

НЕЛИНЕЙНЫЙ ЭФФЕКТ ОБРАЗОВАНИЯ САМОПОДДЕРЖИВАЮЩЕГОСЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО СЛОЯ ГАЗА В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССАХ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ *

Академик А.Н. ТИХОНОВ,
член-корреспондент АН СССР А.А. САМАРСКИЙ,
Л.А. ЗАКЛЯЗЬМИНСКИЙ, П.П. ВОЛОСЕВИЧ,
Л.М. ДЕГТЯРЕВ, С.П. КУРДЮМОВ, Ю.П. ПОПОВ,
В.С. СОКОЛОВ, А.П. ФАВОРСКИЙ

При исследовании нестационарных процессов взаимодействия сжимаемой электропроводной среды с магнитным полем было обнаружено существование самоподдерживающегося, высокотемпературного электропроводного слоя (T -слоя), возникающего вследствие преимущественного выделения джоулева тепла в некоторой массе газа. Это явление по своей физической природе близко к известному скин-эффекту и к явлениям диссипативной неустойчивости в магнитной гидродинамике. Однако оно не сводится ни к одному из них и существенным образом от них отличается. В работе рассматриваются условия возникновения и развития явления T -слоя.

Обнаруженный эффект имеет общий физический характер. Однако мы приведем некоторые частные решения уравнений одномерной нестационарной магнитной гидродинамики, которые подтверждают факт существования этого явления и иллюстрируют его основные особенности.

Эффект образования T -слоя был обнаружен и в достаточно полной мере изучен не в физическом эксперименте, а на математической модели, учитывающей в существенных чертах нелинейные зависимости нестационарных процессов магнитной гидродинамики.

1. Автомодельная задача о расширении электропроводного газа в магнитном поле. Пусть нетеплопроводный газ, образующий бесконечно длинный цилиндр, сжат в радиальном направлении до нулевого объема так, что на единицу длины приходится постоянная

* ДАН СССР, 1967, т. 173, № 4, с. 808-811.

масса M_0 . Все пространство заполнено магнитным полем, силовые линии которого параллельны оси симметрии. Пусть в момент $t = 0$ в газе происходит мгновенное выделение энергии E_0 (на единицу длины). Возникающее при этом движение будет автомодельным с автомодельной переменной $\lambda = A_0 r/t$, если выполняются следующие условия:

а) Электропроводность газа как функция температуры T , плотности ρ и времени определяется зависимостью $\sigma = \sigma_0 T^{k_0} \rho^{q_0} t^{n_*}$, где k_0 – произвольное число, а q_0 и n_* связаны соотношением $-2q_0 + n_* + 1 = 0$.

б) Рассматривается газ с уравнениями состояния $P = R\rho T$, $\epsilon = RT/(\gamma - 1)$, где P – материальное давление, ϵ – внутренняя энергия, R – газовая постоянная, γ – постоянное отношение удельных теплоемкостей.

в) Краевые условия заданы на оси симметрии $r = 0$ в виде

$$v(0, t) = 0, \quad \partial H / \partial r = 0 \quad (1)$$

и на контактном разрыве $r = r_*$, ограничивающем газ массы M_0 ,

$$P(r_*, t) = P_0/t^2, \quad H(r_*, t) = H_0/t. \quad (2)$$

В указанных предположениях система уравнений одномерной нестационарной магнитной гидродинамики имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(P + \frac{H^2}{8\pi} \right) &= 0, & \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\frac{1}{r} (r\rho v), \\ \frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\gamma P}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{\gamma - 1}{4\pi\sigma} \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)^2 &= 0, & (3) \\ \frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial r} + \frac{H}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right) \right) &= 0 \end{aligned}$$

и интегрируется в конечном виде. Приведем получаемые при этом зависимости для функций напряженности магнитного поля, электропроводности, температуры и скорости в случае $n_* = 0$ и $k_0 \neq 1/2$:

$$\begin{aligned} H &= h_0(c_0 + \lambda^2)/t[c + (c_0 + \lambda^2)^2]^{1/2}, & \sigma &= \sigma_0 \lambda^2/[c + (c_0 + \lambda^2)^2]^{2t}, \\ T &= T_0 \{ \lambda^2/[c + (c_0 + \lambda^2)^2]^{3/2} \}^{1/(k_0 - 0.5)}, & v &= \lambda. \end{aligned} \quad (4)$$

Постоянные c и c_0 в формулах (4) определяются краевыми условиями (1) и (2).

Дифференцируя выражения для функции $T(\lambda)$, получаем после ряда преобразований

$$\frac{dT}{d\lambda} = \frac{3}{k_0 - 0.5} \frac{T(\lambda)}{\lambda} \left(\frac{2}{3} - \sqrt{\text{Re}_m R_H} \right), \quad (5)$$

где через Re_m обозначено магнитное число Рейнольдса ($Re_m = \sigma r v$), а через R_H – отношение магнитного давления к газовому ($R_H = H^2/8\pi P$). При этом в данной задаче имеет место условие $Re_m R_H \leq 4$.

Фиксируя величину λ и тем самым определяя положение контактного разрыва, мы можем, варьируя величину параметра магнитогидродинамического взаимодействия $Re_m R_H$, менять положение T_{\max} по отношению к контактному разрыву: T_{\max} будет находиться либо на контактном разрыве, либо внутри области, занимаемой газом массы M_0 . Отметим еще одно обстоятельство. Сравнение функций $T(\lambda)$ и $Q(\lambda) = (dH/d\lambda)^2/\sigma$ показывает, что T_{\max} лежит в области, близкой к Q_{\max} , однако их положения не совпадают. Это объясняется тем, что величина температуры зависит не только от джоулевой диссипации, но и от того, насколько газ расширился и соответственно охладился.

Полученное решение позволяет сделать следующие выводы:

1) Расширение сжимаемой электропроводной среды в магнитном поле приводит к появлению максимумов температуры и электропроводности, обусловленных неравномерным распределением джоулевой диссипации и степенью расширения газа.

2) Хотя соотношение (5) не имеет универсального характера в силу частного вида краевых условий (2), оно с определенностью показывает решающее влияние параметра $R_M = \sqrt{Re_m R_H}$ на характер процесса взаимодействия.

2. Расширение электропроводного газа в магнитном поле из некоторого начального состояния. Рассмотрим задачу, аналогичную предыдущей, однако не предполагая ее автомодельности. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ электропроводный газ образует бесконечно длинный цилиндр радиуса r_0 . Начальное давление в газе, температура и электропроводность постоянны, скорость газа равна нулю. Все пространство заполнено постоянным магнитным полем $H = H_0$, силовые линии которого параллельны оси цилиндра. Предположим также, что газ идеальный с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$, а зависимость электропроводности от температуры и плотности определяется формулой: $\sigma = \sigma_0 T^{3/2} \rho$. В точке $r = 0$ заданы условия симметрии (1), на внешней границе $r = r_0$ имеем $H = H_0, P = 0$.

Решение упомянутой выше задачи проводилось численно на ЭВМ методом конечных разностей. Система (3) рассматривалась в массовых лагранжевых переменных s , где $ds = \rho r dr$.

На рис. 1 представлены последовательные стадии развития

процесса во времени на примере функций $T(s, t)$ и $H(s, t)$. Вначале внешняя граница газа, не испытывая сопротивления ($\text{rot} H = 0$, $P = 0$), сильно ускоряется, а прилегающие слои газа расширяются и охлаждаются.

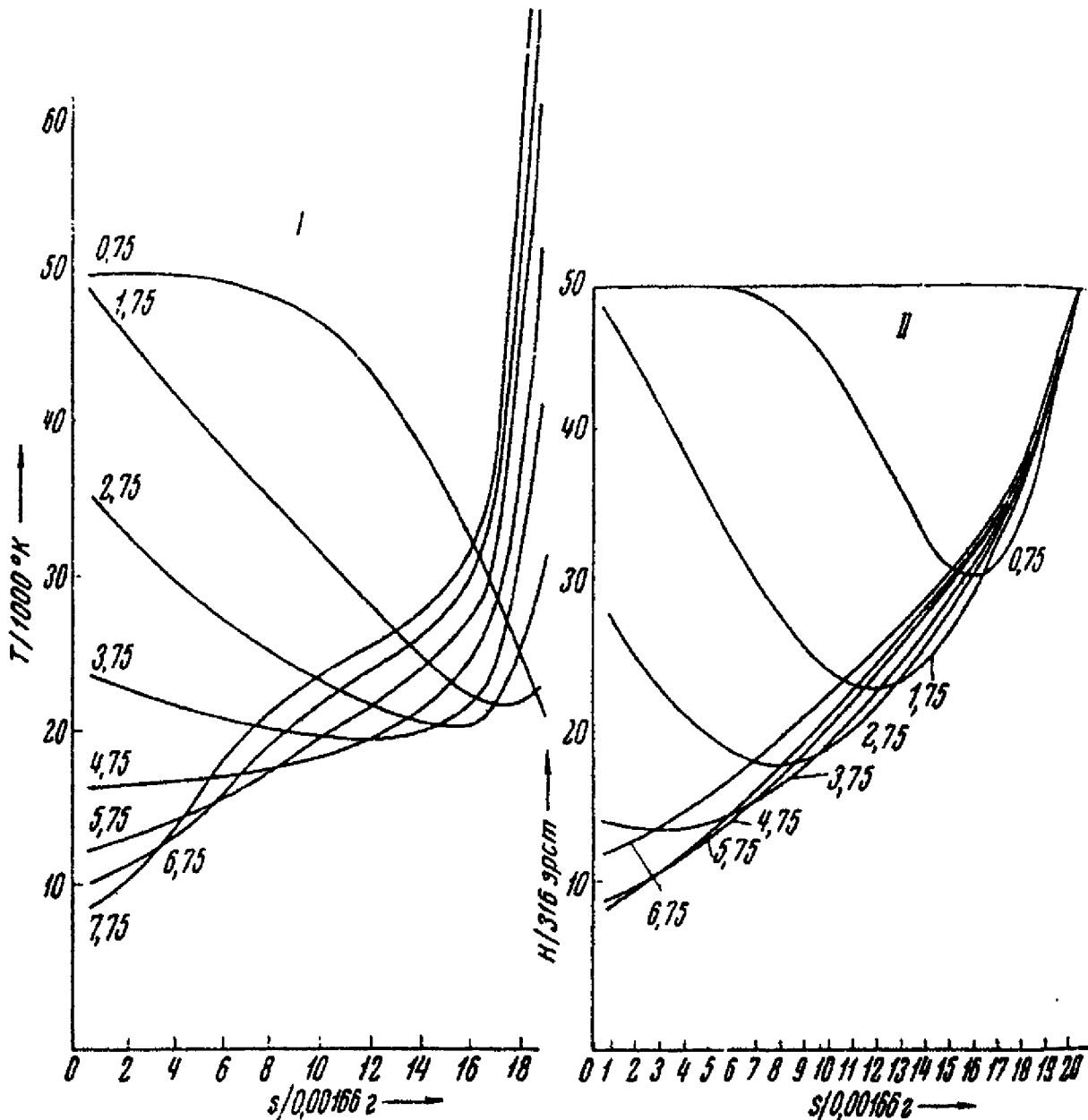


Рис. 1. Задача о расширении электропроводного газа в магнитном поле. Изменение температуры (I) и магнитного поля (II) со временем. s -массовая координата, масштаб времени $t_0 = 0.01$ сек. Цифры при кривых означают различные моменты времени

Возникающее движение газа приводит к появлению в нем индуцированных токов с возрастающей интенсивностью и к понижению напряженности магнитного поля в объеме, занятом газом. Максимальные токи текут во внешних слоях газа; электропроводность внешних слоев этой части газа ниже, чем в остальной части газа

из-за начального охлаждения. Это определяет наиболее интенсивное выделение джоулева тепла во внешних слоях газа, следствием чего является перестройка всего процесса. Начиная с некоторого момента $t = t_0$, понижение температуры граничной массы газа прекращается и постепенно начинается ее рост, в то время как температура основной массы газа продолжает уменьшаться. Разогрев наружного слоя и увеличение его электропроводности приводит к большей эффективности взаимодействия газа с магнитным полем.

В этом примере со всей очевидностью выступает основная особенность процесса – саморазвитие и самоподдержание высокотемпературной электропроводной зоны в газе, причем наиболее существенным в этом является зависимость $\sigma = \sigma(T, \rho)$, ($\partial\sigma/\partial T > 0$) и сжимаемость среды. Видна здесь и другая особенность, обусловленная нелинейностью процесса и отличающая его от обычного линейного скин-эффекта: разогрев начинается не сразу, а по истечении некоторого критического времени.

3. Распад магнито-гидродинамического разрыва в среде с конечной проводимостью. Предположим, что в пространстве, заполненном газом с нулевыми температурой и давлением, движется с постоянной скоростью $v = v_0$ плоский поршень. Предположим далее, что возникающая вследствие движения поршня сильная ударная волна в момент времени $t = 0$ приходит в соприкосновение с однородным магнитным полем $H = H_0$, силовые линии которого параллельны плоскости ударной волны.

Возникающая таким образом задача о распаде произвольного разрыва (или задача об отражении и прохождении ударной волны в магнитном поле) описывается системой уравнений одномерной нестационарной магнитной гидродинамики. Решение находилось численно методом конечных разностей. Дополнительно предполагалось, что поршень непроницаем для магнитного поля, что в момент "удара" волны о поле расстояние между ударной волной и поршнем было конечно и что электропроводность газа за ударной волной подчинялась закону $\sigma = \sigma_0 T^{3/2}$.

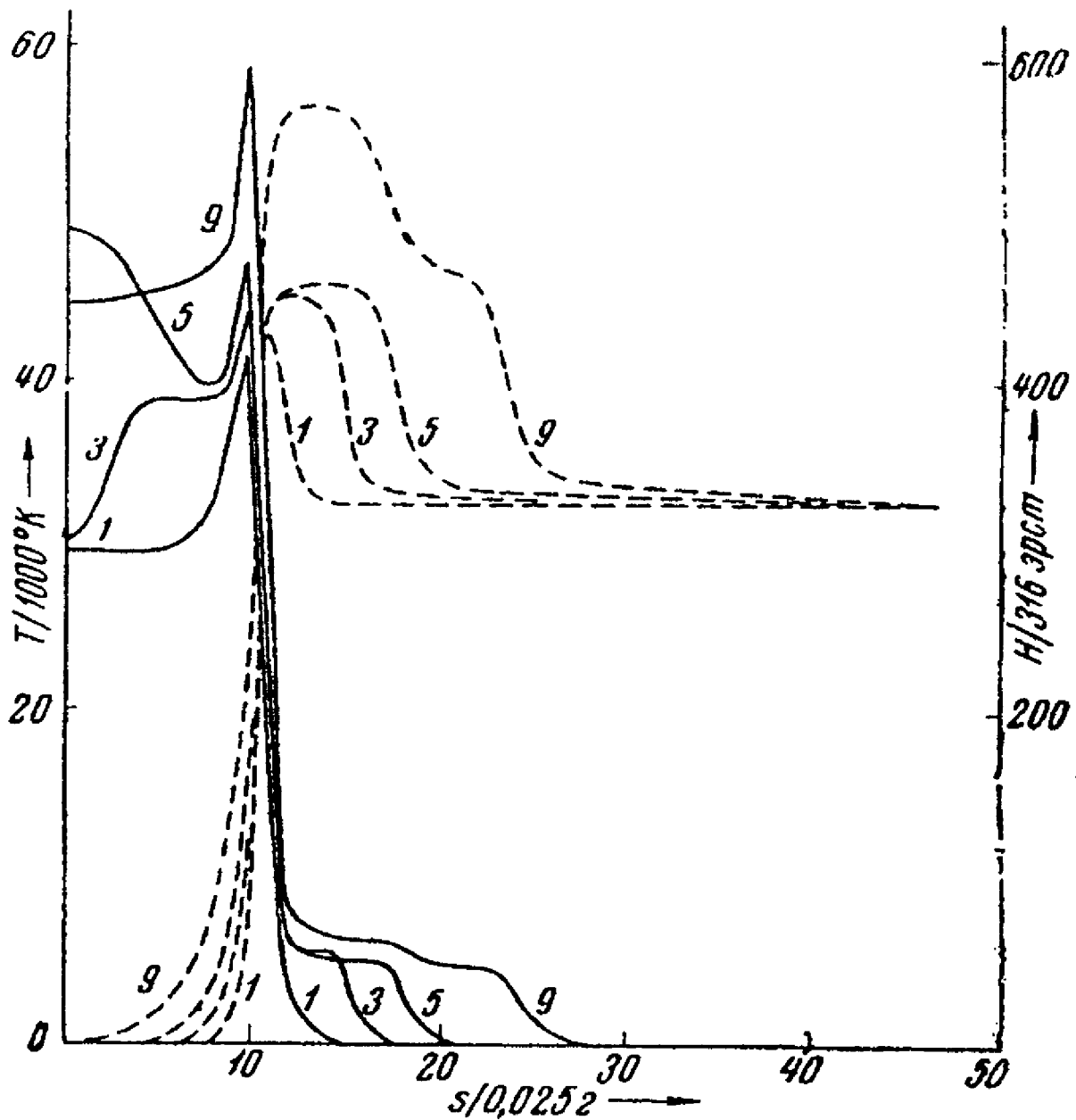


Рис. 2. Задача о распаде магнито-гидродинамического разрыва в среде с конечной проводимостью. Изменение температуры T (сплошные линии) и магнитного поля H (пунктирные линии) со временем. s -массовая координата, масштаб времени $t_0 = 0.25 \cdot 10^{-4}$ сек.

Рис. 2 показывает характер развития процесса. В месте соприкосновения ударной волны с магнитным полем образуется контактный разрыв, влево и вправо от него идут ударные волны, причем вправо – магнито-гидродинамическая, влево – газодинамическая (вследствие слабого проникновения магнитного поля). На самом контактном разрыве происходит резкое увеличение температуры из-за интенсивного джоулева тепловыделения, обусловленного большими

градиентами магнитного поля.

Таким образом, и в этом процессе наблюдается локальное повышение температуры и образование высокотемпературного электропроводного слоя, причем здесь процесс разогрева начинается сразу.

Локальное повышение температуры в плазме наблюдалось также при численных расчетах задач магнитной гидродинамики [1, 2].

Однако характер рассмотренных в этих работах задач не позволяет выявить определяющие черты T -слоя как самостоятельного физического явления, отличного от скин-эффекта.

Выше рассмотрено несколько примеров, которые иллюстрируют факт существования и основные особенности явления T -слоя. Большое количество численных экспериментов, в частности с учетом нелинейной теплопроводности и различных законов $\sigma = \sigma(T, \rho)$, а также рассмотрение дополнительных модельных задач дают основания сделать вывод, что явление самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя имеет определенную физическую природу и что им можно управлять в достаточно широком диапазоне параметров.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В.С. Имшенник, В.Ф. Дьяченко, К магнитогидродинамической теории пинч-эффекта в высокотемпературной плотной плазме, М., 1965.
2. R.E. Kidder, Preprint 14349, University of California, Radiation Laboratory, 1965.