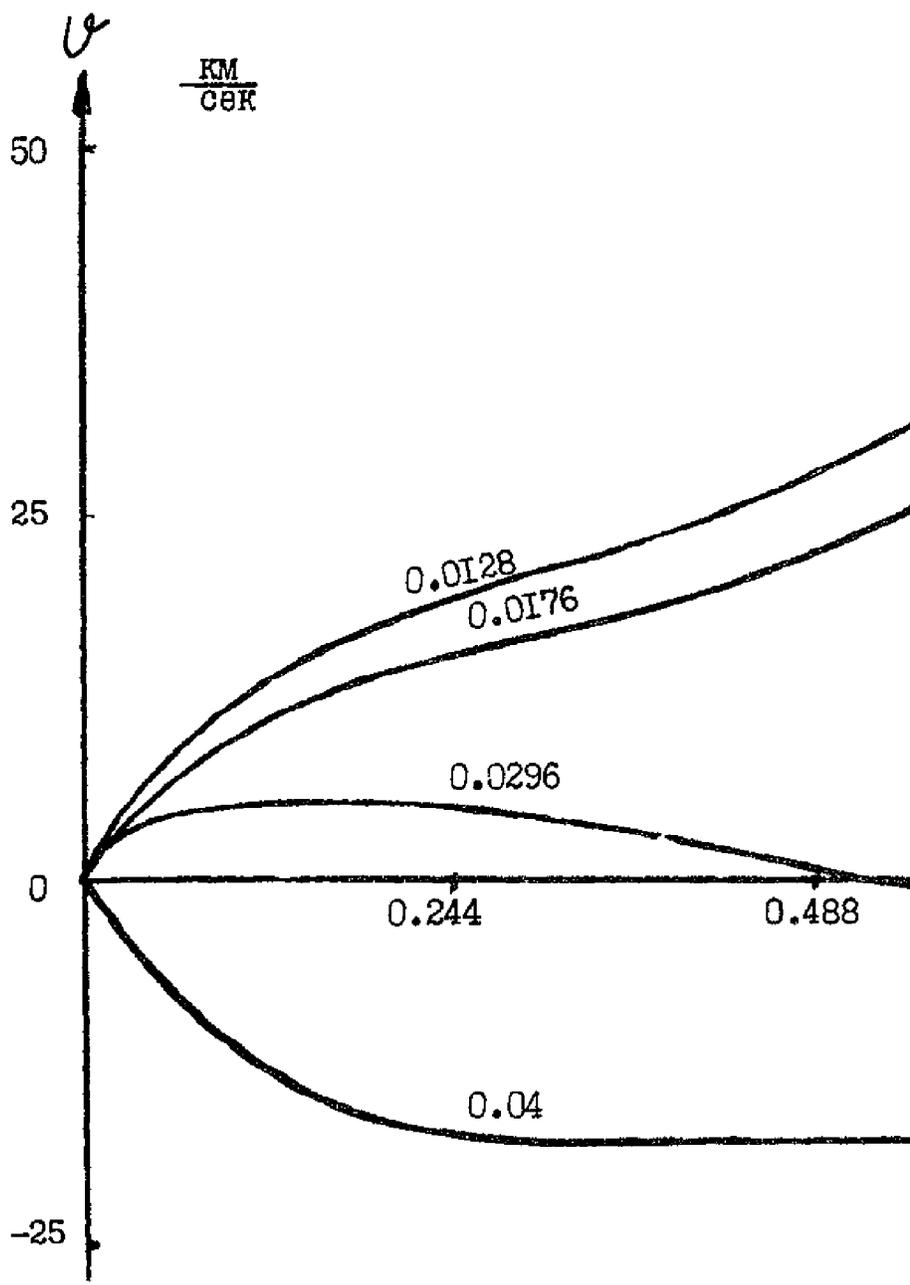


Фиг. 12





Фиг. 13



$\frac{KM}{CER}$

$U$

50

25

0

-25

0.0128

0.0176

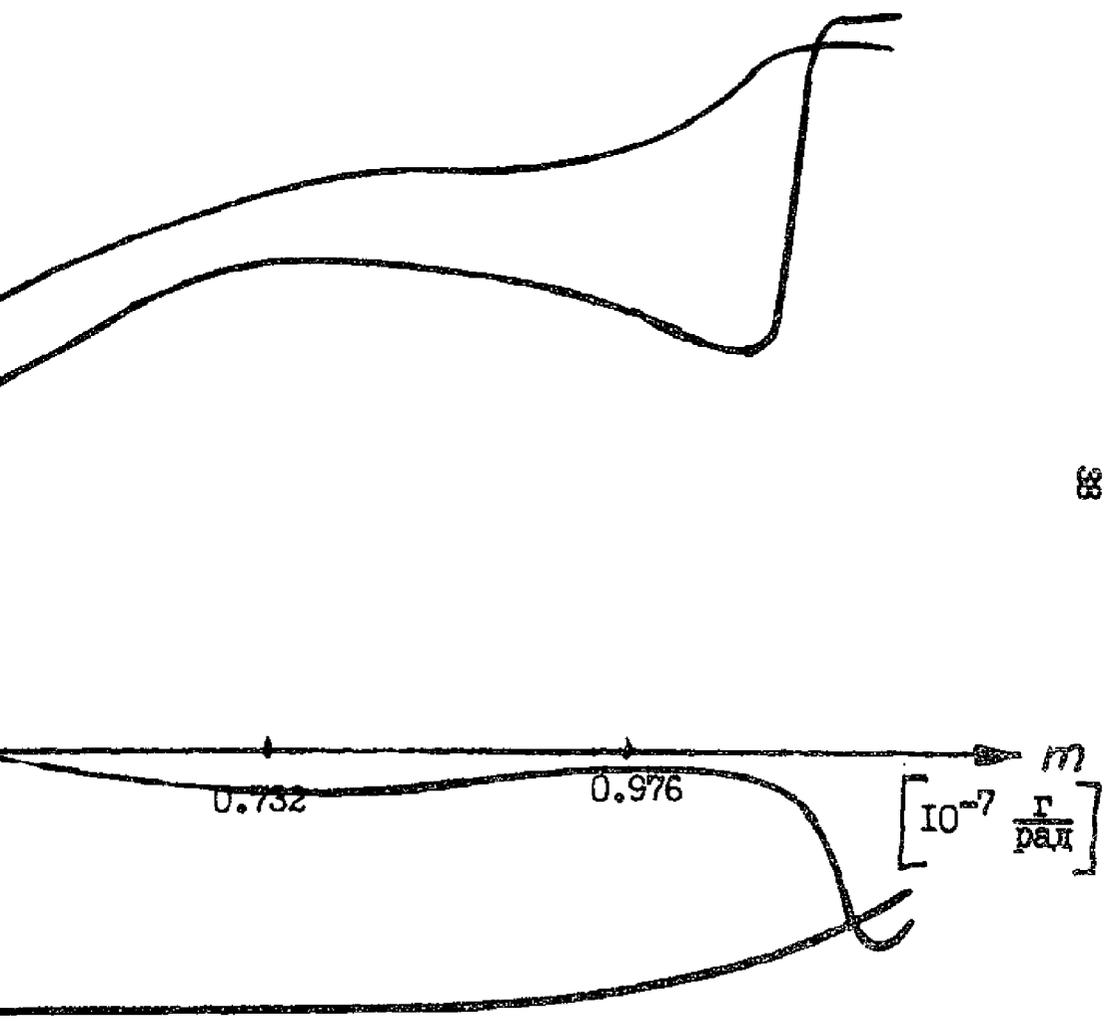
0.0296

0.244

0.488

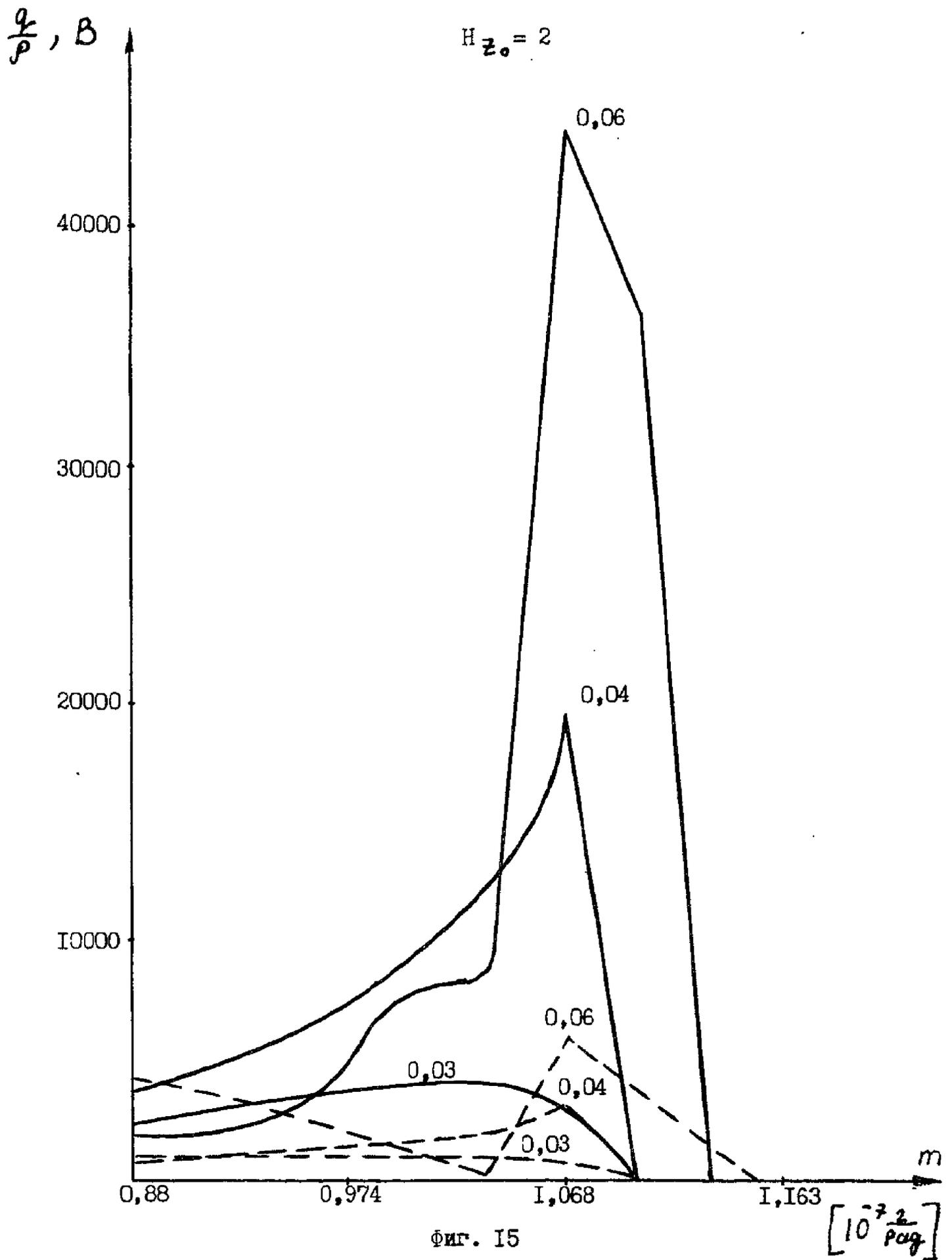
0.04

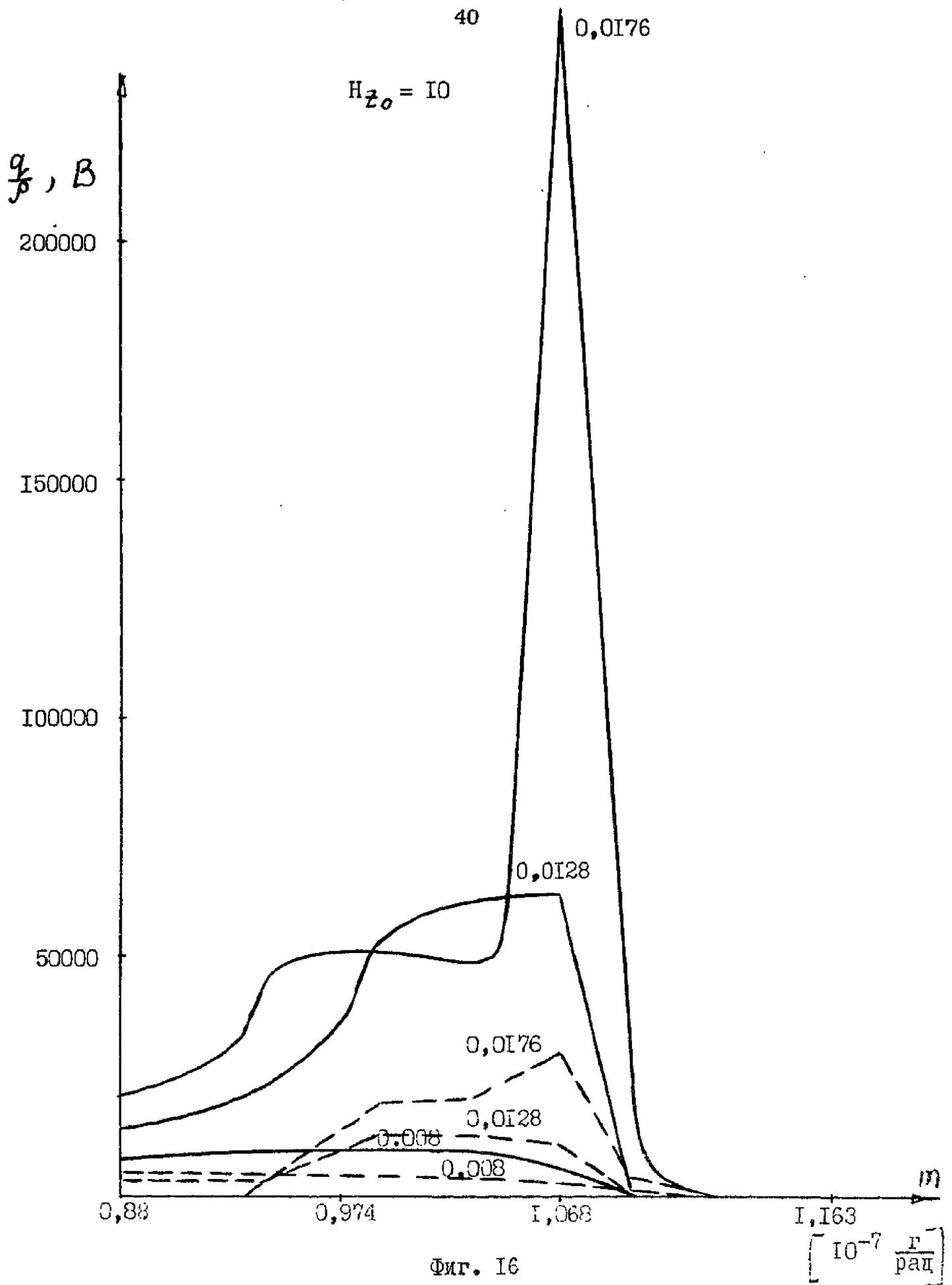
$H z_0 = 10$



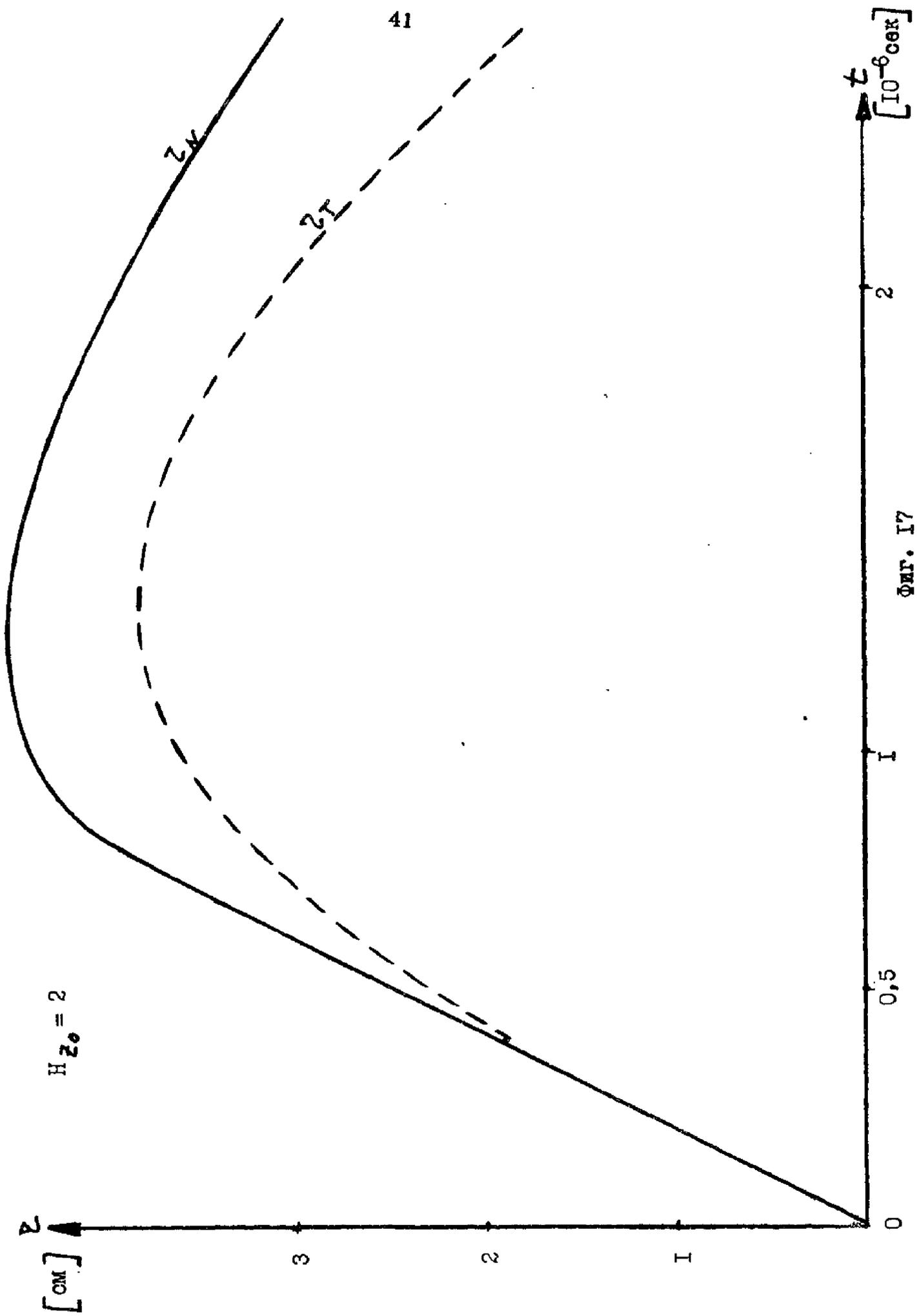
88

Фиг. 14



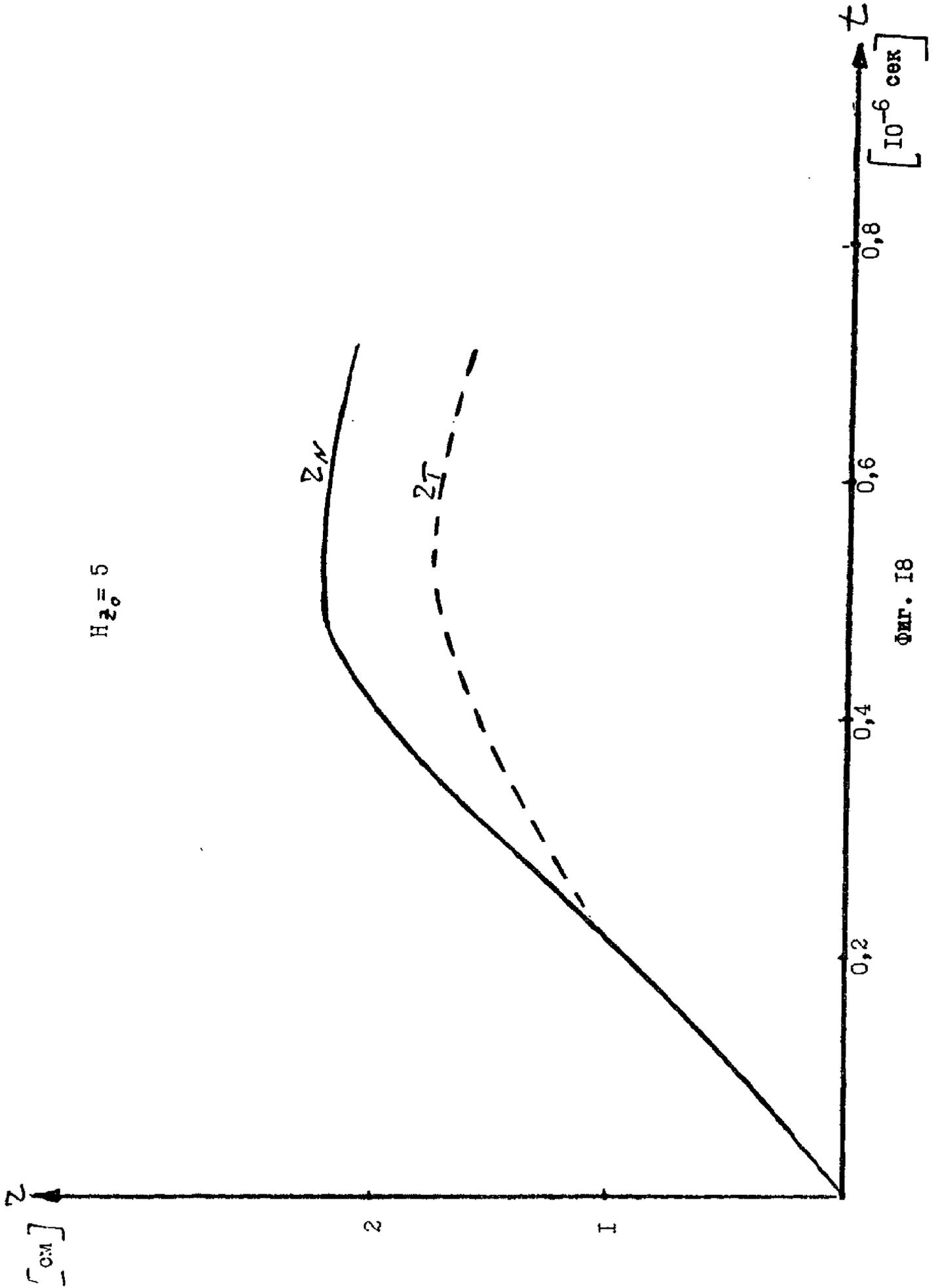


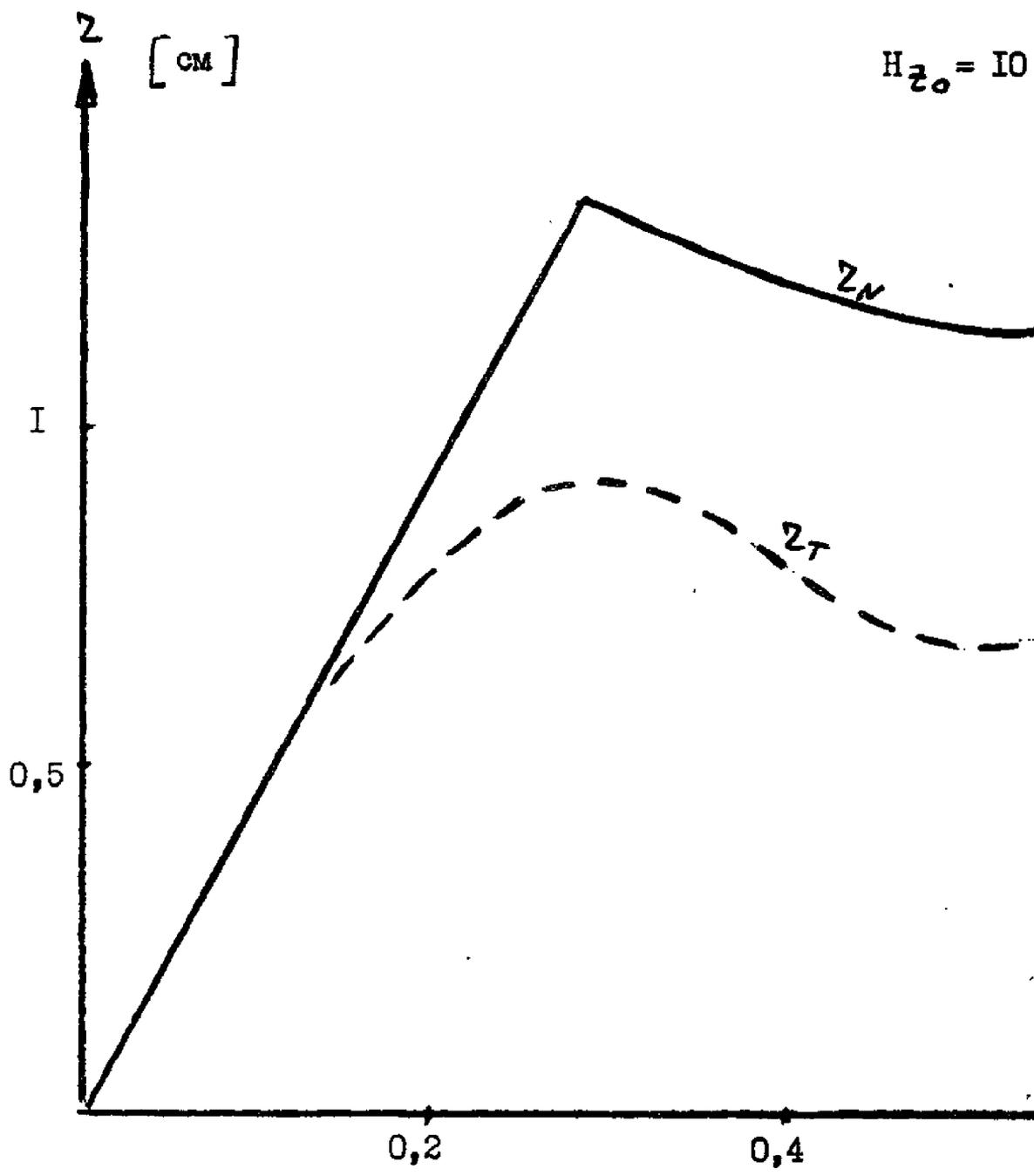
Фиг. 16



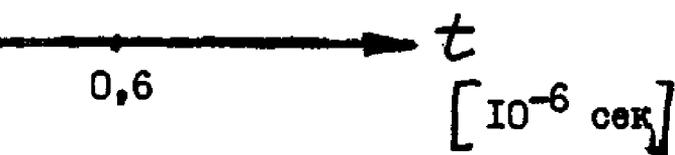
Фиг. 17

$H_{z_0} = 5$

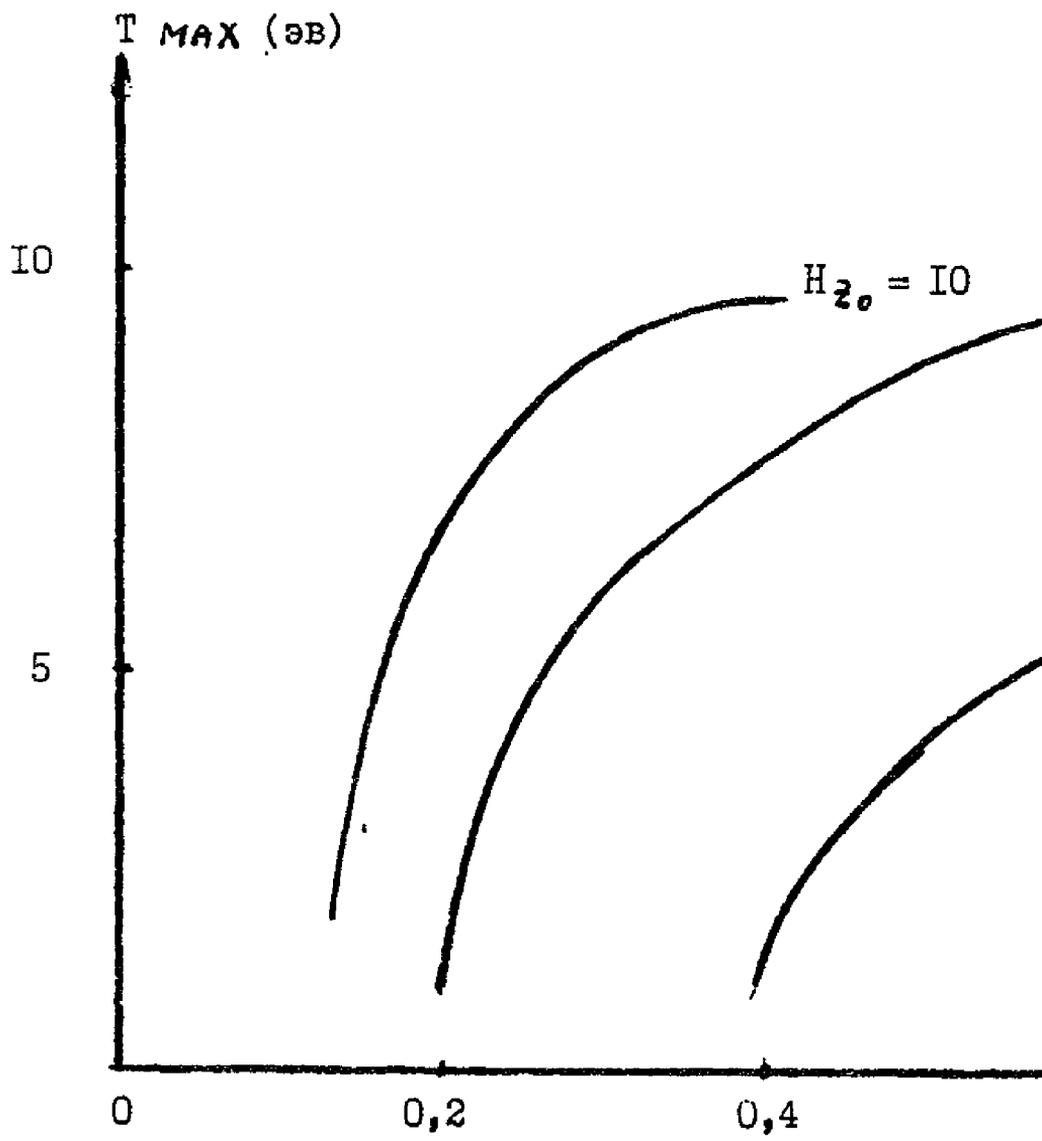




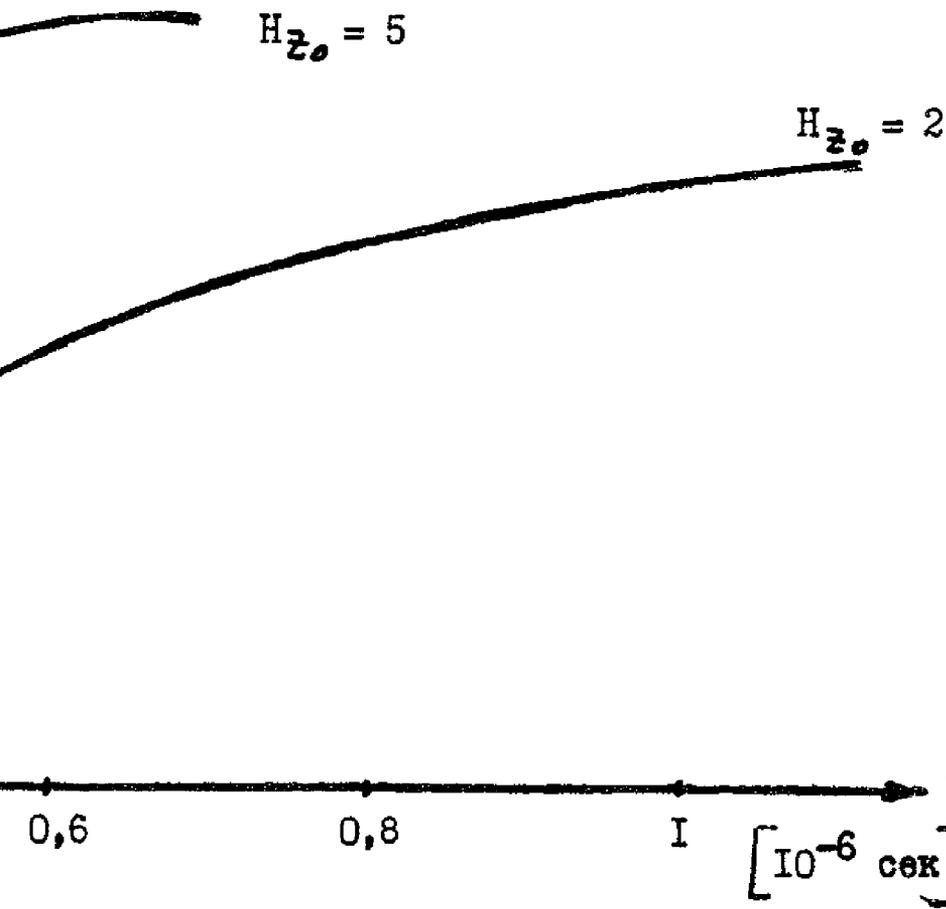
Фиг. 19

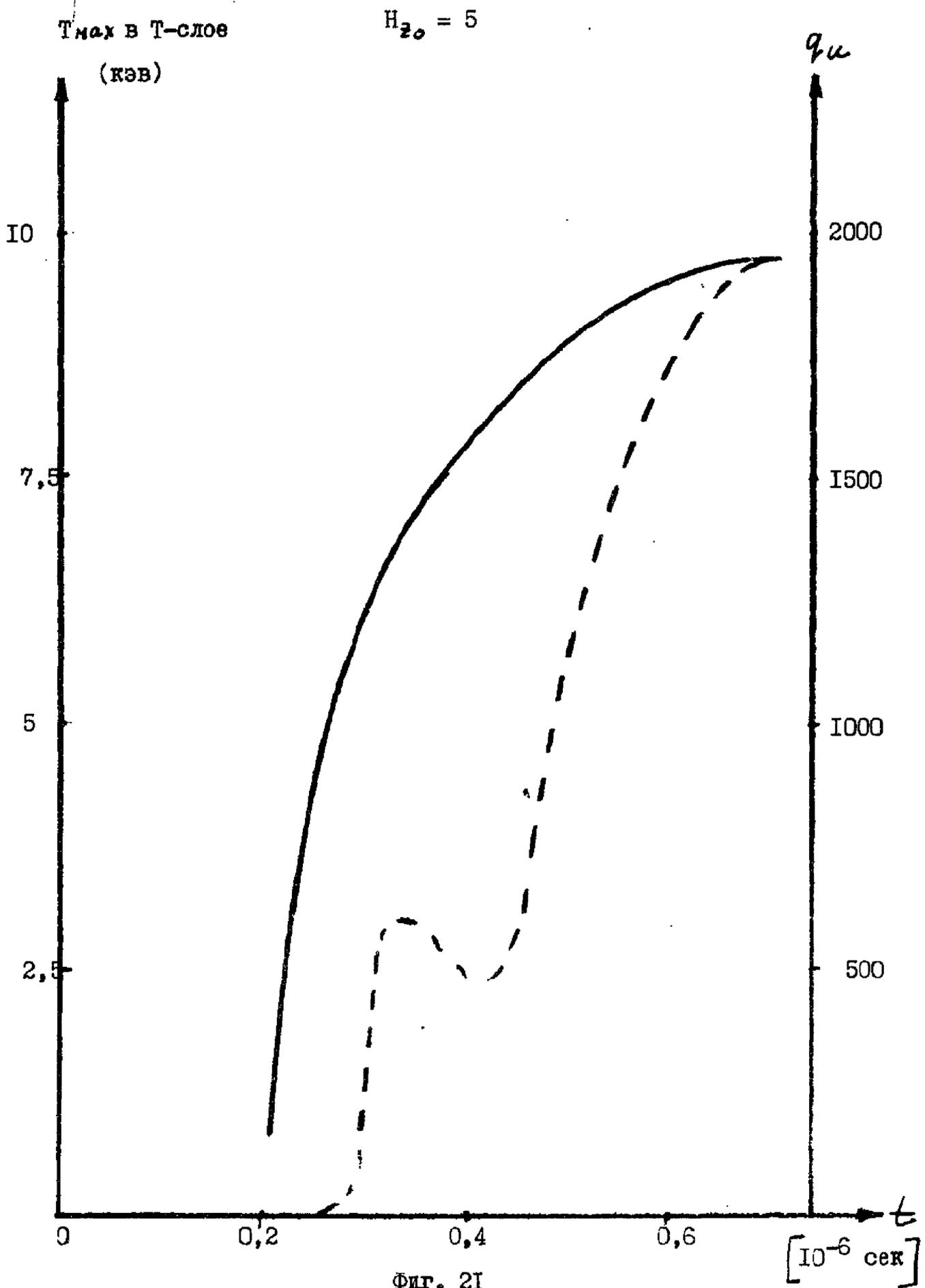


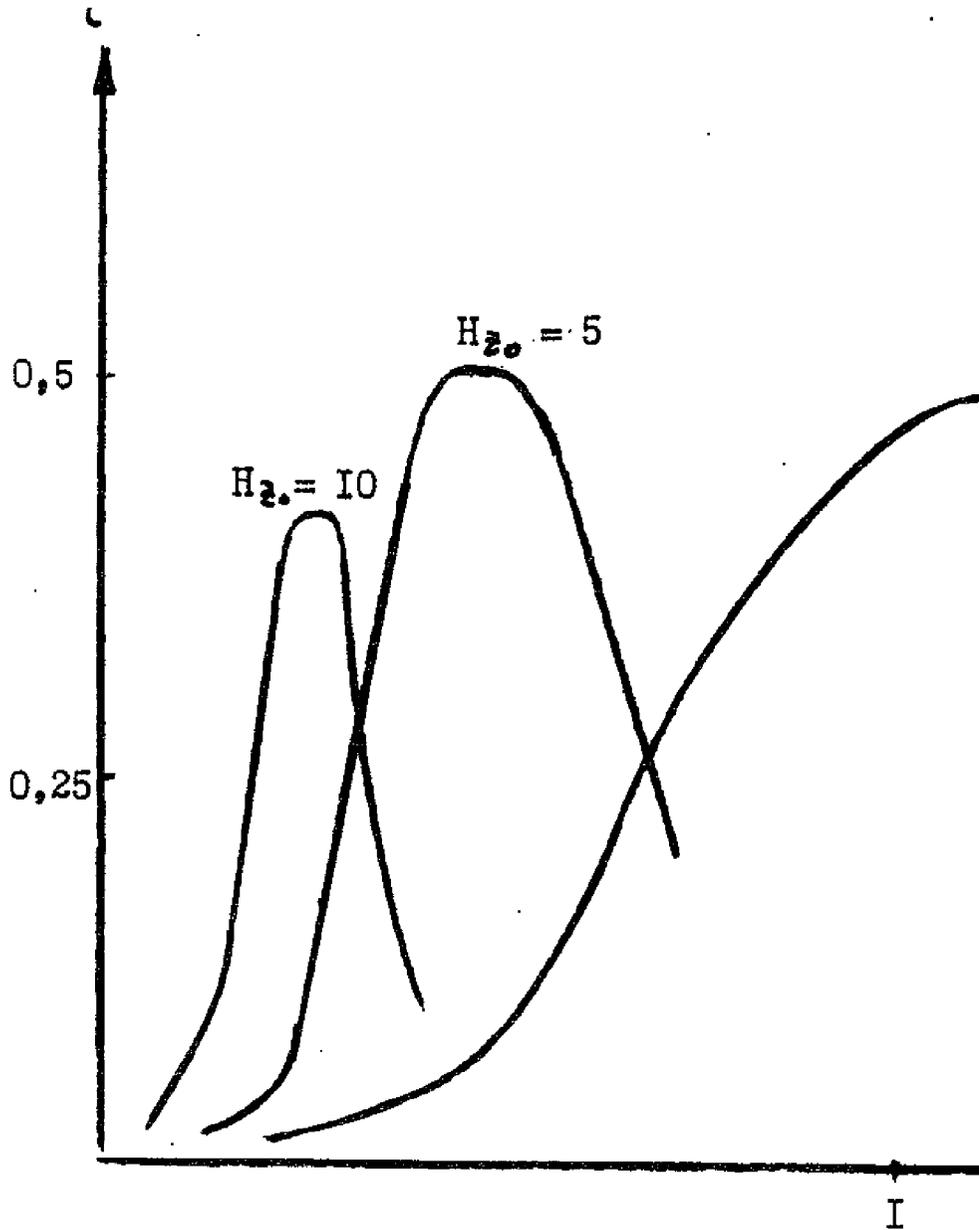
A horizontal axis labeled  $t$  with a tick mark at  $0,6$  and units  $[10^{-6} \text{ сек}]$ .



Фиг. 20

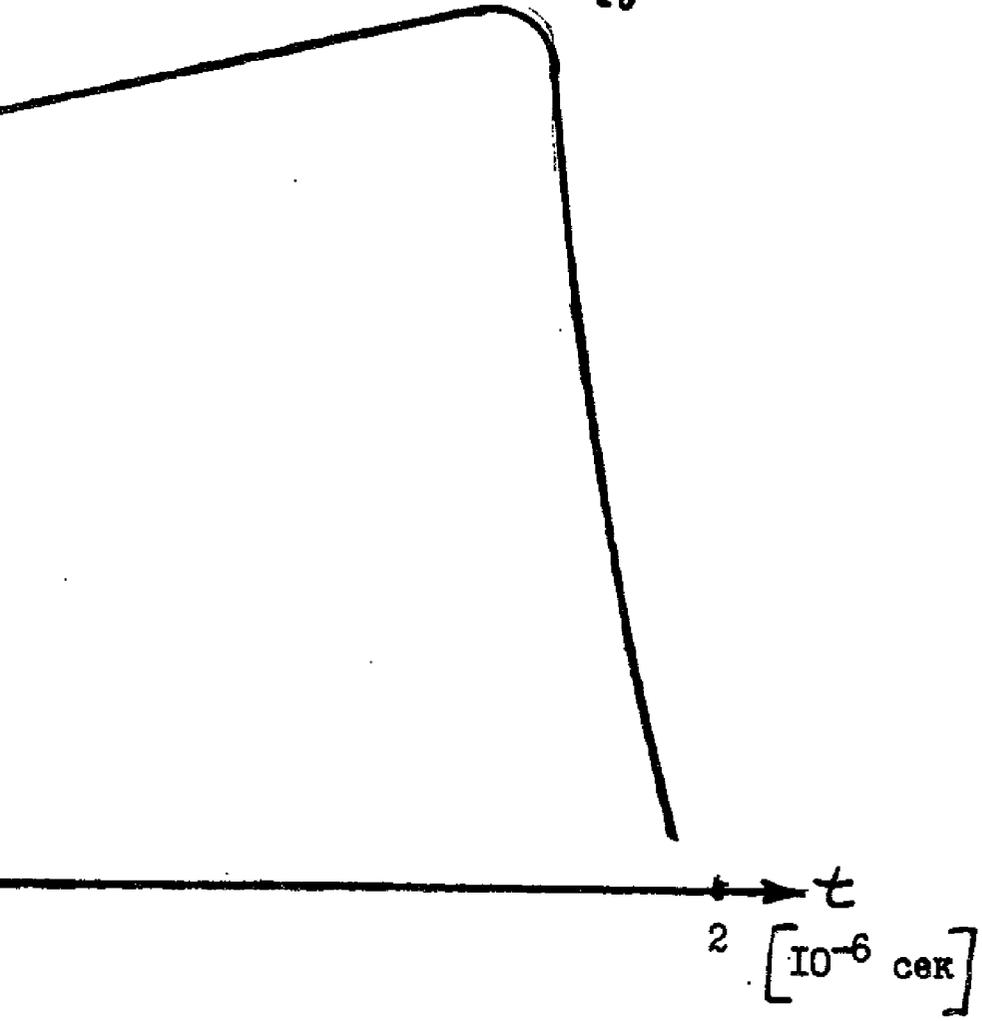


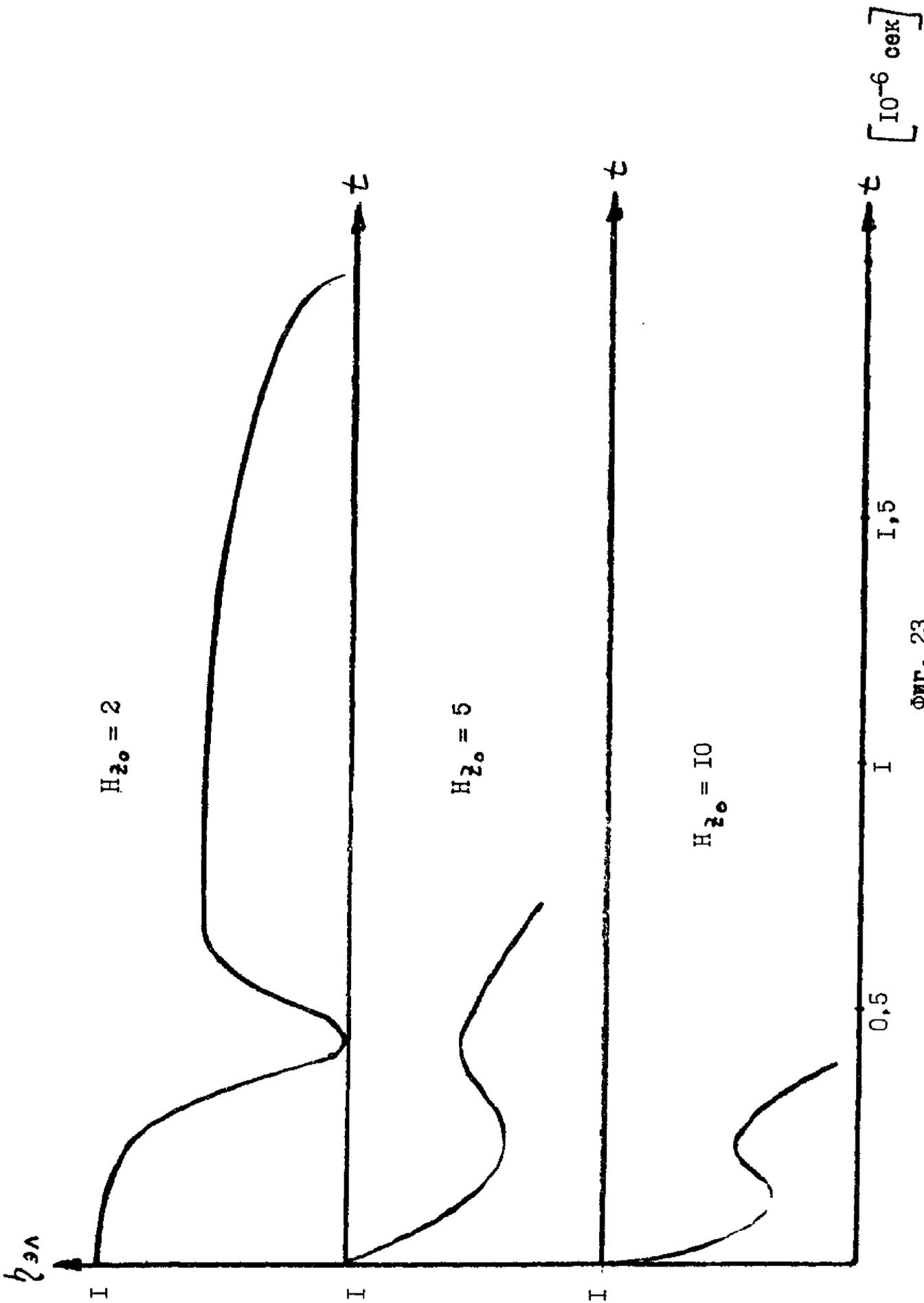


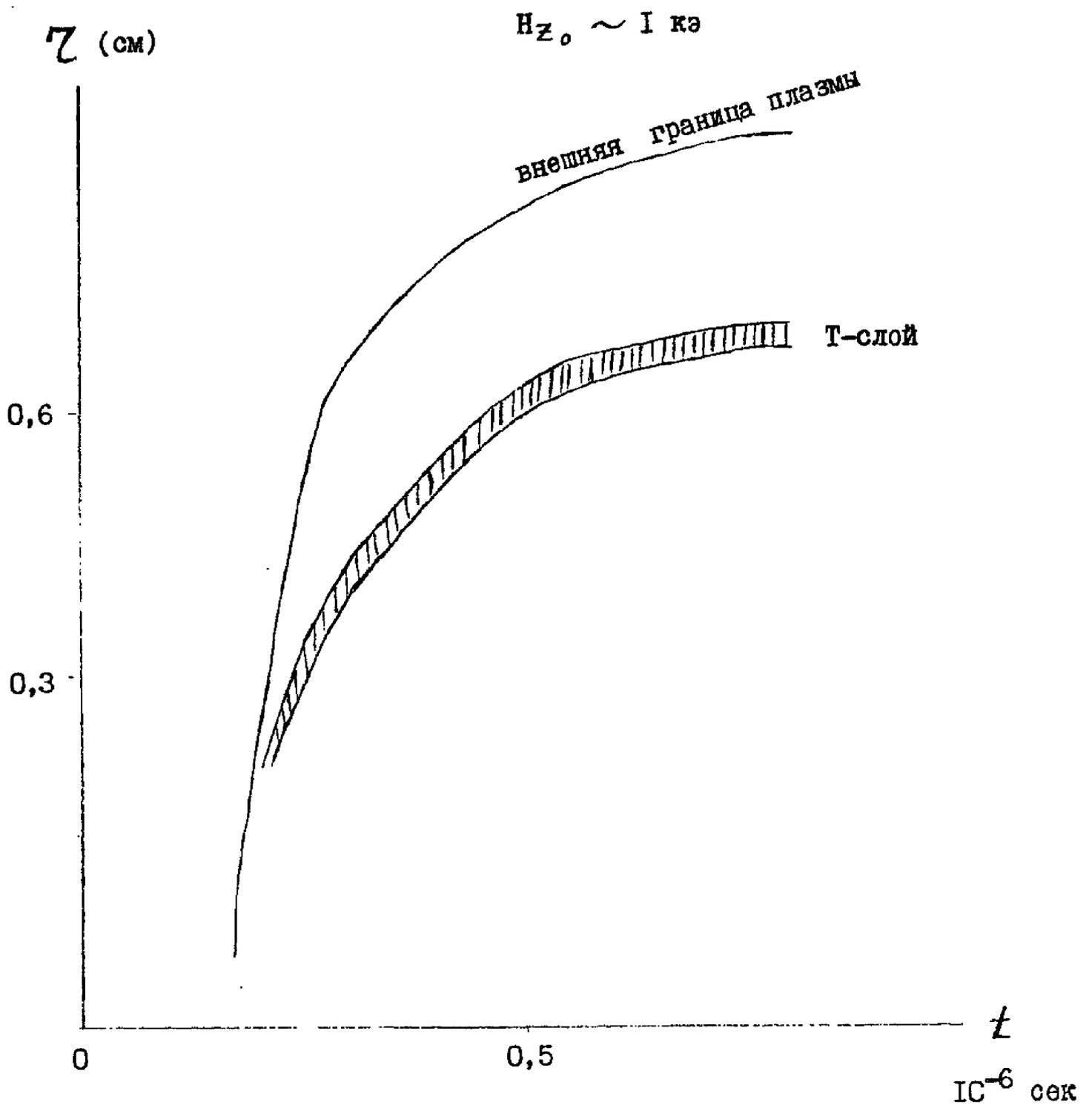


Фиг. 22

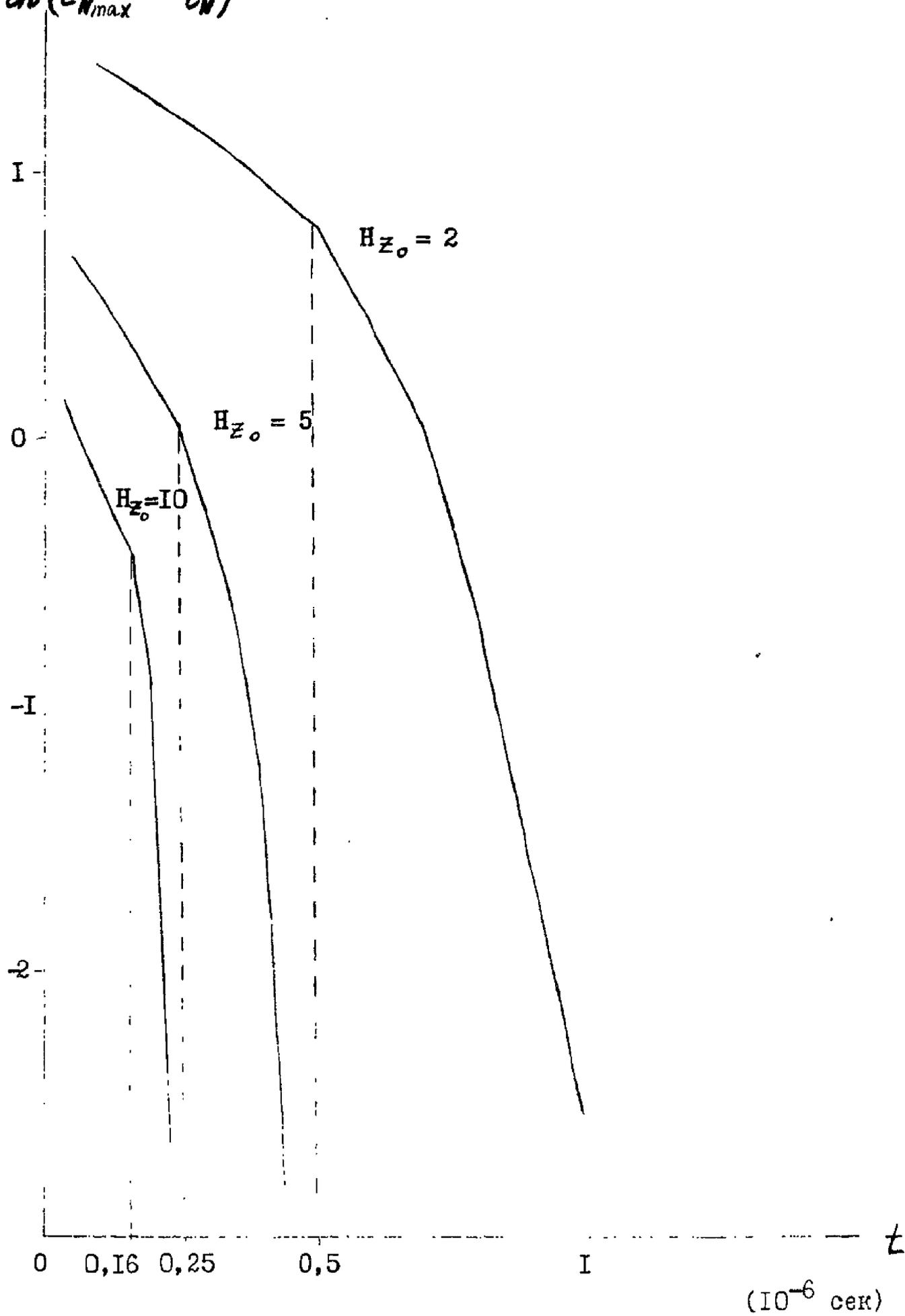
$$H_{z_0} = 2$$







Фиг. 24

$\ln(\tau_{N_{max}} - \tau_i)$ 


Фиг. 25

Цитируемая литература

1. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский, Л.А.Заклязьминский, П.П.Волосевич, Л.М.Дегтярев, С.П.Курдюмов, Ю.П.Попов, В.С.Соколов, А.П.Фаворский. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. ДАН СССР, т.173, № 4, 1967.
2. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский, Л.А.Заклязьминский, П.П.Волосевич, Д.А.Гольдина, Л.М.Дегтярев, С.П.Курдюмов, Ю.П.Попов, В.Н.Равинская, В.С.Соколов, А.П.Фаворский. Эффект Т-слоя в магнитной гидродинамике. Препринт ИПМ АН СССР, Москва, 1969.
3. В.Я.Гольдин, Д.А.Гольдина, Г.В.Данилова, Н.Н.Калиткин, А.В.Кузьмьяна, С.П.Курдюмов, А.Ф.Никифоров, Ю.П.Попов, В.С.Рогов, В.Б.Розанов, А.А.Самарский, В.Б.Уваров, Л.С.Царева, Б.Н.Четверушкин. Исследование задач магнитной радиационной газодинамики численными методами на ЭВМ. Препринт ИПМ АН СССР № 36, Москва, 1971.
4. Ю.П.Попов, А.А.Самарский. "Полностью консервативные разностные схемы". ЖВМ и МФ, 9, № 4, 953, 1969.
5. Ю.П.Попов, А.А.Самарский, "Полностью консервативные разностные схемы для уравнений магнитной гидродинамики". ЖВМ и МФ, 10, № 4, 990, 1970.
6. А.А.Самарский, П.П.Волосевич, М.И.Волчинская, С.П.Курдюмов. "Метод конечных разностей для решения одномерных нестационарных задач магнитной газодинамики". ЖВМ и МФ, 8, № 5, 1025, 1968.
7. В.Я.Гольдин, Б.Н.Четверушкин. "Методы расчета переноса излучения в одномерных задачах низкотемпературной плазмы". Препринт ИПМ № 12, Москва, 1970. Депонирован в ВИНТИ № 1796-70 ДСП.
8. В.Я.Гольдин, Б.Н.Четверушкин. "Эффективный метод решения уравнения переноса излучения в низкотемпературной плазме". ДАН, 195, № 2, 1970.

9. Б.Н.Четверушкин. Об одном методе совместного решения уравнения энергии и уравнения переноса излучения. ЖВМ и МФ, 10, № 5, 1290, 1970.
10. Л.М.Дегтярев, А.П.Фаворский. "Потоковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильноменяющимися коэффициентами". ЖВМ и МФ, 9, № 1, 211, 1969.
11. Н.Н.Калиткин. Проводимость низкотемпературной плазмы. ТВТ, 6, № 5, 801, 1968.
12. А.Ф.Никифоров, В.Б.Уваров. Коэффициенты поглощения света в плазме. Препринт ИПМ № 36, Москва, 1969.
13. А.Ф.Никифоров, В.Б.Уваров. "Вычисление непрозрачности звезд с учетом поглощения света в спектральных линиях". ДАН, 191, № 1, 1970.
14. П.П.Волосевич, В.Я.Гольдин, Н.Н.Калиткин, С.П.Курдюмов, Ю.П.Попов, В.Б.Розанов, А.А.Самарский, Б.Н.Четверушкин. Некоторые стадии сильноточного разряда в плазме. Препринт ИПМ АН СССР, № 40, Москва, 1971.
15. Б.Б.Кадоццев. Гидромагнитная устойчивость плазмы. Сб. Вопросы теории плазмы, вып.2, Госатомиздат, 1963.
16. Ю.А.Керкис, В.С.Соколов, Н.А.Трынкина, В.Л.Фомичев. Некоторые результаты экспериментального исследования эффекта токового слоя. ДАН СССР т.211, № 1, 1973.
17. А.К.Захаров, В.В.Клавдиев, В.Д.Письменный, Л.Ротхарт, В.Б.Саенко, А.Н.Старостин, Г.Ян, Экспериментальное наблюдение Т -слоев в движущейся плазме, взаимодействующей с магнитным полем. ДАН СССР. 1973, (в печати).
18. Г.В.Данилова, В.Д.Дородницын, С.П.Курдюмов, Ю.П.Попов, А.А.Самарский, Л.С.Царева. Взаимодействие сгустка плазмы с магнитным полем в канале рельсотрона. Препринт № 62, ИПМ АН СССР, Москва, 1973.
19. И.М.Раевский. Экспериментальное обнаружение возникновения Т - слоя при расширении плазмы в магнитном поле. Доклад на I-ом Объединенном семинаре по вычислительной физики. Сухуми, 1972г.