



ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

М.И. Волчинская, В.Я. Гольдин, Н.Н. Калиткин,
А.А. Самарский

СРАВНЕНИЕ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ НА ТЕСТАХ

Препринт № 44 за 1972г

Москва

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. О теоретическом и экспериментальном исследовании разноотных схем	
§ 2. Четыре газодинамические схемы	
§ 3. Первый газодинамический тест	
§ 4. Результаты расчетов	
Литература	

§ I. О теоретическом и экспериментальном исследовании
разностных схем

I. Для решения одинаковых или близких задач различными авторами предлагается большое количество разностных схем. Естественно возникает вопрос: какую из предложенных схем использовать при решении реальной задачи? Традиционных оценок сходимости, устойчивости, точности, как правило, недостаточно для ответа. Это связано с рядом особенностей, присущих результатам теоретических методов исследования схем.

1. Для большинства нелинейных задач, в частности для газодинамических, нет доказательства сходимости или, хотя-бы, устойчивости разностных схем. Соображения об их устойчивости и сходимости основаны на анализе линеаризированных задач.

2. Оценки точности схем являются асимптотическими при стремлении шага к нулю. Но быстродействие и память современных ЭВМ не настолько велики, чтобы можно было относительно сложные реальные задачи считать достаточно малым шагом.

3. Как правило, априорные оценки точности схем далеки от оптимальных. Они бывают завышены в десятки и сотни раз, и только в исключительных случаях удается получить "неулучшаемые" оценки. При этом такие "неулучшаемые" оценки относятся обычно к достаточно широкому классу функций, а для конкретного решения могут быть сильно завышены.

4. Даже наличие доказательства сходимости разностной схемы не гарантирует хорошее качество полученного по схеме решения. Сходимость в интегральных нормах обеспечивает только передачу некоторых интегральных характеристик решения. Сходимость в норме обеспечивает хорошее качество решения только при достаточно подробной сетке. Так, широко известна "болтанка", возникающая в

расчетах на грубых сетках по некоторым сходящимся устойчивым схемам и делающая результаты расчета фактически неприемлемыми. Большой опыт численных расчетов показывает, что помимо аппроксимации и устойчивости разностные схемы должны удовлетворять добавочным критериям, обеспечивающим передачу некоторых качественных свойств решения. Для примера приведем известный критерий монотонности разностных схем. Другим примером является требование консервативности схемы, или в более общей форме - требование инвариантности разностных уравнений относительно определенной группы преобразований. По сути дела необходимо исследование схемы методами пока еще не разработанной качественной теории разностных уравнений.

II. В связи с вышеизложенным нам представляется существенным элементом характеристики схем их проверка на небольшой системе тестов. Тестами могут служить задачи, имеющие точное решение и содержащие специфические трудности рассматриваемого класса задач. Для проверки схемы следует провести серию из трех или более расчетов задачи-теста с последовательным сгущением сеток. Точность разностной схемы оценивается по норме погрешности сеточного решения по сравнению с точным.

Для гладких решений оценку можно производить в нормах C и L_2 . Для разрывных решений в норме C нет сходимости и возможны оценки погрешности в каких-либо интегральных нормах. В теоретических исследованиях обычно используют норму L_2 или связанные с задачей специальные нормы [1]. При этом получают оценки погрешности разностного решения, имеющие, как правило, следующий вид:
$$\|u_h - u\| = M \cdot h^\alpha + o(h^\alpha) \quad \text{при } h < h_0.$$
 Анализ численных расчетов разрывных решений показывает, что выход на асимптотический режим, когда членом $o(h^\alpha)$ можно пренебречь реализуется в пространстве L_2 при более крупном шаге h .

чем в пространстве L_2 . Поэтому целесообразна использованная в данной работе оценка погрешности разрывных решений в норме L_1 .

Отметим, что интересный критерий близости непрерывной и разрывной функций, аналогичный близости в норме C , был предложен в [2]. К сожалению, этот критерий не имеет свойств нормы, и поэтому использовать его для доказательств сходимости схем не удастся. Использование же его для оценки погрешности схем на известных точных решениях (на тестах) возможно, хотя и содержит произвол, связанный с масштабами разных переменных.

При сравнении схем на тестах надо вычислять погрешность острого решения одинаковым фиксированным способом. Следует обратить особое внимание на район разрыва точного решения, потому что именно этот участок зачастую дает заметный вклад в погрешность. Опишем способ вычисления погрешности, использованный в данной работе и рекомендуемый нами для подобных тестов.

Пусть $F(x)$ — точное решение, имеющее разрыв в точке $x = c$,
 $x_i \leq c < x_{i+1}$; $\{f_i\}$ — сеточные значения функции.
 Тогда погрешность равностного решения в норме L_1 , на интервале (x_i, x_{i+1}) равна сумме площадей заштрихованных трапеций (см. рис. 1).

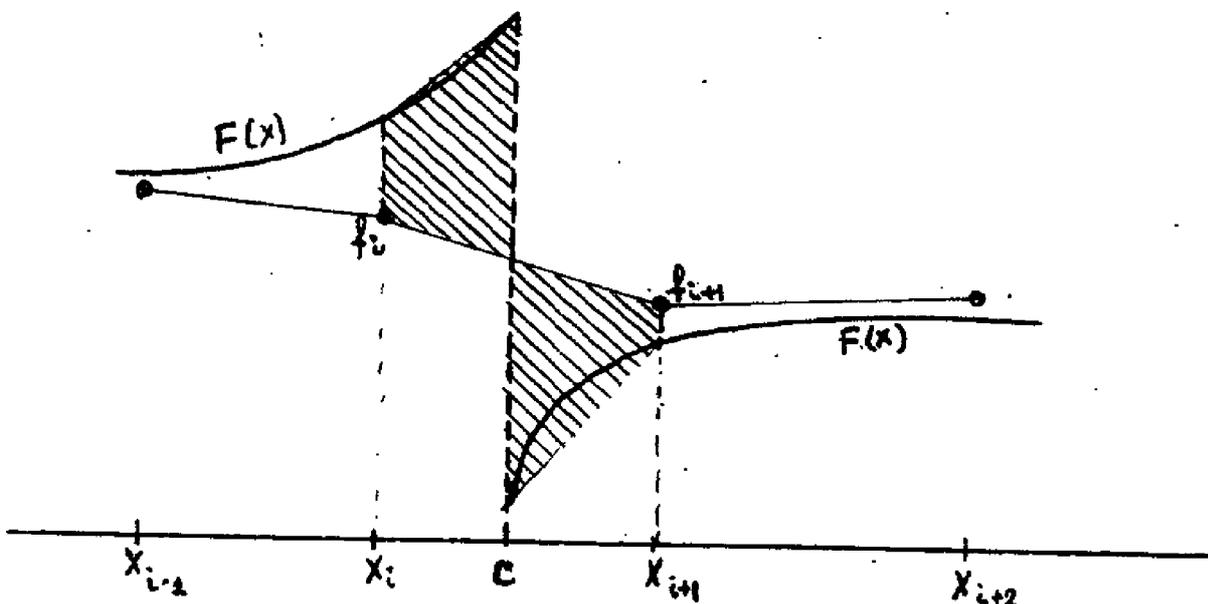


Рис. 1

III. В качестве тестов для сопоставления одномерных газодинамических схем целесообразно использовать следующие задачи:

- (1) схождение сферической ударной волны к центру ;
- (2) выход ударной волны из плотной среды в сильно разреженную среду ;
- (3) столкновение двух пластин, разделенных вакуумом.

§ 2. Четыре газодинамические схемы.

В данной работе проведено сравнение на тесте (I) нескольких одномерных газодинамических схем сквозного счета.

Сравнивались неконсервативная, консервативная и две полностью консервативных схемы. Опишем эти схемы.

Из многочисленных неконсервативных схем рассмотрена наиболее употребительная в американских работах схема Неймана-Рихтмайера [3], [4]. Это явная схема типа "крест", 2-го порядка аппроксимации по времени и пространству. Она имеет следующий вид:

$$(A) \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_i - \check{V}_i}{0.5(\check{\varepsilon} + \check{\varepsilon}_i)} = \frac{\check{z}_i^n (\check{P}_{i-1} + \check{\omega}_{i-1} - \check{P}_i - \check{\omega}_i)}{\rho^{(0)} (\check{z}_i^{(0)})^n (\check{z}_{i+1}^{(0)} - \check{z}_i^{(0)})} \\ \check{z}_i = \check{z}_i^v + \tau V_i \\ \eta_i = \frac{\check{z}_{i+1}^{n+1} - \check{z}_i^{n+1}}{(n+1) m_i} \\ \omega_i = \begin{cases} \frac{2\gamma}{\eta_i + \check{\eta}_i} (V_{i+1} - V_i)^2 & \text{при } V_{i+1} - V_i < 0 \\ 0 & \text{при } V_{i+1} \\ \end{cases} \\ \check{\varepsilon}_i = \check{\varepsilon}_i - [0.5(\check{P}_i + \check{P}_{i-1}) + \omega_i] (\eta_i - \check{\eta}_i) \\ \check{\rho}_i = \rho(\check{\varepsilon}_i, \eta_i) \end{array} \right.$$

Здесь $n = 0, 1, 2$ - показатель симметрии, $\rho^{(0)}$ и $z^{(0)}$ первоначальные значения плотности и Эйлеровых координат, обозначения остальных величин - общепринятые. В соответствии с [4] полагаем

коэффициент искусственной вязкости $\nu = 1.5$.

Из различных консервативных схем рассмотрена схема, описанная в [5], хорошо зарекомендовавшая себя в разнообразных расчетах. Это неявная абсолютно устойчивая схема, имеющая 2-ой порядок аппроксимации по пространству и 1-ый по времени. Она имеет следующий вид:

$$(B) \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_i - \overset{\nu}{V}_i}{\tau} = \frac{z_i^n (P_{i-1} + \omega_{i-1} - P_i - \omega_i)}{0.5 (m_{i-1} + m_i)} \\ z_i = \overset{\nu}{z}_i + \tau \cdot V_i \\ P_i = \frac{(n+1) m_i}{z_{i+1}^{n+1} - z_i^{n+1}} \\ \omega_i = \begin{cases} \nu P_i (V_{i+1} - V_i) (V_{i+1} - V_i - \nu) & \text{при } V_{i+1} - V_i < 0 \\ 0 & \text{при } V_{i+1} - V_i \geq 0 \end{cases} \\ \varepsilon_i = \frac{\overset{\nu}{V}_i}{\tau} - \frac{V_i^2 + V_{i+1}^2}{4} + \frac{\overset{\nu}{V}_i^2 + \overset{\nu}{V}_{i+1}^2}{4} + \\ + \frac{\tau}{m_i} \left[\overset{\nu}{z}_i^n \frac{m_{i-1} (P_i + \omega_i) + m_i (P_{i-1} + \omega_{i-1})}{m_i + m_{i-1}} - V_{i+1} \overset{\nu}{z}_{i+1}^n \frac{m_i (P_{i+1} + \omega_{i+1}) + m_{i+1} (P_i + \omega_i)}{m_i + m_{i+1}} \right] \\ P_i = P(\varepsilon_i, P_i) \end{array} \right.$$

В [6] и [7] были предложены полностью консервативные разностные схемы, реализующие выполнение законов сохранения более детально, чем в иных схемах. Требование полной консервативности является жестким и определяет газодинамическую разностную схему 2-го порядка аппроксимации почти единственным образом, допуская лишь небольшие вариации. В ходе данной работы выяснилось, что в [7] выбрана неудачная форма искусственной вязкости, а в [6] не вполне согласованы между собой уравнения для вычисления Эйлеровых координат и объемов интервалов. Среди схем 2-го порядка аппроксимации более удачной можно считать следующую запись полностью консервативной схемы:

$$(B) \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_i - \check{V}_i}{\tau} = \frac{(z_i^n + \check{z}_i^n) (P_{i-1} + \check{P}_{i-1} + \omega_{i-1} + \check{\omega}_{i-1} - P_i - \check{P}_i - \omega_i - \check{\omega}_i)}{2(m_i + m_{i-1})} \\ \frac{z_i^{n+1} - \check{z}_i^{n+1}}{\tau} = \frac{(n+1)(V_i + \check{V}_i)(z_i^n + \check{z}_i^n)}{4} \\ \rho_i = \frac{(n+1)m_i}{z_{i+1}^{n+1} - z_i^{n+1}} \\ \omega_i = \begin{cases} \nu \rho_i (V_{i+1} - V_i)(V_{i+1} - V_i - \nu) & \text{при } V_{i+1} - V_i < 0 \\ 0 & \text{при } V_{i+1} - V_i \geq 0 \end{cases} \\ \varepsilon_i = \check{\varepsilon}_i + \frac{\tau}{8m_i} (P_i + \omega_i + \check{P}_i + \check{\omega}_i) [(V_i + \check{V}_i)(z_i^n + \check{z}_i^n) - (V_{i+1} + \check{V}_{i+1})(z_{i+1}^n + \check{z}_{i+1}^n)] \\ P_i = P(\varepsilon_i, \rho_i) \end{array} \right.$$

Схемы, имеющие 2-ой порядок аппроксимации по времени, обычно немонокотонны. Поэтому во многих работах используются чисто неявные схемы, обеспечивающие более гладкий счет. В связи с этим наряду со схемой (B) была рассмотрена полностью консервативная схема (Г), имеющая 1-ый порядок аппроксимации по времени и 2-ой по пространству. Она близка к чисто неявным схемам.

$$(Г) \left\{ \begin{array}{l} \frac{V_i - \check{V}_i}{\tau} = z_i^n \frac{P_i + \omega_{i-1} - P_i - \omega_i}{0.5(m_{i-1} + m_i)} \\ \frac{z_i^{n+1} - \check{z}_i^{n+1}}{\tau} = (n+1) \frac{V_i + \check{V}_i}{2} z_i^n \\ \rho_i = \frac{(n+1)m_i}{z_{i+1}^{n+1} - z_i^{n+1}} \\ \omega_i = \begin{cases} \nu \rho_i (V_{i+1} - V_i)(V_{i+1} - V_i - \nu) & \text{при } V_{i+1} - V_i < 0 \\ 0 & \text{при } V_{i+1} - V_i \geq 0 \end{cases} \\ \varepsilon_i = \check{\varepsilon}_i + \frac{\tau}{2m_i} (P_i + \omega_i) [(V_i + \check{V}_i) z_i^n - (V_{i+1} + \check{V}_{i+1}) z_{i+1}^n] \\ P_i = P(\varepsilon_i, \rho_i) \end{array} \right.$$

Схемы (Б)–(Г) решались методом попеременных прогонок с линеаризацией [5]; коэффициенты искусственной вязкости в соответствии с [8] полагались $\nu = 1$ и $\nu^i = 0.2$.

§ 3. Первый газодинамический тест.

IV. Опишем рассмотренную в качестве теста задачу о сходимости сферической ударной волны к центру.

Имеется сферически симметричное движение, в котором по покоящемуся газу постоянной плотности $\rho^{(0)}$ и нулевого давления к центру симметрии идет сильная ударная волна (созданная, например, "сферическим поршнем"). Газ считается идеальным и описывается уравнением состояния $p = \epsilon p / (\gamma - 1)$. В некоторый момент времени ударная волна фокусируется в центре, где при этом возникает бесконечная температура и давление (плотность остается конечной). Затем из центра выходит отраженная ударная волна, постепенно ослабевающая по мере удаления от центра.

Эта задача – автомодельная, но группа подобия не определяется из соображений размерности. Автомодельное решение задачи подробно исследовалось многими авторами; здесь мы воспользовались результатами расчетов А.И. Жукова [9]. В этом решении автомодельные переменные связаны с физическими следующими соотношениями.

$$\xi = (t - t_{\varphi}) r^{-k}, \quad \text{где } k > 1, \quad u(\xi) = \frac{t - t_{\varphi}}{r} v(r, t),$$

$$C(\xi) = \frac{t - t_{\varphi}}{r} c(r, t), \quad \delta(\xi) = \frac{p(r, t)}{\rho^{(0)}},$$

где t_{φ} – момент фокусировки ударной волны, k – показатель автомодельности, c – адиабатическая скорость звука. Для теста выбрано $\gamma = 5/3$ (одноатомный газ), которому соответствует $k = 1.45268$.

График автомобильной скорости $u(\xi)$ изображен на рис. 2 толстой сплошной линией ($\xi = \xi/\xi_0$, ξ_0 - координата фронта сходящейся ударной волны). На нем значению $\xi=0$ соответствует бесконечно удаленная точка. Выраво от нее при $0 < \xi < 1$ расположена сходящаяся ударная волна с фронтом при $\xi = 1$; еще правее, при $\xi > 1$ - фон перед сходящейся ударной волной. Слева от начала координат расположено решение после момента фокусировки: участок $-\infty < \xi < -1.558$ соответствует отраженной ударной волне, а участок $-1.558 < \xi < 0$ - фону перед отраженной волной. Таким образом, точка $\xi = +\infty$ соответствует центру сферы, когда в него сходится ударная волна, а точка $\xi = -\infty$ соответствует центру, из которого расходится ударная волна.

Автомодельное решение можно аппроксимировать следующими интерполяционными формулами:

$$u(\xi) = 0.1246 + 0.01086 \zeta^2; \quad C(\xi) = \frac{1}{\zeta} + 0.01126 \zeta \quad \text{при } \xi < -4.0$$

$$\left. \begin{aligned} u(\xi) &= 0.1246 + 0.01122 \zeta^2 + 0.00061 \zeta^4 + 0.0002227 \zeta^6 \\ C(\xi) &= \frac{1}{\zeta} + 0.01189 \zeta - 0.000240 \zeta^3 + 0.001040 \zeta^5 \end{aligned} \right\} \quad \text{при } -4.0 \leq \xi \leq -1.558$$

$$\text{где } \zeta = (-0.455 \xi)^{-0.9167}$$

$$\left. \begin{aligned} u(\xi) &= \xi \frac{0.2497 + 0.1134 \xi - 0.06849 \xi^2 - 0.01848 \xi^3}{1 - 0.0441 \xi - 0.2275 \xi^2} \\ C(\xi) &= \xi \frac{-0.3649 + 0.1617 \xi + 0.09244 \xi^2}{1 - 0.4281 \xi - 0.2810 \xi^2 - 0.00297 \xi^3} \end{aligned} \right\} \quad \text{при } -1.558 \leq \xi \leq 1$$

$$\delta(s) = K' \frac{[1 - 1452.7 u(s)]^{-0.9054}}{[C'(s)]^6} s^6, \text{ где } K' = \begin{cases} 2.030 \text{ при } -1.558 \leq s \leq 1 \\ 2.306 \text{ при } s \leq -1.558 \end{cases}$$

При $s > 1$ все величины имеют значения, соответствующие невозмущенному газу.

§ 4. Результаты расчетов.

У. Расчёт задачи (I) по схемам (А)-(Г) производился для конечной массы газа с начальной плотностью $\rho^{(0)} = 1$ и начальным радиусом поршня $R_N = 1$. Краевые условия в центре сферы - естественные. Скорость поршня задается в соответствии с автомоделным решением:

$$v_N(t) = v_N^{(0)} \frac{0.9475 + 2.117 \theta}{1 + 1.602 \theta + 0.4708 \theta^2},$$

где $\theta = (t - t_\varphi) / (t^{(0)} - t_\varphi)$, а $v_N^{(0)} = -1$ - первоначальная скорость поршня.

При этом фокусирование ударной волны происходит в момент $t = t_\varphi = 0,516287$, а к моменту $t_1 = 0,687849$ отраженная ударная волна достигает поршня. Расчёт целесообразно закончить несколько раньше, например при $t_{кон} = 0,640$.

По каждой из четырех схем производились расчеты с тремя пространственными сетками, выбранными равномерно по радиусу - 16, 32 и 64 интервала. Шаг по времени выбирался из условий Куранта, с числом Куранта равным 0,5.

VI. Опишем результаты расчетов. Одной из наиболее чувствительных величин в данной задаче является скорость. Поэтому погрешность скорости $\Delta_1 v$, вычисленную в норме λ_1 , мы приводим для характеристики рассмотренных схем. Кривые на рис.3 изображают

зависимость $\Delta_1 V$ от времени t в расчетах с разными сетками по схеме (Б). Цифры около каждой кривой указывают число интервалов сетки. Буквой φ на оси t отмечен момент фокусировки ударной волны; при $t < \varphi$ ударная волна сходится к центру сферы, при $t > \varphi$ отраженная ударная волна уделяется от центра.

Погрешность при $t < \varphi$ имеет осциллирующий характер, связанный с перемещениями фронта ударной волны, идущей по нулевому фону, в соседний интервал сетки. По мере приближения ударной волны к центру, где массы интервалов уменьшаются, осцилляции затухают. При больших t погрешность растет в связи с продвижением фронта отраженной ударной волны в интервалы большей массы. В момент фокусировки имеет место пик погрешности, величина и характер которого слабо зависят от сетки. Сопоставление кривых на рис.3 показывает сходимость сеточного решения к точному при сгущении сетки для всех t , кроме района фокусировки. Графики погрешности $\Delta_1 V$ для результатов, полученных по схемам (А), (Б) и (Г) качественно совпадают с представленными на рис.3 и в работе не приведены.

На рис.2 изображен график автомобильной скорости. Кружками, крестиками, треугольниками и галками на графике отмечены точки, полученные соответственно в расчетах по схемам (А), (Б), (В) и (Г) с сеткой, содержащей 32 интервала. Как видно из рис.2 в схеме (В) фронт отраженной ударной волны размазывается неместо меньше, чем в схеме (Б), но зато сильнее нарушается монотонность решения за фронтом.

В таблице I приведена средняя интегральная по времени величина погрешности скорости - $D = \frac{1}{t_{\text{кон}}} \int_0^{t_{\text{кон}}} \Delta_1 V(t) dt$ для расчетов по всем схемам. Из сравнения данных, приведенных в таблице, видно, что схемы (Б-Г) дают лучший результат, чем схема (А). Отметим, что расчет на заданной сетке по схеме (А) требует меньшего объема

вычислений (в расчетах по схемам (Б-Г) производится по 5-8 итераций на каждом шаге). Но для достижения одинаковой точности расчета схемы (Б-Г) требуют и меньшей памяти и меньшего объема вычислений, чем схема (А).

В сложных задачах, например, в задачах магнитной радиационной газодинамики определяющим критерием для выбора газодинамических схем является не собственно экономичность такой схемы, а возможность получения в газодинамике результатов нужной точности на грубых сетках по пространству и времени. Как видно, при этом консервативные схемы оказываются заметно выгоднее схем типа Неймана-Рихтмайера.

Рассмотренные консервативные схемы (Б-Г) мало различаются по точности. (Близость схем (Б) и (В) наблюдалась ранее в [10]). Среди них наименее точной сказывается схема (Б), а лучшие результаты дает схема (Г). Это, по видимому, связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, схема (Г) является полностью консервативной и поэтому отдельные ее уравнения хорошо согласованы между собой. Во-вторых, схема (Г) близка к чисто неявной и поэтому обеспечивает достаточно гладкий счет.

Отметим, что в данной работе исследовались, в основном, схемы, проверенные многолетней практикой. Вообще же среди консервативных схем есть и плохие, как показано в [11].

УП. Для оценки влияния способа построения пространственной сетки на точность счета были проведены расчеты по схеме (Б). В этих расчетах выбиралась сетка, почти равномерная по массе, что часто используется в вычислительной практике. При этом количество интервалов сетки бралось также 16, 32 и 64, а величина центрального интервала была такой же, как в соответствующей сетке, равномерной по радиусу. Результаты этих расчетов - погрешность

Д - представлены в таблице 2.

Видно, что погрешность сильно выросла по сравнению с расчетами на пространственной сетке, равномерной по радиусу. Кроме того эти расчеты потребовали более мелкого шага по времени, т.е. оказались заметно менее экономичными.

Таким образом, выбор способа построения пространственной сетки может повлиять на точность расчета не меньше, чем выбор разностной схемы.

УП. Сделаем некоторые выводы:

1. Консервативные схемы Б-Г выгоднее по объему вычислений для достижения заданной точности, чем схема Неймана-Рихтмайера.
2. Среди рассмотренных консервативных схем некоторым преимуществом обладает схема Г.
3. Использование сетки, ^{квaзи}равномерной по радиусу, приводит в среднем к лучшим результатам, чем использование сеток, квазиравномерных по массе.

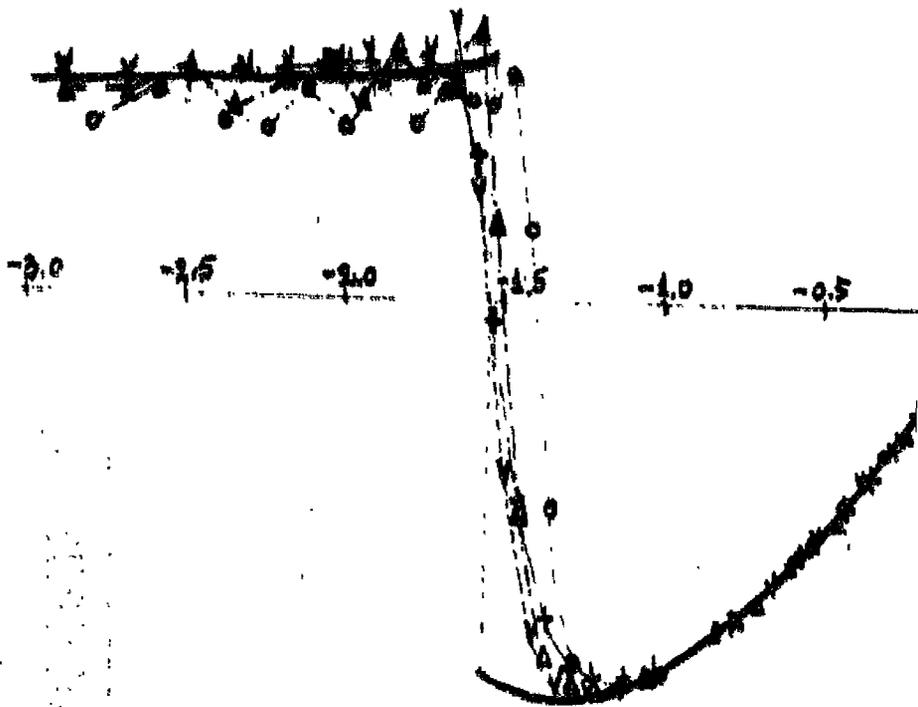
1. А.А.Самарский. "Введение в теорию разностных схем". "Наука", Москва, 1971.
2. В.Я.Арсенин "О разрывных решениях уравнений первого рода", ЖМ и МФ, 1965, 5, 922-926.
3. Р.Д.Рихтмайер. "Разностные методы решения краевых задач", ИЛ, Москва, 1960.
4. R.D.Richtmyer and K.W. Morton, "Difference methods for Initial-Value Problems", second edition, 1967
5. А.А.Самарский, П.П.Волосевич, М.И.Волчинская, С.П.Курдюмов, "Метод конечных разностей для решения одномерных нестационарных задач магнитной гидродинамики", ЖМ и МФ, 1968, 8, № 5, 1025-1038.
6. Ю.П.Попов, А.А.Самарский. "Полностью консервативные разностные схемы", ЖМ и МФ, 1969, 9, № 4, 953-958.
7. В.Я.Гольдин, Н.И.Ионкин, Н.Н.Калиткин. "Об энтропийной схеме расчета газодинамики". ЖМ и МФ, 1969, 9, № 6, 1411-1413.
8. Л.Н.Бусурина, В.Я.Гольдин, Н.Н.Калиткин, Л.С.Парева. "Численный расчет детонации". ЖМ и МФ, 1970, 10, № 1, 239-243
9. К.В.Брушлинский, Я.М.Каждан "Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики", УМН, 1963, XIII, вып.2 (110) 3-23.
10. В.М.Шапиро "Полностью консервативные разностные схемы и их реализация для уравнения газодинамики в численных расчетах задачи о поршне". Дипломная работа, МФТИ-ИИМ, 1970г.
11. В.Г.Маламуд, Ю.П.Попов, В.М.Шапиро "Применение полностью консервативных разностных схем к расчету задач гидродинамики и магнитной гидродинамики" М. ИИМ АН СССР, препринт, 1970г.

Таблица 1.

Количество интервалов сетки	Погрешность D в расчетах с сетками, равномерными по радиусу			
	Схема А	Схема Б	Схема В	Схема Г
16	0.035	0.028	0.023	0.023
32	0.022	0.014	0.012	0.011
64	0.014	0.007	0.007	0.006

Таблица 2

Количество интервалов сетки	Погрешность D схемы Б	
	Расчеты с сеткой, равномерной по радиусу	Расчеты с сеткой, квазиравномерной по массе
16	0.028	0.048
32	0.014	0.039
64	0.007	0.016



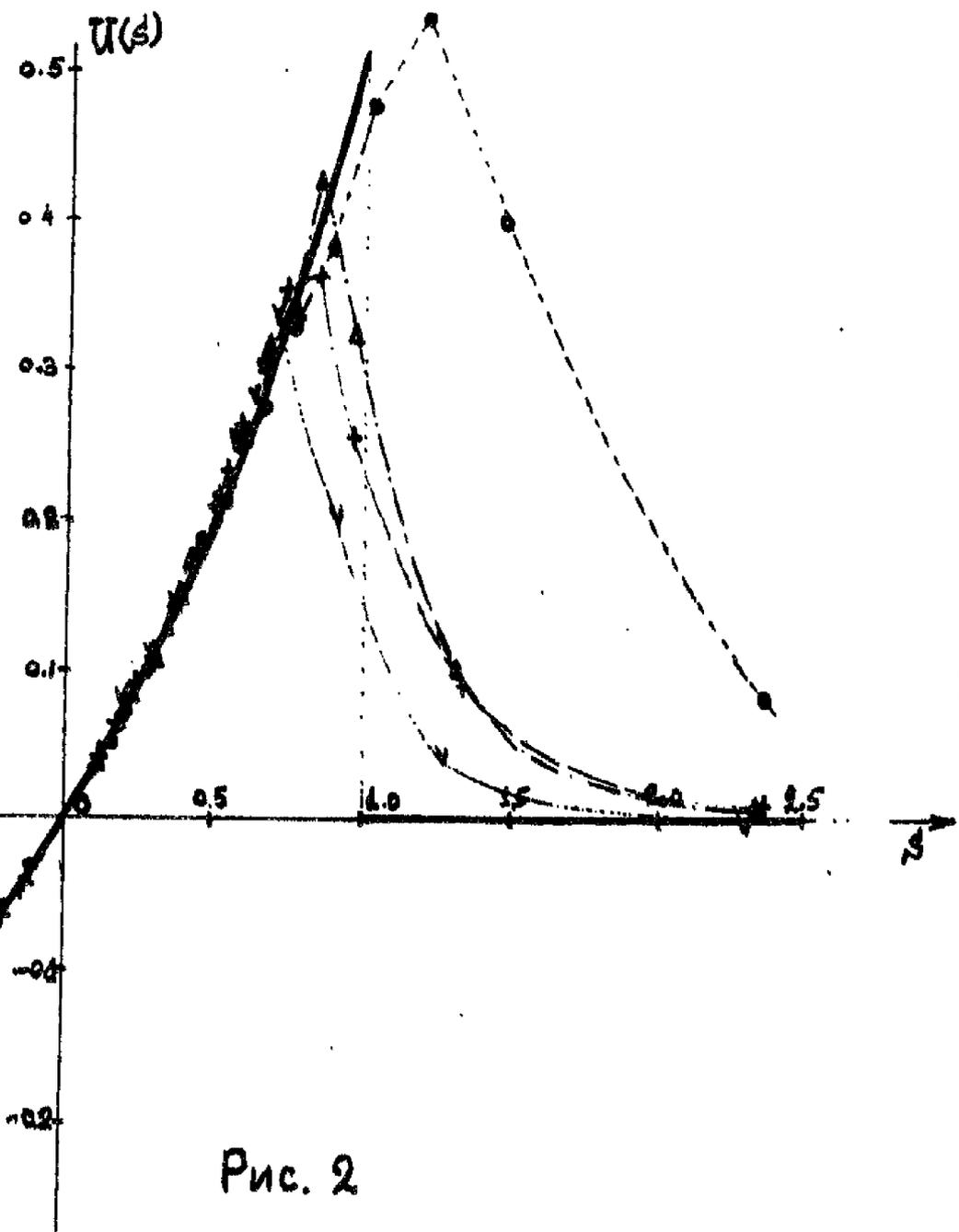


Рис. 2

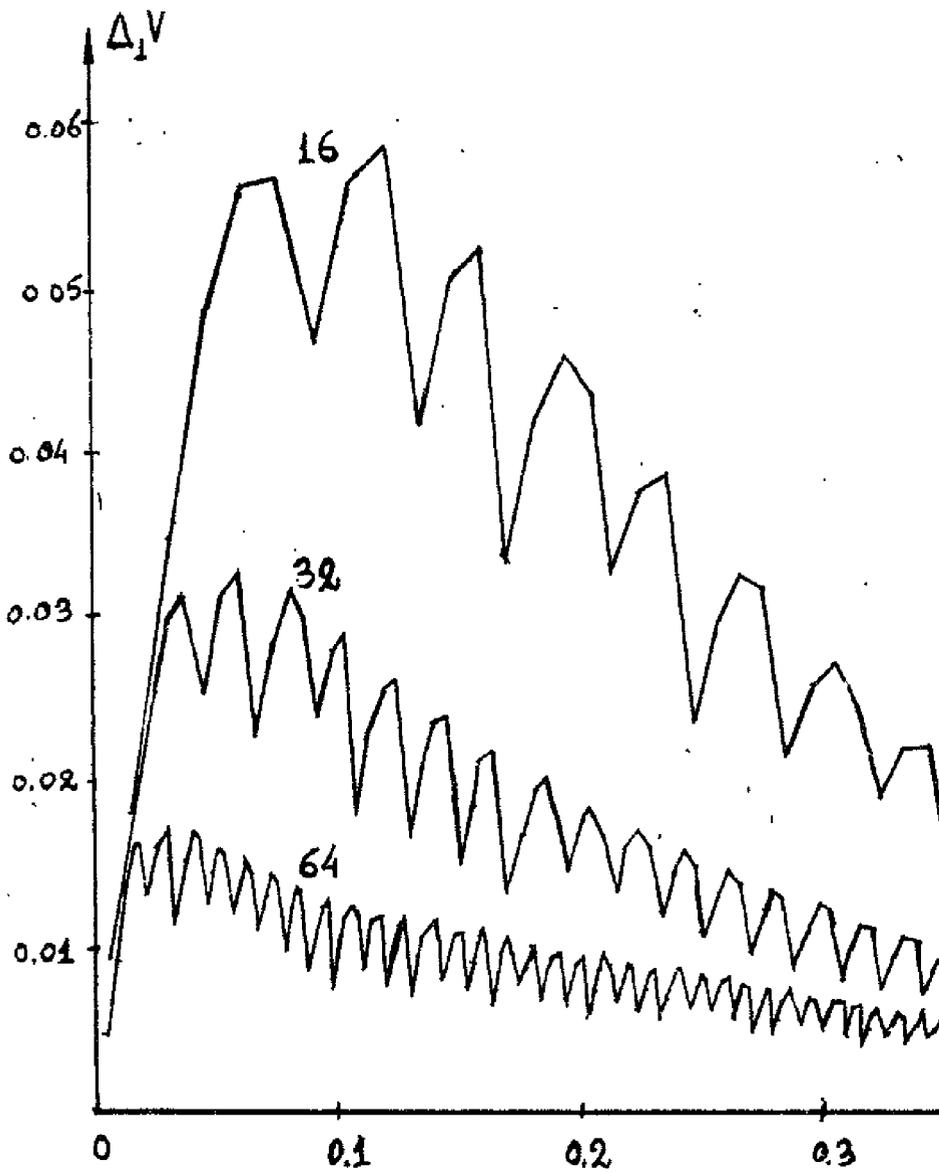
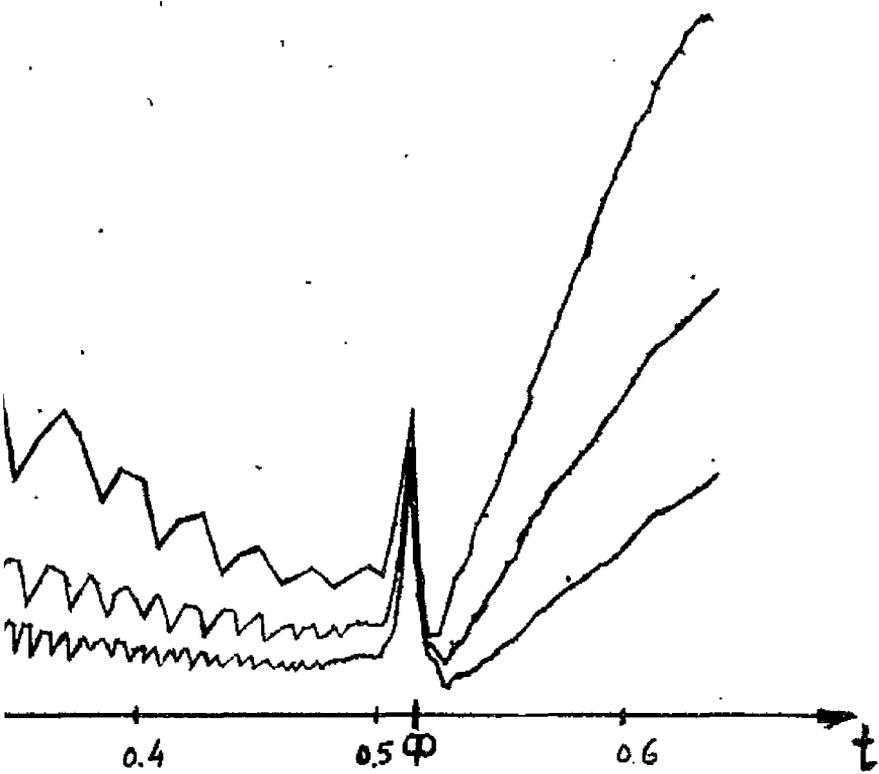


Рис. 3



УДК 517.9 : 538.4

Сравнение разностных схем на тестах

**М.И.Волчинская, В.Я.Гольден, Н.Н.Калиткин
А.А.Самарский**

Препринт ИГиМ 1972 г.

Рассматриваются различные способы сравнения разностных схем. Подробно обсуждаются вопросы сравнения схем на тестах. Проводится сравнение нескольких разностных схем для одномерной газодинамики на примере фокусировки ударной волны.

Ключевые слова: разностные схемы, газодинамика